

# VOCÊ NO MUNDO

PROJETOS INTEGRADORES

MANUAL DO PROFESSOR

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS



ROGÉRIA G. DO RÊGO • RITA DE CÁSSIA DE F. PEREIRA • MYLLENA P. F. DA SILVA  
DJAMERE DE S. B. LEITE • MARCELLA S. M. MACHADO

**MVC**  
EDITORA



# VOCÊ NO MUNDO

## PROJETOS INTEGRADORES

### MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

### MANUAL DO PROFESSOR

#### ROGÉRIA GAUDÊNCIO DO RÊGO

Doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)  
Bacharela em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB)  
Professora Titular do Departamento de Matemática do Centro de Ciências Exatas e da Natureza  
e professora do Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da UFPB  
Possui experiência na área de Educação, com ênfase em Métodos e Técnicas de Ensino, atuando principalmente nos seguintes temas: metodologias de ensino, ensino-aprendizagem, formação de professores e formação de conceitos, na área de Matemática

#### RITA DE CÁSSIA DE FARIA PEREIRA

Doutora em administração (Marketing e Estratégia) pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)  
Graduada em administração de empresas pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB)  
Atuou como professora assistente de Marketing no Departamento de Administração da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM)  
Professora assistente de Marketing no Departamento de Administração da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS)  
Professora no departamento de Administração da UFPB

#### MYLLENA PETROVSK FREIRE DA SILVA

Graduada em Matemática pelo Centro Universitário de João Pessoa (UNIFE)  
Graduada em Administração pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB)  
Professora de Matemática na rede particular de ensino e da Secretaria de Educação do município de João Pessoa

#### DJAMERE DE SOUSA BRAGA LEITE

Mestre em Direitos Humanos, Políticas Públicas e Cidadania pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB)  
Bacharela em Direito pelo Instituto de Educação Superior da Paraíba (IESP)  
Graduada em Serviço Social pela Universidade Federal da Paraíba  
Tecnóloga em Gestão de Recursos Humanos pela Universidade Norte do Paraná (UNOPAR)  
Instrutora do Curso de Mediação Comunitária pela Escola Superior de Magistratura através do Núcleo Permanente de Métodos Consensuais de Solução de Conflitos  
Presidente da Comissão de Justiça Restaurativa da OAB/PB  
Professora Universitária de Mediação, Arbitragem, Justiça Restaurativa e Ciência Política

#### MARGELLA SILVA MOUSINHO MACHADO

Graduada em Jornalismo pela Universidade Federal da Paraíba (UFPB)  
Mestranda e pesquisadora do Programa de Pós-Graduação em Jornalismo (PPJ-UFPB)  
Pesquisadora do grupo Narrativas Jornalísticas e Processos Produtivos (NARRAR)  
Atuou como assessora de imprensa da Defensoria Pública da União da Paraíba (DPU-PB)

João Pessoa,  
1ª Edição / 2020



Copyright © 2020

**Titulo original da obra:**

Você no Mundo: Projetos Integradores  
Matemática e suas Tecnologias  
Manual do Professor  
1ª edição / João Pessoa, 2020

**Edição e produção gráfica**

Daniella Alves

**Preparação e revisão**

Luisa Félix

**Projeto Gráfico**

Caio Lopes  
Felipe Headley  
Lindon Johnson

**Diagramação**

Gilberto Melo  
Lindon Johnson  
Renato Rodrigues  
Wilker Mad

**Iconografia**

Anderson Figueiredo

**Banco de imagens**

Shutterstock



MVC EDITORA  
Av. Esperança, 535  
Manaira - CEP 58038-280  
João Pessoa - PB - Brasil  
CNPJ: 02.425.822/0001-40  
Inscrição Estadual: 16.120.837-1  
Fone: (83) 4141.0549  
comercial@mvceditora.com.br

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Você no mundo: projetos integradores: matemática  
e suas tecnologias: manual do professor /  
1 ed. -- João Pessoa: MVC Editora, 2020.

Vários autores

**ISBN 978-65-990203-4-6**

1. Matemática e suas tecnologias (Ensino médio)

20-33997

CDD-373.19

**Índices para catálogo sistemático:**

1. Ensino integrado: Livros-texto: Ensino Médio 373.19  
Maria Alice Ferreira - Bibliotecária - CRB-8/7964

Na tentativa de cumprir todas as regulamentações determinadas pela legislação, realizamos todos os esforços para localizar os detentores dos direitos das imagens e textos contidos nesta obra. No entanto, caso tenha havido alguma omissão involuntária, a MVC Editora se compromete em corrigi-la na primeira oportunidade.

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte deste livro pode ser reproduzida sem a permissão por escrito da editora.

## PREZADO(A) ESTUDANTE

Com entusiasmo, colocamos em suas mãos este livro. Ele está voltado especialmente para você, estudante do Ensino Médio, e tem como objetivo promover uma nova forma de aprender os saberes escolares, de maneira interdisciplinar, integrando diferentes campos científicos, sistematizado na área de conhecimento Matemática e suas tecnologias, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

O livro está organizado sob a forma de projetos, que relacionam aspectos práticos e concretos dos conhecimentos escolares a temas da sua vida cotidiana. A cada novo Projeto será desenvolvido um Produto final que irá influenciar positivamente a sua escola e a sua comunidade.

Com este livro, a sala de aula se transforma em uma comunidade de aprendizagens, em um lugar de produção, organização, uso e comunicação de conhecimentos, por meio do aprendizado experimental, da solução de problemas e de processos criativos.

Espera-se que o livro possa contribuir para a promoção do acesso ao conhecimento, de forma prazerosa, contextualizada e integradora, assegurando os meios para que você possa se apropriar dos conceitos científicos, desenvolvendo um pensamento autônomo e, por meio deles, contribuir com sua comunidade e compreender melhor a vida em sociedade.

Integre-se! Argumente! Debata! Invente! Crie! Posicione-se!

# PROJETOS INTEGRADORES NA EDUCAÇÃO

Vamos começar conversando sobre o significado do que é um projeto. Trata-se de um esforço realizado durante um tempo determinado, ou seja, com início e fim predefinidos, com o objetivo de criar um produto, realizar um serviço ou se obter um determinado resultado. O projeto não é o produto final. Pode-se dizer que ele é o caminho para se atingir um objetivo, para se chegar à execução do produto final.

As atividades que estão sendo propostas, como uma nova maneira de estudar e aprender, se apresentam em forma de projeto, que tem objetivos definidos, um tempo de realização e a proposição de um produto final.

No nosso caso, o projeto, como um esforço temporário, difere daquilo que é cotidiano e rotineiro, que é a atividade da sala de aula. Você tem as aulas do dia a dia da escola e, em momentos específicos, desenvolve o projeto. Ele está voltado para criar um produto final, fruto de estudos e pesquisas, sendo o seu resultado considerado único. Isso requer envolvimento, estudo, investigação, debate, criação, imaginação, trabalho em grupo, uso das tecnologias, apresentações individuais e coletivas e protagonismo.

Sugerimos que o projeto seja desenvolvido em um trimestre, mas serão os alunos, o professor e a direção da escola que definirão, em conjunto, a melhor forma de organizar o tempo necessário para a realização do projeto.

Você verá, também, que cada projeto tem objetivos definidos, que se desdobram em etapas e passos, com o intuito de alcançar os resultados esperados. Além disso, este projeto será avaliado por você ao final do seu desenvolvimento. Mas, atenção: apesar de o projeto ter um início e um fim determinados, o resultado extrapola o seu término. Neste caso, o resultado duradouro é a aprendizagem que essa prática irá gerar para você e para todos os seus colegas de turma.

## O QUE SÃO PROJETOS INTEGRADORES?

Existem diferentes tipos de projetos no âmbito escolar. Os projetos integradores visam a uma forma diferenciada de se estudar, não por disciplinas isoladas, mas por uma organização interdisciplinar de diferentes componentes curriculares, por meio do seu envolvimento, sob a orientação do professor, tendo por objetivo a aprendizagem de conceitos e o desenvolvimento de competências e habilidades.

Os projetos integradores caracterizam-se pelo desenvolvimento de componentes curriculares que se relacionam com temas integradores. Isso permite um novo tipo de abordagem de conteúdos, o que foge ao sistema tradicional de ensino. Nas aulas em que o conhecimento é transmitido pelo professor, o estudante, de uma forma geralmente mais passiva, pode assimilar com certa dificuldade os conteúdos. Mas quando se fala de integração entre as disciplinas e os temas integradores, estamos diante de uma abertura para uma aprendizagem diferenciada, mais perto da realidade de sua vida de estudante.

Os projetos integradores buscam também interligar as aprendizagens com temas de interesse para a sua vida de estudante, como, por exemplo as mídias digitais. Além de integrar os diferentes componentes curriculares, busca-se integrar, ainda, os conhecimentos com a realidade do lugar onde você mora, trabalhando, com seu grupo, para a comunidade, o que permite atrair a presença dela na escola. Isso contextualiza os conteúdos dos componentes curriculares, o que ajuda a dar mais sentido ao que se estuda.

Nessa nova visão, cada projeto integrador parte de uma situação geradora, sendo justificada a sua relevância para a sua formação. Amplie seu conhecimento sobre o tema, por meio de estudos e pesquisas. A partir daí, tente desenhar uma intervenção para resolver os problemas propostos. Tudo isso será sistematizado por você e seus colegas, com o apoio do professor, ao longo do desenvolvimento do projeto e levado à comunidade. É uma estratégia de aprendizagem colaborativa.

Os temas integradores sob os quais os projetos deste livro estão organizados são:

## STEAM

Uma abordagem educacional que adota a Ciência, Tecnologia, Engenharia, Arte e Matemática (do inglês *Science, Technology, Engineering, Arts, Mathematics*) como pontos de acesso para orientar o diálogo, a pesquisa e o pensamento crítico, traduzido no projeto. Isso significa fazer uso da ciência e da tecnologia como meio apropriado para o estudo das relações existentes, por exemplo, na vida de sua comunidade, de sua cidade.

## MÍDIA EDUCACÃO

Este é um tema de extrema atualidade, pela presença cada vez mais frequente das tecnologias da informação na vida das pessoas. É importante que você conheça e use as mais diversas mídias, impressas, faladas ou digitais, fazendo do seu uso um meio de crescer em conhecimentos, divulgando as suas aprendizagens e se preparando para o mundo do trabalho, cada vez mais complexo e dependente do conhecimento e do uso das mídias, especialmente as digitais.

## PROTAGONISMO JUVENIL

Outro tema integrador é o protagonismo, que diz respeito diretamente a você, que se torna o centro de todas as práticas, considerando o seu desempenho pessoal no processo de aprendizagem, tornando a escola um lugar de acolhida aos estudantes, em suas singularidades e pluralidades, ao tempo em que contribui de forma decisiva para a melhoria da escola e da comunidade em que você mora, ao dialogar e agir com ela.

## MEDIAÇÃO DE CONFLITOS

Tema presente no dia a dia da sua escola, da sua turma, de modo mais específico. São comuns as divergências de opiniões e até contribuem para o aprofundamento dos saberes. Acontece que não raras vezes as divergências se transformam em problemas de relacionamento, chegando ao nível do conflito, ou mesmo da violência. Faz-se necessário, então, que as partes envolvidas busquem, através do diálogo, a causa do desentendimento, os eventuais interesses que estão por trás da discordância. Os resultados positivos provindos desses procedimentos, reforçam o protagonismo dos estudantes.

# A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC)

A Base Nacional Comum Curricular- BNCC é o documento legal que define o conjunto das aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo da educação básica, como forma de assegurar seus direitos de aprendizagem e de desenvolvimento, visando à sua formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

A BNCC, no que diz respeito ao Ensino Médio, foi debatida e aprovada pelo Conselho Nacional de Educação e homologada pelo Ministério da Educação no mês de dezembro de 2018. O intuito é que você e seus colegas desenvolvam as dez (10) competências gerais previstas na BNCC e uma série de competências específicas relativas à área de conhecimento trabalhada, assim como as habilidades.

*Competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. Para garantir o desenvolvimento das competências, cada componente curricular apresenta um conjunto de habilidades. A habilidade expressa aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas nos diferentes contextos escolares e está relacionada a diferentes objetos de conhecimento - que são os conteúdos, conceitos e processos, visando à formação integral dos estudantes (BNCC, 2018).*

A seguir, conheça cada uma das Competências Gerais para o Ensino Médio, bem como as competências específicas e as habilidades da área de Matemática e suas Tecnologias.

A competência 7 está prevista para ser trabalhada em todos os Projetos, pois ela tem o objetivo amplo de fazer com que você adquira a aptidão de saber argumentar de forma confiável, defendendo e promovendo os direitos humanos, a consciência socioambiental, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

# COMPETÊNCIAS GERAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA PARA O ENSINO MÉDIO

- 1 Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
- 2 Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
- 3 Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
- 4 Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
- 5 Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
- 6 Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
- 7 Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
- 8 Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
- 9 Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
- 10 Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

# COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS E HABILIDADES DA ÁREA DE MATEMÁTICA

## COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 1

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.

**(EM13MAT101)** Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

**(EM13MAT102)** Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.

**(EM13MAT103)** Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.

**(EM13MAT104)** Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.

**(EM13MAT105)** Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).

**(EM13MAT106)** Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).

## COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 2

Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

**(EM13MAT201)** Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.

**(EM13MAT202)** Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas

de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.

**(EM13MAT203)** Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

## COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

**(EM13MAT301)** Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

**(EM13MAT302)** Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

**(EM13MAT303)** Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

**(EM13MAT304)** Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.

**(EM13MAT305)** Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

**(EM13MAT306)** Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

**(EM13MAT307)** Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

**(EM13MAT308)** Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.

**(EM13MAT309)** Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas

de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

**(EM13MAT310)** Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.

**(EM13MAT311)** Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.

**(EM13MAT312)** Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.

**(EM13MAT313)** Utilizar, quando necessário, a notação científica para expressar uma medida, compreendendo as noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.

**(EM13MAT314)** Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).

**(EM13MAT315)** Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.

**(EM13MAT316)** Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).

## COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 4

Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

**(EM13MAT401)** Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

**(EM13MAT402)** Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.

**(EM13MAT403)** Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.

**(EM13MAT404)** Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

**(EM13MAT405)** Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.

**(EM13MAT406)** Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de *softwares* que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.

**(EM13MAT407)** Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (*box-plot*), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.

## COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 5

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

**(EM13MAT501)** Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.

**(EM13MAT502)** Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo  $y = ax^2$ .

**(EM13MAT503)** Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.

**(EM13MAT504)** Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

**(EM13MAT505)** Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.

**(EM13MAT506)** Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.

**(EM13MAT507)** Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

**(EM13MAT508)** Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

**(EM13MAT509)** Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.

**(EM13MAT510)** Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

**(EM13MAT511)** Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.

# CONHEÇA SEU LIVRO

## CONHECENDO O PROJETO

Nesta seção, você terá uma noção geral do conteúdo do Projeto, o que será trabalhado e quais impactos terá na sua vida, na comunidade e no ambiente escolar.

## OBJETIVOS A SEREM DESENVOLVIDOS

Os objetivos apontam as aprendizagens que serão desenvolvidas ao longo do Projeto e que serão demonstradas por intermédio da elaboração do Produto final.

## COMPETÊNCIAS E HABILIDADES QUE SERÃO TRABALHADAS

Aqui, você irá encontrar a relação entre os objetivos do Projeto e as Competências Gerais e Competências e Habilidades Específicas da BNCC que serão trabalhadas ao longo do desenvolvimento do Projeto.

## JUSTIFICATIVA

Mostra o porquê de trabalhar o tema escolhido e qual a sua função neste Projeto, a fim de que você entenda a importância deste trabalho.

## PRODUTO FINAL

Esta seção, traz a proposta de Produto final para ser realizado por você e seus colegas como forma de apresentar à escola e a comunidade as aprendizagens desenvolvidas ao longo do Projeto.

## DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

O Desenvolvimento mostra resumidamente o que vai ser trabalhado em cada Etapa e Passo do Projeto, de maneira que você já inicie a aprendizagem familiarizado com o material e com o que vai ser estudado.

## AVALIANDO O PROJETO

Para o encerramento do Projeto, está prevista a hora da avaliação, quando você e seus colegas irão conversar, discutir e refletir sobre o Projeto executado, a partir das questões apresentadas. Compreende também uma autoavaliação de sua participação no Projeto.



## ETAPAS E PASSOS

Etapas são as partes do Projeto divididas. Nelas, você vai ter uma ideia geral do que será trabalhando a cada Etapa; já os Passos são divisões dentro das Etapas, como um passo a passo, para que não haja dúvidas sobre o que deverá ser feito em todos os momentos.

### VAMOS REFLETIR!

Atividades que farão você refletir, juntamente com seus colegas, a respeito das questões propostas, de modo que aconteçam debates em sala de aula e troca de conhecimento e opiniões.

### VAMOS PESQUISAR!

Questões com atividades de pesquisa, que normalmente serão feitos na companhia de um ou mais colegas de sala.

### #ficaadica

Curiosidades e dicas de *sites* para você se aprofundar mais no assunto que está sendo trabalhado, de modo que você conheça e domine ainda mais o tema estudado do Projeto.

### REFERÊNCIAS

Lista de todas as referências bibliográficas utilizadas pelos autores para a produção deste livro. Incluem, abaixo de cada referência, pequeno resumo sobre a obra.

### REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

Referências sugeridas pelos autores para melhor entendimento do tema, incluindo livros e *sites*. Incluem, abaixo de cada referência, pequeno resumo sobre a obra.



# SUMÁRIO

## PROJETO 1

### A BELEZA DA MATEMÁTICA E AS CONEXÕES COM A ARTE ..... 14

ETAPA 1 - A MATEMÁTICA E OS PADRÕES ..... 21

ETAPA 2 - EXPLORANDO O PADRÃO MATEMÁTICO DE BELEZA ..... 29

ETAPA 3 - EXPOSIÇÃO "MATEMÁTICA E ARTE: PONTOS DE INTERSECÇÃO" ..... 38

## PROJETO 2

### EMPREENDENDO COM A MATEMÁTICA ..... 42

ETAPA 1 - CONVERSANDO SOBRE EMPREENDEDORISMO ..... 49

ETAPA 2 - PRÁTICAS EMPREENDEDORAS PARA TRANSFORMAR PEQUENOS NEGÓCIOS EM  
SUSTENTÁVIES ..... 56

ETAPA 3 - CICLO DE PALESTRAS: COMPARTILHANDO EXPERIÊNCIAS ..... 64

## PROJETO 3

### A MATEMÁTICA NAS MÍDIAS: ENTENDENDO OS NÚMEROS ..... 72

ETAPA 1 - A MATEMÁTICA E A INFORMAÇÃO NAS MÍDIAS ..... 79

ETAPA 2 - GERANDO INFORMAÇÕES MATEMÁTICAS SOBRE A COMUNIDADE ..... 88

ETAPA 3 - A PRODUÇÃO INFORMATIVA INTEGRADA AOS DADOS MATEMÁTICOS ..... 93

ETAPA 4 - PRODUZINDO CONTEÚDO E APRESENTANDO À COMUNIDADE ..... 98

#### PROJETO 4

## A RESOLUÇÃO DE CONFLITOS MEDIADA POR REPRESENTAÇÕES MATEMÁTICAS .. 102

ETAPA 1 - A MEDIAÇÃO DE CONFLITOS E AS HABILIDADES SOCIOEMOCIONAIS EM SITUAÇÕES DE DISPUTA .....	109
ETAPA 2 - CONHECENDO ELEMENTOS DA TEORIA DOS JOGOS E SUAS RELAÇÕES COM A MEDIAÇÃO DE CONFLITOS .....	116
ETAPA 3 - AJUSTES FINAIS DO WORKSHOP .....	126

#### PROJETO 5

## MATEMÁTICA, ENGENHARIA E ARQUITETURA: CONSTRUINDO PONTES .. 130

ETAPA 1 - AS CONEXÕES ENTRE MATEMÁTICA, ENGENHARIA E ARQUITETURA .....	137
ETAPA 2 - PLANEJANDO, CONSTRUINDO E TESTANDO PONTES .....	144
ETAPA 3 - CAMPEONATO DE PONTES .....	152

#### PROJETO 6

## A MATEMÁTICA E A LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO ..... 156

ETAPA 1 - CONHECENDO OS ELEMENTOS BÁSICOS E AS APLICAÇÕES DOS FLUXOGRAMAS ....	163
ETAPA 2 - PRODUZINDO FLUXOGRAMAS MATEMÁTICOS .....	171
ETAPA 3 - OFICINA DE LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO .....	177

PROJETO 1

# A BELEZA DA MATEMÁTICA E AS CONEXÕES COM A ARTE

TEMA INTEGRADOR: STEAM

Shutterstock / James Kirkikis

1+6



# CONHECENDO O PROJETO

É comum ouvirmos dizer que a Matemática se encontra em toda parte, que ela está presente em nosso cotidiano. Será que está mesmo? Você já parou para pensar, por exemplo, se a Matemática tem alguma ligação com o mundo das artes? Poderia até parecer estranho afirmar que sim, mas você verá que a relação entre a Matemática e a Arte é mais forte do que imaginamos!

Para o astrônomo italiano Galileu Galilei (1564-1642), o "livro da natureza" havia sido escrito exclusivamente com figuras e símbolos matemáticos e que "*IAI Matemática é o alfabeto com o qual Deus escreveu o Universo*". O que ele queria dizer com isso? Para Galileu, a linguagem matemática é essencial para a explicação dos fenômenos naturais. Por essa razão, seria fundamental desenvolvermos conhecimentos dessa área para ampliarmos nossa compreensão do mundo mas, também, nossa capacidade de agir nele.

Observe que a leitura do título do Projeto leva você a pensar na beleza que a Matemática confere às diversas manifestações artísticas, por meio do raciocínio lógico, das formas geométricas, da harmonia que ela confere às obras de arte, entre outras tantas conexões, que você vai identificar já ao ler os objetivos a serem desenvolvidos no Projeto.

Como utilizamos conhecimentos matemáticos para explicar como a natureza funciona ou para resolver problemas de diversas ordens, costumamos dizer que a Matemática está em toda parte, porém, muitas pessoas argumentam que os conteúdos dessa área têm pouca ou nenhuma relação com o mundo que existe fora da escola. Será que estamos olhando as coisas do ângulo certo?

Ao longo do desenvolvimento do Projeto, por meio das diversas Etapas e Passos, você e seus colegas irão pesquisar e aprender as mais diversas conexões entre a Matemática e a Arte, em que predomina a ordem estética, e descobrir a relação entre padrões matemáticos e manifestações artísticas diversas.

Ao perceber as relações da Matemática com os fenômenos à sua volta, você sem dúvida irá valorizar, com mais propriedade, com base nos conhecimentos adquiridos, o modo de enxergar o mundo.

Com essa compreensão, você vai se dar conta de que nos monumentos históricos os artistas usaram medidas matemáticas e você vai ter clareza de que a construção de uma ponte que se torna uma obra de arte só veio a ser possível a partir do avanço tecnológico proveniente de dados da Matemática.

A estreita relação da Matemática com as Artes será o foco de inspiração para o Produto final, por meio de uma Exposição para a escola e para a comunidade em que ela se encontra, em que serão mostrados e discutidos os trabalhos desenvolvidos por você e seus colegas ao longo deste Projeto.

Para concluir este trabalho diferenciado do qual você participará, faz-se necessária uma avaliação criteriosa, com o apoio do professor, sobre seu desempenho ao longo das Etapas e dos Passos do Projeto, verificando a importância que ele teve para a sua comunidade, para a sua vida de estudante, para seu futuro como profissional.

Orientações na  
página 189.

# OBJETIVOS A SEREM DESENVOLVIDOS

- 1 Conhecer e produzir conexões da Matemática com a Arte, considerando-a como uma construção histórica e como uma forma de entender e explicar a realidade.
- 2 Explorar padrões matemáticos em uma perspectiva interdisciplinar, promovendo a curiosidade intelectual, a imaginação e a criatividade, para conhecer as relações entre a Matemática e a Arte.
- 3 Aplicar conhecimentos matemáticos em manifestações artísticas diversas, subsidiando a construção de diferentes pontos de vista sobre o uso da Matemática na sociedade.

# COMPETÊNCIAS E HABILIDADES QUE SERÃO TRABALHADAS

Orientações na  
página 189.

Os objetivos deste Projeto estão associados às Competências e Habilidades da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), para a área de Matemática e suas Tecnologias, etapa do Ensino Médio, como você pode ver a seguir:

## COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DA BNCC QUE SERÃO TRABALHADAS NO PROJETO

OBJETIVOS	COMPETÊNCIAS GERAIS	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS	HABILIDADES ESPECÍFICAS
1	1 e 2	5	EM13MAT501 EM13MAT508
2	4 e 7	3, 4 e 5	EM13MAT305 EM13MAT314 EM13MAT403 EM13MAT506 EM13MAT509
3	3 e 7	1 e 3	EM13MAT105 EM13MAT316

Fonte: elaborada pelas autoras com base na BNCC (2018).

As competências e habilidades citadas podem ser consultadas por você nas páginas 7 e 8 deste livro.

O **OBJETIVO 1** do Projeto será desenvolvido por meio de atividades que envolvem a utilização e a valorização de conhecimentos que foram historicamente construídos pelo ser humano, a partir da relação entre a Matemática e o mundo real.

As ações propostas envolvem práticas investigativas, o levantamento e o teste de hipóteses e a resolução de problemas, sendo elas baseadas na análise, reflexão e representação de regularidades.

No âmbito da Matemática, você analisará padrões e estabelecerá relações com sua representação, por meio de funções de 1º grau e de 2º grau, bem como com progressões geométricas (PG) e funções exponenciais. Serão trabalhados, ainda, problemas que envolvem o cálculo e a interpretação de medidas de tendência central.

Para alcançar os **OBJETIVOS 2 e 3**, você irá explorar conhecimentos relativos às linguagens artística, matemática e científica, e elaborará argumentações com base em dados observados nas ações que realizará, envolvendo grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras grandezas. Aprenderá, ainda, noções relativas a transformações isométricas e homotéticas, relacionadas a obras de arte, entre outras aplicações. Serão realizadas atividades de investigação de deformação de imagens, provocada por diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.

Ao final do Projeto, você e seus colegas, em equipe, irão evidenciar os conhecimentos desenvolvidos ao longo das Etapas e Passos através das produções que serão apresentadas à comunidade.

# JUSTIFICATIVA

Na medida em que a tecnologia está sendo incorporada às diversas áreas de atuação dos seres humanos, um novo tipo de formação matemática está se tornando necessária, visando desenvolvermos conhecimentos que nos habilitem a resolvermos problemas cada vez mais complexos e vinculados a fenômenos que envolvem diferentes áreas de conhecimento, ao mesmo tempo.

Neste Projeto, você irá realizar atividades que ampliarão sua visão do que é Matemática, evidenciado o fato de ser ela uma construção social e histórica, que o ajuda a compreender e explicar a realidade, por meio de conexões que são estabelecidas, com base em conhecimentos da área, entre fenômenos que percebemos inicialmente como isolados e distantes de nossas salas de aula, em particular, no mundo das Artes.

A Matemática, além de ser uma ferramenta cada vez mais importante para a resolução de problemas práticos, possui uma organização interna própria que auxilia a evolução do raciocínio lógico e proporciona o desenvolvimento de uma forma especial de pensamento, que amplia a capacidade de percepção e representação de padrões, não só internos à área, mas também de outras áreas de conhecimento e do cotidiano.

Para percebermos a beleza da Matemática é fundamental conhecermos como ela se manifesta em contextos, inclusive fora da escola, em diferentes aplicações que a humanidade tem feito de conhecimentos matemáticos ao longo dos séculos, em particular em manifestações artísticas diversas, foco de estudo deste Projeto.

Orientações na  
página 190.

# PRODUTO FINAL

Como Produto final será organizada uma **Exposição** na escola sobre a relação da Matemática com a Arte, para a comunidade em geral, a partir das produções geradas por você e seus colegas, ao longo do desenvolvimento das atividades que compõem o Projeto, complementadas por *kits* elaborados por meio de pesquisas em livros e na Internet.

A Exposição pode ser apresentada em outras escolas da região, para estudantes da Educação Básica, em particular do Ensino Fundamental, para que eles também conheçam algumas conexões que podem ser estabelecidas entre Matemática e Arte, ampliando sua valorização da aprendizagem matemática.

Para isso, é importante organizar o material que servirá de apoio na apresentação dos *kits* ao público visitante da Exposição, com o auxílio de cartazes, nos quais você irá destacar a presença da Matemática nos fenômenos envolvidos nos experimentos. Para a construção dos kits, serão necessários materiais, tais como papel A4, lápis, papel quadriculado ou milimetrado, cartolina ou cartão, cola branca e fita adesiva. Uma dica: planeje a dimensão dos cartazes, considerando o que você aprenderá no Projeto!

# DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

Orientações na  
página 190.

## ETAPA 1 4 PASSOS

### A MATEMÁTICA E OS PADRÕES

No primeiro momento, o Projeto será apresentado, com destaque para orientações sobre a organização do Produto final, uma vez que a produção de sua equipe – você e seus colegas –, irá compor o acervo da Exposição que será realizada no momento final do Projeto. Nos Passos 1 a 3 você irá estudar padrões matemáticos, através de modelagens proporcionadas por meio do estudo da Sequência de Fibonacci, em aplicações internas à Geometria e a Grandezas e Medidas. No Passo 4 você irá explorar o mundo da Música pelas mãos da Matemática, conhecendo alguns elementos da teoria musical e seu tratamento matemático.

## ETAPA 2 4 PASSOS

### EXPLORANDO O PADRÃO MATEMÁTICO DE BELEZA

Nesta Etapa ampliamos a proposta de estudo da relação entre Matemática e Arte, fazendo um breve passeio pela modelagem numérica da beleza, conforme idealizada pelos antigos gregos e retomada pelos artistas do Renascimento. Os Passos 5 a 7 estão relacionados ao estudo do Número de Ouro, considerando como ele foi definido matematicamente (Passo 5); como o padrão de beleza áurea foi traduzido no mundo da pintura (Passo 6) e como o Número Áureo está presente na natureza e no cotidiano (Passo 7). No Passo 8, você vai conhecer uma forma de arte antiga que está sendo retomada por artistas de rua, pintores e escultores acadêmicos e pelas empresas de propaganda.

## ETAPA 3 2 PASSOS

### EXPOSIÇÃO “MATEMÁTICA E ARTE: PONTOS DE INTERSECÇÃO”

Esta última Etapa é dedicada à organização da Exposição, que constitui o Produto final deste Projeto. No Passo 9, você e seus colegas irão cuidar dos últimos ajustes necessários para que o evento seja um sucesso, definindo o título da Exposição, o espaço e os materiais a serem apresentados ao público, destacando, em textos e imagens, os conhecimentos adquiridos ao longo do processo.

No Passo 10, momento em que ocorrerá a Exposição, dedique-se a cumprir sua parte na divisão de tarefas e responsabilidades, definidas anteriormente, e procure ter o melhor desempenho possível na recepção aos visitantes, fornecendo-lhes explicações complementares e propondo sua interação com o material apresentado.

# ETAPA ①

## A MATEMÁTICA E OS PADRÕES

Nesta Etapa você irá começar a explorar a Matemática em uma abordagem interdisciplinar, pois o objetivo é que você amplie sua visão sobre as relações dessa disciplina escolar com outras áreas de conhecimento mas, especialmente, com a Arte e com o cotidiano. A expectativa é que, ao final do Projeto, você tenha elaborado muitos argumentos para responder nossa questão central: a Matemática está em todo lugar?

Orientações na página 193.

### PASSO 01

### EXPLORANDO A SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

A viagem de exploração das relações da Matemática começa com o mundo e, em particular, com o mundo das Artes, conhecendo um dos primeiros modelos matemáticos propostos para descrever um desenvolvimento populacional, envolvendo a análise de padrões. O modelo foi criado no final do século XII pelo matemático Leonardo de Pisa (c.1170 – c.1250), mais conhecido como Fibonacci. Na época, ele certamente não imaginou que seu trabalho seria discutido durante os séculos seguintes e teria tantos desdobramentos interessantes.

O principal motivo da repercussão de sua proposta é que depois se descobriu que a sequência numérica que ele criou tem ligações com um número especial, conhecido como Número de Ouro, explorado nas Artes, além de se manifestar em inúmeras formas presentes na natureza. Para entender essas relações, vamos começar fazendo experimentos que envolvem a análise de padrões.

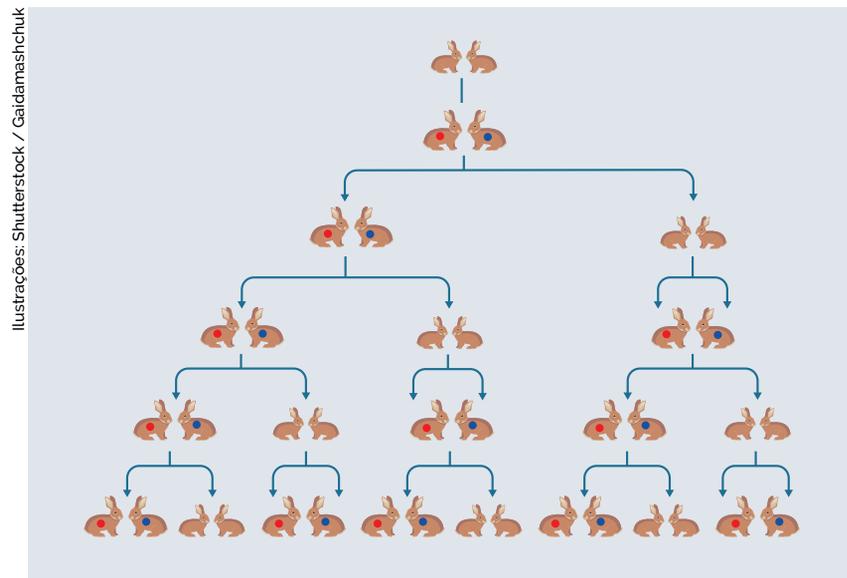
Na modelagem proposta por Fibonacci, ele imaginou o desenvolvimento de famílias de coelhos, ao longo de diversas gerações. Em seu modelo, Fibonacci fez as seguintes restrições: o criador começaria sem nenhum casal de coelhos; compraria um casal de coelhos jovens (CJ) e, depois de um intervalo de tempo, este casal se tornaria adulto (CA); o casal continuaria vivo depois do mesmo intervalo de tempo e teria um casal de coelhos jovens.

Bettmann / Contributor / Getty Images



Leonardo de Pisa (Fibonacci).

A cada intervalo de tempo esse comportamento se repetiria, ou seja, os casais jovens se tornariam adultos e todos os casais adultos gerariam um casal de coelhos jovens. O resultado das primeiras gerações da família está representado a seguir:



Casais de coelhos do modelo de Fibonacci.

Como se pode ver na imagem, o número de casais, em cada instante de tempo considerado, seria, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, ..., e assim por diante.

Observando a sequência de imagens, não é difícil indicar quais seriam os casais de coelhos presentes na próxima geração ou na seguinte. Mas, seria possível identificarmos quantos seriam os casais de coelhos nas gerações seguintes, sem que fosse preciso desenhar todos os casais?

Registre sua resposta usando a linguagem usual (ou seja, explicando com suas próprias palavras).

Orientações na página 193.

Orientações na página 193.

## FUNÇÃO MATEMÁTICA

O conceito de função é muito importante para a Matemática, pois ajuda a expressar, por meio de gráficos, tabelas, expressões algébricas ou outras formas de representação, como duas ou mais variáveis estão relacionadas entre si. As funções, de modo geral, auxiliam em procedimentos de modelagens de fenômenos de diversas áreas de conhecimento ou presentes no cotidiano.

Com base em uma modelagem feita por meio de uma função, é possível fazermos previsões matemáticas para o futuro, que podem, por exemplo, ajudar na tomada de decisões. Elas garantem que a previsão se concretize no futuro ou, então, ajuda a evitá-la, caso não seja interessante que ela ocorra.

Quanto à sequência de Fibonacci, como podemos representá-la por meio de uma função do tipo  $f(x)$ , onde  $x$  representa a ordem do termo, na sequência numérica? Leia as dicas que apresentamos em seguida. Elas irão ajudá-lo a pensar na solução.

No caso dos coelhos, você precisará criar um tipo particular de função: uma função recursiva. Você já trabalhou com funções desse tipo? As funções recursivas são muito utilizadas em Linguagem de Programação.

Mas, o que é uma função recursiva? Em que elas são diferentes das funções não-recursivas?

Dizemos que uma função é recursiva se a definição de cada novo elemento da função e, portanto, de seu termo geral  $f(x)$ , faz referência a elemento(s) anterior(es).

Exemplo de função recursiva:

$f(x)$  é a função definida do seguinte modo:  $f(0) = 2$  e  $f(x+1) = 2 \cdot f(x) + 1$ .

Como determinar  $f(1)$ ,  $f(2)$ ,  $f(3)$ ,  $f(4)$  e  $f(5)$ ?

$$f(1) = f(0+1) = 2 f(0) + 1 = 2 \cdot 2 + 1 = 5$$

$$f(2) = f(1+1) = 2 f(1) + 1 = 2 \cdot 5 + 1 = 11$$

$$f(3) = f(2+1) = 2 f(2) + 1 = 2 \cdot 11 + 1 = 23$$

#ficaadica

Para saber mais sobre funções recursivas, leia o texto disponível em: [www.inf.ufsc.br/~mauro.roisenberg/ine5403/slides\\_novos/zpdfs\\_ppts/p33recursao.pdf](http://www.inf.ufsc.br/~mauro.roisenberg/ine5403/slides_novos/zpdfs_ppts/p33recursao.pdf) (acesso em: 18 fev. 2020).

Para ajudar a descobrir a solução expressa na linguagem funcional recursiva para a sequência de Fibonacci, preencha, no caderno, uma tabela como a do modelo apresentado a seguir:

OS NÚMEROS DA SEQUÊNCIA DE FIBONACCI		
ORDEM DO TERMO NA SEQUÊNCIA (n)	NÚMERO DA SEQUÊNCIA $f(n)$	ESCRITA EM FUNÇÃO DOS DOIS TERMOS ANTERIORES
0	0	-
1	1	-
2	1	$f(1) + f(0)$
*****	*****	*****

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.



## VAMOS REFLETIR!

Como você pode ver pelo quadro acima, podemos escrever:  $f(0) = 0$ ;  $f(1) = 1$ ;  $f(2) = 1$ , e assim por diante.

1. Como podemos representar  $f(2)$  em função dos dois valores anteriores?
2. E como representar  $f(3)$  usando a mesma ideia, ou seja, fazendo referência aos dois termos anteriores?
3. E para representar o termo geral  $f(x)$ , de quais representações auxiliares precisamos?
4. Qual a forma final de sua função?
5. Compare a função que você elaborou com a de seus colegas. Foram todas iguais?
6. Elabore um texto, reunindo suas descobertas sobre o que você estudou e discutiu coletivamente.

Orientações na página 194.

## PASSO 02

# A MATEMÁTICA DA SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

Vamos, agora, representar graficamente os números da sequência de Fibonacci e explorar as relações matemáticas entre eles.

Para a atividade, você vai precisar de papel quadriculado (ou milimetrado), régua e lápis grafite. Você irá construir, usando a malha do papel quadriculado como base, quadrados cujos lados tenham medidas iguais a cada número da sequência de Fibonacci, excluindo-se o número zero (1, 1, 2, 3, 5, 8, e assim por diante), ou seja, o primeiro quadrado terá lados iguais a uma unidade de medida, assim como o segundo quadrado; o terceiro quadrado terá lados iguais a duas unidades de medida, e assim por diante.

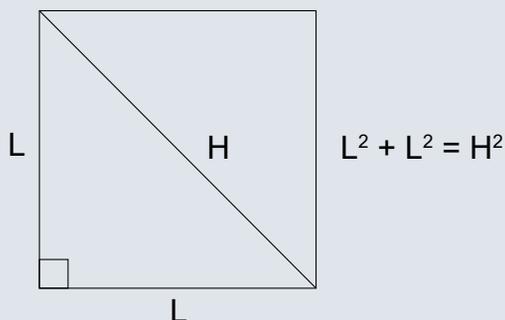
Anote em uma tabela (como a do modelo a seguir), as seguintes informações sobre cada quadrado: a medida de seus lados; seu perímetro; a medida de sua diagonal e sua área. Faça seus registros, considerando a unidade inicial de comprimento do lado do quadrado como L, em vez de 1 cm, por exemplo, o que irá facilitar as generalizações que desejamos que você faça.

Observe que a diagonal será obtida usando-se a relação entre os lados do quadrado e sua diagonal, por meio do Teorema de Pitágoras. Assim, se traçarmos uma diagonal no quadrado, ele será dividido em dois triângulos isósceles e retângulos, com catetos iguais a L e sua diagonal corresponderá à hipotenusa H.

Orientações na página 194.

Produção das autoras

Os elementos do quadrado e o Teorema de Pitágoras



### ELEMENTOS MATEMÁTICOS DOS QUADRADOS DOS NÚMEROS DA SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

QUADRADO	Nº DE FIBONACCI	LADO	PERÍMETRO	DIAGONAL	ÁREA
1	1	L	4L	$1L\sqrt{2}$	$L^2$
2	1	L	4L	$1L\sqrt{2}$	$L^2$
3	2	2L	*****	*****	*****
4	*****	*****	*****	*****	*****
5	*****	*****	*****	*****	*****
6	*****	*****	*****	*****	*****
*****	*****	*****	*****	*****	*****
Termo geral	*****	*****	*****	*****	*****

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

Registre suas principais conclusões acerca das relações entre a medida dos lados do quadrado e as medidas do perímetro e área dos quadrados e discuta seus resultados com seus colegas. Todos conseguiram observar os padrões de preenchimento do quadro, em cada coluna?

Elabore, com a colaboração de colegas, um cartaz para a Exposição, com as principais descobertas da turma. Nesse cartaz, façam ilustrações que ajudem os visitantes a entenderem os dados do quadro anterior: coloque a imagem que se acredita ser do matemático Pitágoras; e inclua curiosidades sobre a escola pitagórica e sobre o Teorema de Pitágoras.

## PASSO 03

# O TEOREMA DE PITÁGORAS E A SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

O estudo da Sequência de Fibonacci tem prosseguido ao longo dos séculos e novos resultados surpreendentes têm sido incorporados aos já acumulados. Vamos tratar de uma dessas descobertas.

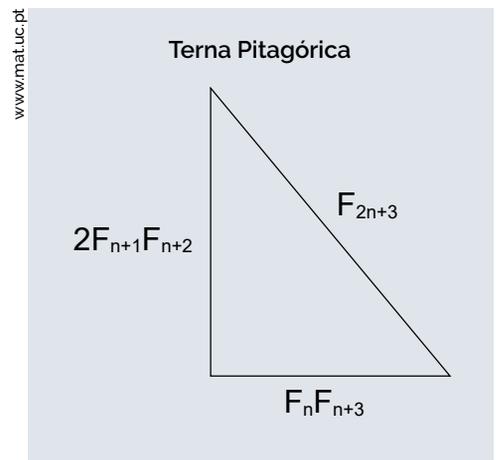
O matemático Charles Raine observou, no ano de 1984, que se multiplicarmos quatro números consecutivos da sequência de Fibonacci, de um modo especial, iremos obter três números que satisfazem a relação do Teorema de Pitágoras, ou seja, teremos uma terna pitagórica.

O procedimento é o seguinte: tomamos os termos  $F_n$ ;  $F_{n+1}$ ;  $F_{n+2}$  e  $F_{n+3}$ ; o produto dos termos extremos,  $F_n$  e  $F_{n+3}$ ; e duas vezes o produto dos termos internos, ou seja,  $2[(F_{n+1}) \times (F_{n+2})]$ , os resultados correspondem às medidas dos comprimentos dos catetos de um triângulo retângulo: um cateto seria  $F_n \times F_{n+3}$ ; o segundo cateto seria  $2[(F_{n+1}) \times (F_{n+2})]$ ; e a hipotenusa seria o termo  $F_{2n+3}$ .

Você pode, agora, verificar essa interessante relação proposta por Charles Raine. Considere os termos da Sequência de Fibonacci: 0; 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55; 89; 144; 233;...

1. Escolha quatro termos consecutivos e verifique se vale a conclusão de Charles Raine. Registre seus cálculos, indicando quais foram os números escolhidos.
2. Tendo em conta a conclusão de Charles Raine, determine as medidas do comprimento dos catetos de um triângulo retângulo, cuja hipotenusa tem comprimento igual ao número de Fibonacci que ocupa a posição de número 29.
3. Qualquer número da Sequência de Fibonacci pode ser hipotenusa de um triângulo retângulo? Como você justifica sua resposta?

Registre suas soluções em um cartaz com curiosidades sobre a relação entre a Sequência de Fibonacci e o Teorema de Pitágoras, para exibição na Exposição.



Orientações na página 195.

## VAMOS PESQUISAR!

Orientações na  
página 195.

Faça um levantamento de qual era o procedimento utilizado pelos “esticadores de cordas” que faziam o traçado da delimitação de terras no antigo Egito e organize material semelhante para apresentação na mostra que será apresentada ao público.

Se possível, entreviste alguém que trabalha com construção civil (pedreiro ou seu auxiliar) e pergunte como são feitas as marcações da base de um cômodo, de modo a garantir que as paredes estão todas “no esquadro” (ou seja, perpendiculares entre si – fazendo um ângulo de  $90^\circ$  graus entre elas).

Elabore um cartaz ou atividade a ser proposta ao público visitante da Exposição, tomando como referência suas descobertas com a realização da pesquisa e da entrevista.

### PASSO 04

## AS DESCOBERTAS DE PITÁGORAS E O MUNDO DA MÚSICA

Orientações na  
página 196.

Você sabia que o nome do matemático Pitágoras também está relacionado ao mundo da música? Essa manifestação artística que faz parte de praticamente todas as culturas humanas do mundo foi formalizada pela primeira vez por Pitágoras, que teria vivido entre os séculos VI e V antes de Cristo.

Pesquisadores da história da Matemática, como Tatiana Roque (2012), afirmam que a filosofia pitagórica se baseava na ideia de que nada poderia ser conhecido pelo homem, sem os números. Para Pitágoras e seus seguidores, “[os] números são a natureza profunda de tudo o que pode ser percebido e mostram o poder de tornar compreensível a ordem e a harmonia do mundo empírico” (ROQUE, 2012, p.111).

De acordo com Contador (2006), Pitágoras teria trabalhado com médias que estudamos no Ensino Fundamental: a Média Aritmética (Simples e Ponderada) e a Média Geométrica (lembra-se de como calculá-las e em que situações aplicá-las?) e, ainda, se dedicado ao estudo da Média Harmônica, através de seus trabalhos relacionados à música.

Para definir sua escala musical, Pitágoras utilizou um instrumento denominado de monocórdio (prancha de madeira com uma única corda), por meio do qual estabeleceu uma conexão entre harmonia musical e Matemática, associando os tons harmônicos fundamentais às ideias de média estudadas por ele.

Tendo chegado aos sete tons fundamentais (dó, ré, mi, fá, sol, lá si – ou C, D, E, F, G, A, B, respectivamente) que coincidiam com a quantidade de planetas que eram conhecidos à época (incluindo na lista o Sol e a Lua, que sabemos hoje que não são planetas), Pitágoras estabeleceu a teoria da harmonia das esferas, defendendo que os planetas produziam música ao percorrerem suas rotas, correspondentes aos tons da escala musical.

Embora a escrita musical como conhecemos hoje só tenha surgido mais de quinze séculos depois, Pitágoras lançou as primeiras sementes do tratamento formal da música, por meio da linguagem matemática.

Com a ajuda de um colega, realize uma pesquisa sobre o instrumento utilizado por Pitágoras (monocórdio) e a divisão da corda, usando as ideias de média estudadas por ele. Registrem suas descobertas em um texto com ilustrações. Não esqueçam de citar as fontes que ambos utilizarem.

Orientações na página 196.

## ESCALA DODECAFÔNICA TEMPERADA

Embora Pitágoras tenha sido o precursor do estudo matemático da música, outros matemáticos e músicos dedicaram-se à mesma tarefa nos séculos seguintes, até chegarmos à escala musical que utilizamos hoje, denominada de escala dodecafônica temperada ou escala cromática. O termo dodecafônica refere-se à quantidade de notas consideradas nessa escala. Se na escala original de Pitágoras as notas eram em número de sete, na cromática, cinco novas notas foram acrescentadas entre as originais, resultando na seguinte escala: Dó, Dó#, Ré, Ré#, Mi, Fã, Fã#, Sol, Sol#, Lá, Lá#, Si, Dó. Entre as notas Ré e Mi temos um tom e entre Mi e Fã, temos um semitom. Vamos conhecer como ela funciona!

A música é efeito sonoro e o som é formado por ondas. O número de ondas repetidas em um determinado intervalo de tempo (vibrações por segundo) é denominado de frequência e sua unidade de medida é o Hertz (Hz). A nota musical Lá, referência na escala cromática, tem frequência de 440 Hz.

A escala cromática é dividida em intervalos de oito notas cada, denominados de oitavas. Cada oitava é constituída por 12 semitons. A frequência da extremidade superior é o dobro da frequência da extremidade inferior, pois quando uma frequência é duplicada, a nota permanece a mesma. Na escala cromática, cada intervalo de meio tom é 1,059 vezes o anterior. Esse valor foi obtido da seguinte forma: de Dó até Dó, 2 para 1, temos doze intervalos. Denominando a frequência inicial de  $f_i$ , segue que:  $f_i \times i^{12} = 2 \times f_i$ , ou seja,  $i^{12} = 2$ , logo  $i = (2)^{1/12} \approx 1,0595$ .

Multiplicando-se a frequência da nota Si (246,9 Hz) por 1,0595 obtemos a frequência da nota Dó (261,63 Hz). Se multiplicarmos a frequência da nota Dó (261,63 Hz) pelo número 1,0595, repetindo o processo doze vezes, voltamos à frequência da nota Dó.

Vamos descobrir as frequências das outras notas da escala. Para isso, preencha um quadro seguindo o modelo apresentado em seguida, da nota Dó até fechar o ciclo novamente em Dó, com as doze notas.

Orientações na página 197.

### FREQUÊNCIAS DA ESCALA CROMÁTICA

Nota musical	Nota musical	Frequência
Dó	C	261,63
Dó#	C#	277,18
Ré	D	293,66
*****	*****	*****
...	*****	*****
Dó	C	261,63

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

Orientações na página 197.

Agora que você já preencheu o quadro, reflita e registre as respostas às seguintes questões:

1. Qual foi o procedimento que você utilizou, repetidamente, para gerar o valor seguinte de cada linha da tabela?
2. Você sabe como denominamos uma sequência numérica obtida do modo como você procedeu para chegar aos valores solicitados?
3. Qual é o primeiro termo da sequência? E o último?
4. Que nome damos ao valor que você utilizou como multiplicador para gerar o valor seguinte?

Orientações na página 198.

## A MÚSICA ELETRÔNICA

A música eletrônica usa um conjunto discreto de frequências e o tom é geralmente definido pelo número MIDI. O valor do número MIDI da nota Lá é 69 e ele aumenta uma unidade para cada semitom temperado igual, o que possibilita uma conversão simples entre frequências e números MIDI (usando 440 Hz como a frequência da nota Lá).

Nesta escala, a frequência  $f$  é definida por uma função exponencial  $s(f)$ . Se a frequência for conhecida, o número da escala é um logaritmo. O número MIDI  $s(f)$  da escala é definido por:  $s(f) = 69 + 12 \cdot \log_2(f/440)$  e o número MIDI da nota Lá igual a 69. Por outro lado, podemos definir a seguinte função exponencial, para determinar as frequências das notas musicais, em Hertz:  $f(s) = 440 \cdot 2^{(s-69)/12}$ .



## VAMOS PESQUISAR!

Orientações na página 198.

Você sabia que o ouvido humano pode detectar sons em uma faixa de 20 Hz a 20.000 Hz? Com a ajuda de um colega, faça um levantamento das capacidades auditivas de outros animais e compare-as com a audição humana. Faça também um levantamento do volume médio, em Hertz, de barulhos do cotidiano (trânsito; motor de avião; buzina de automóveis, dentre outros).

Shutterstock / Krakenimages.com



# ETAPA ②

## EXPLORANDO O PADRÃO MATEMÁTICO DE BELEZA

Vamos explorar agora um pouco mais da relação entre Matemática e Arte, adentrando pelo mundo das artes plásticas, em particular da pintura e desenho. Podemos encontrar facilmente exemplos de pintores que usaram elementos matemáticos em suas obras, como Volpi, Kandinski ou Picasso, em sua fase cubista. Nesses casos, os pintores retratam a relação entre Matemática e Arte de maneira explícita.

No ano de 2013, uma exposição de artistas brasileiros, intitulada *Geometrias sensíveis. Brasil 1950s-1980s*, foi apresentada na *Galeria de Arte Hauser & Wirth*, em Nova York. Pelo título, é fácil perceber que os trabalhos dos artistas brasileiros presentes na Mostra têm uma estreita relação com a Matemática.



Kandinsky. *Black and Violet*. Wassily, 1923.

#ficaadica

Para saber mais sobre a exposição citada, leia o texto divulgado no jornal *Diário do Nordeste*, disponível em: [diariodonordeste.verdesmares.com.br/editorias/2.804/brasileiros-em-exposicao-na-hauser-wirth-em-nova-york-1.435053](http://diariodonordeste.verdesmares.com.br/editorias/2.804/brasileiros-em-exposicao-na-hauser-wirth-em-nova-york-1.435053) (acesso em: 18 fev. 2020).

Orientações na página 199.

### PASSO 05

## CONHECENDO O NÚMERO DE OURO

À época do período conhecido como Renascimento, pintores como Leonardo da Vinci fizeram uso de conhecimentos matemáticos para representar figuras humanas e construções arquitetônicas de modo que elas fossem harmoniosas à nossa percepção. O segredo dessas obras estava contido no Número de Ouro da Matemática.

Há vários números na Matemática que têm nomes especiais, como os **números primos**. Aqui iremos tratar de um que é especial para a Matemática, mas que está presente em outros contextos, um deles, surpreendentemente, é a Sequência de Fibonacci. Como isso é possível?

Quando falamos em harmonia para nossa percepção, pensamos em beleza. Mas sabemos que o conceito de beleza é subjetivo, ou seja, o que é belo para um pode não ser para outro. Nós podemos, porém, verificar a harmonia de proporções entre segmentos através de comparações entre medidas, baseando-nos no Número de Ouro e na definição de secção áurea. Usando essa base de raciocínio, os renascentistas definiram um padrão de beleza conhecido como **padrão áureo**.

Considere um segmento AB de comprimento igual a x unidades. De quantas maneiras podemos dividir este segmento em duas partes (ponto C)?



Se você respondeu que o ponto C pode ocupar infinitas posições entre A e B, você acertou!

Mas, observe que existe uma única posição em que podemos situar o ponto C, de modo que ele divida o segmento AB em dois segmentos proporcionais:



A razão entre as medidas de AB e a parte maior em que o segmento foi dividido (AC) é igual à razão entre as medidas da parte maior (AC) e da parte menor (CB), como indicado em seguida:

$$\frac{\text{Segmento todo}}{\text{Parte maior}} = \frac{\text{Parte maior}}{\text{Parte menor}} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{CB}$$

Esta proporção representa a relação entre os segmentos que formam o todo, em uma divisão que corresponde a uma solução única e particular.

Se fizermos corresponder o segmento menor da proporção a uma unidade de comprimento e o segmento maior denotarmos pela letra a, então o segmento todo terá (1 + a) unidades de comprimento. Considerando a igualdade indicada entre as razões dos segmentos, qual seria a raiz positiva da equação quadrática obtida?

Para responder a essa questão, substituímos as indicações de correspondência sugeridas (ou seja, o segmento todo por (1 + a); a parte maior por a e a parte menor por 1, na proporção dada) e resolvemos a equação resultante, usando a fórmula de Bháskara. Em razão do contexto, desprezamos o valor da raiz negativa, já que a atividade envolve medidas de segmentos e consideramos apenas o valor da raiz positiva.

Representado pela letra grega (fi)  $\Phi$ , o número irracional positivo que você obteve como solução da equação, é denominado **Número de Ouro** (ou **Número Áureo**) da Matemática. No caso, a proporção pode ser representada com a notação sugerida, do seguinte modo:

$$\frac{(1 + a)}{a} = \frac{a}{1}$$

Assim, fazendo-se o produto dos extremos pelos meios, segue a relação:  $1 + a = a^2$ , ou seja:  $a^2 - a - 1 = 0$ , e as raízes dessa equação são iguais a: -0,618033 e 1,618033. Esse último valor é considerado o Número de Ouro da Matemática.

E qual a relação do Número de Ouro com a Sequência de Fibonacci?

Descubra preenchendo, no caderno, o quadro a seguir, com os números solicitados da Sequência de Fibonacci. Escolha dois termos consecutivos, do co-

meço da Sequência, e outros pares de termos que estejam em posições avançadas (quanto maiores forem os valores dos pares consecutivos de termos, mais interessante será o resultado).

### QUOCIENTE DE DOIS TERMOS CONSECUTIVOS DA SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

Termo n	Termo n + 1	$n / (n + 1)$
*****	*****	*****
*****	*****	*****

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

1. O que você conclui ao observar os resultados apresentados na última coluna?
2. Qual a relação que você pode estabelecer entre seu resultado e o Número Áureo?
3. Sistematize suas respostas em um texto que servirá para ilustrar cartazes relacionados à Sequência de Fibonacci, para apresentação na Exposição.

Orientações na página 199.

## PASSO 06

### A BELEZA TRADUZIDA EM NÚMEROS

Seria possível pensarmos de maneira racional sobre a ideia de beleza, se a beleza está nos olhos de quem vê? E podemos captar matematicamente essa ideia ou representá-la por meio de um número? Você descobrirá a resposta a essas indagações, em seguida.

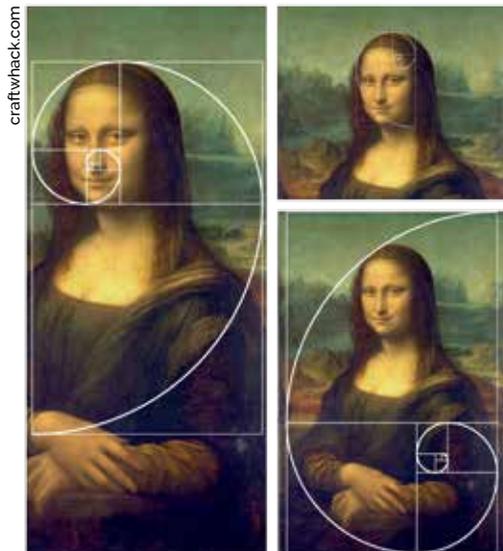
#### IDENTIFICANDO O PADRÃO ÁUREO DE BELEZA

Os gregos tinham conhecimento do Número Áureo e da secção áurea (não com estes nomes) e os utilizavam na construção de edificações e estátuas, obtendo obras com proporções que denominavam de "divinas". Uma das mais conhecidas obras da antiga arquitetura grega é o *Parthenon*, uma importante construção histórica muito visitada por turistas, situada na cidade de Atenas, na Grécia.

O desenho de sua fachada pode ser inscrito em um retângulo áureo, cuja razão entre a base (b) e a altura (h) aproxima-se do Número Áureo, ou seja,  $b/h \approx \Phi$ . O retângulo áureo é tido como uma figura que possui uma das mais agradáveis formas aos olhos do homem.



Parthenon, cidade de Atenas - Grécia.



Leonardo da Vinci. *Monalisa*, 1503-1506.

Os retângulos áureos e as proporções de ouro estão presentes em pinturas, desenhos e esculturas de grandes gênios das artes, como Leonardo da Vinci. Para sabermos se uma imagem se enquadra no padrão áureo de beleza grega, é necessário fazer algumas medições e cálculos simples.

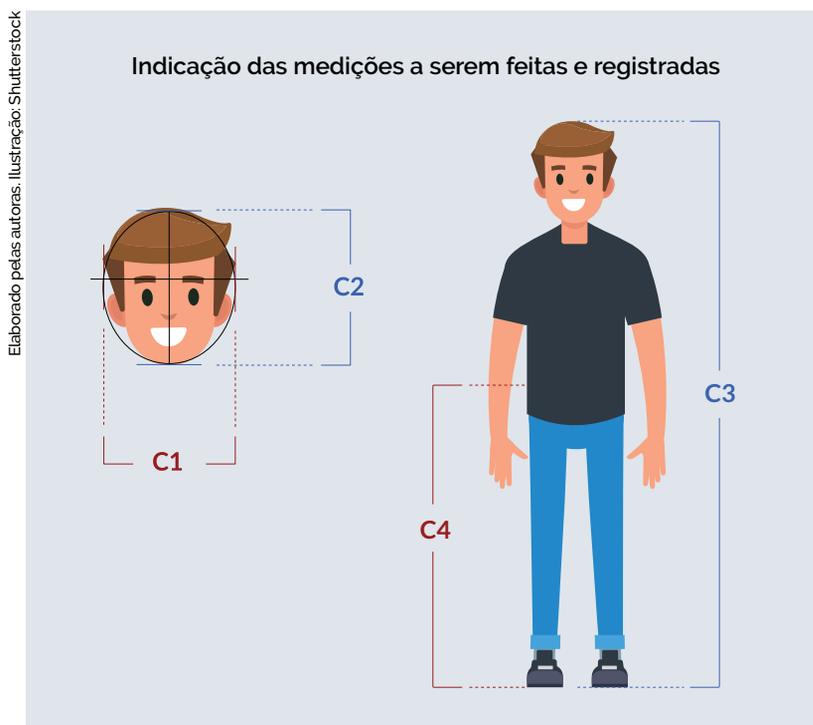
Na determinação da harmonia do corpo, verificamos se a razão entre a altura total e o comprimento, medindo do umbigo até o chão, aproxima-se do número áureo. Para identificarmos se um rosto tem o padrão de beleza áureo, verificamos se a razão entre a altura da cabeça e sua largura aproxima-se do número áureo.

## VAMOS PESQUISAR!

Orientações na página 199.

Usando uma imagem da *Monalisa*, de Leonardo da Vinci, realize as medidas indicadas na figura a seguir e preencha, no caderno, o quadro de razão de medidas.

Quanto mais próximo do número áureo for o resultado, mais próximo do padrão de beleza áurea a imagem estará!



## QUADRO DE RAZÃO DE MEDIDAS: PADRÃO DE BELEZA ÁUREA

DIMENSÃO	MEDIDA (em cm)	RAZÃO
C1	*****	C2/C1
C2	*****	
C3	*****	C3/C4
C4	*****	

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

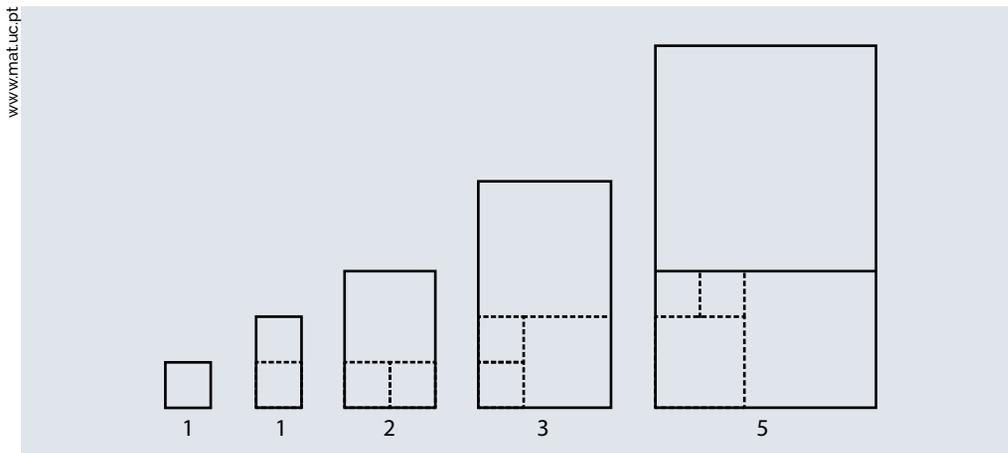
### PASSO 07

## A SEQUÊNCIA DE FIBONACCI, A RELAÇÃO ÁUREA E O NÚMERO DE OURO NA NATUREZA E NO COTIDIANO

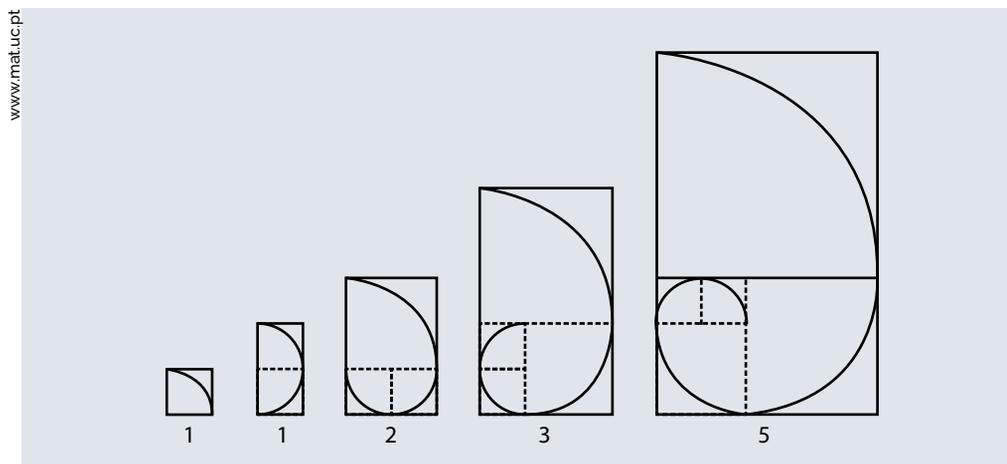
A relação áurea foi bastante prestigiada no universo da Arte e da Arquitetura de gregos antigos e de artistas do Renascimento. Mas ela só pode ser associada a esses contextos?

### ANALISANDO ESPIRAIS NA NATUREZA

Observe a sequência de retângulos obtidos pela junção de quadrados, apresentados em seguida, e identifique a regra que está sendo usada para gerar o próximo elemento da sequência. Registre-a e compare sua descrição com a apresentada por seus colegas.



Considerando a mesma seqüência de retângulos, observe agora como ela foi utilizada para a geração de uma espiral. Como você descreveria o procedimento utilizado? Em que posição devemos colocar a ponta seca de um compasso, considerando a seqüência de figuras, e qual a medida do raio de cada novo arco traçado?



A espiral gerada nesse processo é denominada de Espiral de Fibonacci. Ela expressa movimento, uma vez que se prolonga até ao infinito. Essa espiral pode ser observada em muitos elementos da natureza, como nos exemplos abaixo:



Sementes de girassol.



Nautilus, concha do mar.

Orientações na página 200.

Faça um levantamento na Internet de outros elementos da natureza que podem ser associados à relação áurea. Registre suas descobertas em um relatório ou cartaz, para socializar com os colegas. Em sua apresentação, se possível, leve para a sala de aula uma mostra dos elementos que identificar em sua pesquisa, para que eles sejam explorados por todos.

### A RELAÇÃO ÁUREA NOS QUASICRISTAIS

No ano de 2011 o Prêmio Nobel de Química foi conferido ao pesquisador israelense Daniel Shechtman por sua descoberta, no ano de 1982, de uma nova classe de sólidos, diferentes dos cristais, denominados de **quasicristais**. O novo tipo de sólido descoberto por Daniel possui uma característica surpreendente: as distâncias entre seus átomos estão relacionadas à Sequência de Fibonacci, o que torna previsível a or-

dem como eles estão organizados em um **quasicristal**. De acordo com Caracelli (2011), desde sua descoberta, foram sintetizados centenas de quasicristais, mas apenas no ano 2009 foi descoberto um quasicristal natural, que foi batizado de **icosaedrita**.

Segundo Caracelli (2011, p.10), "apesar de serem muito duros, os quasicristais podem fraturar-se facilmente como o vidro. Além disso, devido à sua estrutura atômica única, esses sólidos são maus condutores de calor e eletricidade e têm superfícies não aderentes". Inúmeros tipos de quasicristais que já foram sintetizados fazem parte da estrutura de materiais que usamos nas mais diversas aplicações: lâminas de barbear; agulhas cirúrgicas para olhos; superfícies antiaderentes; diodos emissores de luz (LED) e em isolantes térmicos de motores (CARACELLI, 2011).

## VAMOS PESQUISAR!

A estrutura dos cristais tem fascinado a humanidade ao longo dos tempos e você pode conhecer um pouco dessa história, lendo sobre o tema no texto *Cristalografia e aplicações: no íntimo da matéria*, disponível em: [www.iycr2014.org/...data/assets/pdf\\_file/0011/98309/Cristalografia-e-aplicacoes\\_no-intimo-da-materia\\_final-2.pdf](http://www.iycr2014.org/...data/assets/pdf_file/0011/98309/Cristalografia-e-aplicacoes_no-intimo-da-materia_final-2.pdf) (acesso em: 18 fev. 2020).

Depois de ler sobre o tema no texto indicado, elabore uma Linha de Tempo, relacionando datas e acontecimentos que marcaram a história da relação do homem com os cristais. Há muitos recursos disponíveis na Internet.

Orientações na página 200.

### PASSO 08

## A BELEZA DAS ANAMORFOSES

A beleza é um conceito cultural e nem sempre está associada ao que vemos quando olhamos diretamente para alguma pessoa, lugar ou objeto. Muitas vezes ela se revela apenas quando adotamos a perspectiva adequada. Vamos ver como isso funciona?

### ANAMORFOSES NO MUNDO DA ARTE E NA PROPAGANDA

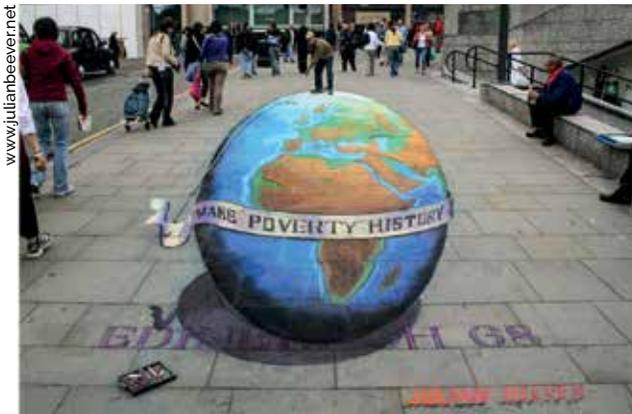
Em atividades realizadas em passos anteriores, tratamos da relação entre a Matemática e o padrão de beleza grego, conhecido como beleza áurea. Como informamos anteriormente, artistas renascentistas, como Leonardo da Vinci, buscavam expressar a perfeição das formas em seus trabalhos. Porém, muitas obras de arte exibem a perfeição de modo indireto. Um bom exemplo disso são as anamorfoses. Você já ouviu falar delas?

As **anamorfoses** são conhecidas desde o século XVII, mas, atualmente, têm sido bastante utilizadas por empresas de propaganda e por artistas de rua. As anamorfoses são figuras produzidas a partir da deformação feita em uma imagem, considerando-se uma superfície refletora ou a observação da figura deformada a partir de uma determinada posição, provocando um efeito inesperado.

Veja os exemplos desse tipo de arte nas imagens a seguir. Na primeira, está a imagem como você vê posicionando-se de modo adequado. Observe que o artista parece ser bem pequeno e, ainda, que está de pé sobre a esfera que representa o globo terrestre.

Orientações na página 200.

Na segunda imagem, podemos ver a forma real da anamorfose desenhada pelo artista. Vista de outro ângulo, percebemos a deformação feita no globo terrestre, necessária para produzir o efeito desejado.



Anamorfose do globo terrestre.



A anamorfose do globo terrestre, vista de outro ângulo.

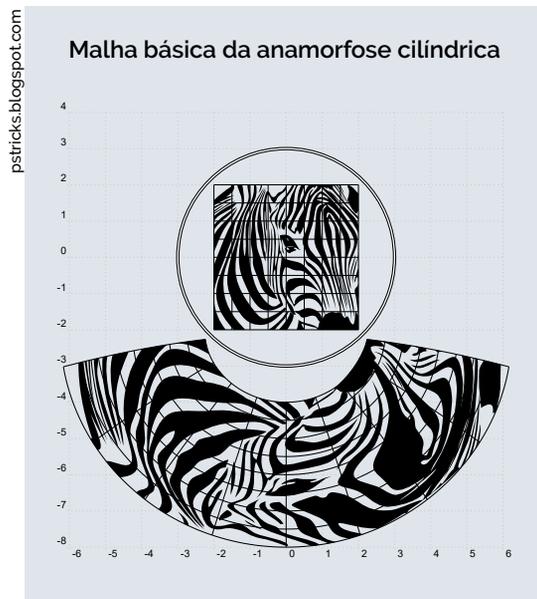
Esse tipo de anamorfose é conhecido como anamorfose linear, pois seu traçado é feito a partir de linhas retas que convergem para o ponto de observação ideal, sendo mais utilizada nas artes de rua e em propagandas, como as que são colocadas ao lado das traves laterais do gol, em estádios de futebol. Você pensa que as placas de propaganda estão realmente de pé, até que um jogador caminha sobre ela.

O tipo mais antigo e conhecido de anamorfose é a anamorfose cilíndrica, que tem essa denominação porque a deformação da imagem é corrigida por uma superfície refletora na forma de um cilindro.

#ficaadica

Veja belos exemplos de anamorfozes desse tipo no endereço abaixo:

[www.boredpanda.com/anamorphic-cylinder-art/?utm\\_source=google&utm\\_medium=organic&utm\\_campaign=organic](http://www.boredpanda.com/anamorphic-cylinder-art/?utm_source=google&utm_medium=organic&utm_campaign=organic) (acesso em: 18 fev. 2020).



A malha base para o traçado de anamorfozes cilíndricas é feita com círculos concêntricos desenhados a uma mesma distância entre eles, sendo o menor (central) com o mesmo diâmetro do tubo espelhado, que será usado para correção da imagem.

A anamorfose é feita transferindo-se os elementos de cada quadrado da malha quadriculada (como as manchas da zebra, na figura ao lado), para as casas correspondentes na malha deformada. Recomenda-se que as primeiras anamorfozes produzidas sejam bem simples, podendo ser feitas apenas colorindo-se regiões específicas da malha deformada. A malha deformada será corrigida no cilindro e ficará

como na imagem da página a seguir, ou seja, a imagem volta à forma original no cilindro, desfazendo-se a transformação feita nela por meio do uso da malha de

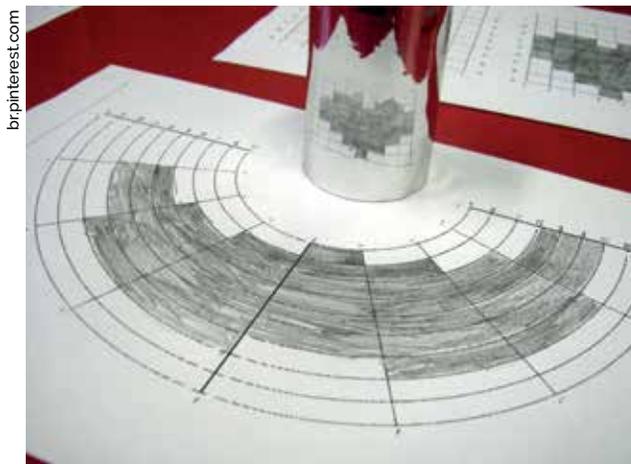
círculos concêntricos. O formato da malha, assim como as técnicas de produção das anamorfoses, dependerá do objeto usado para sua correção.

Como objeto para corrigir a imagem, você pode usar um copo plástico cilíndrico espelhado (pode ser encontrado em lojas que vendem utilidades domésticas), ou um cilindro de cartolina revestido com laminado espelhado (que se usa na confecção de calendários ou para revestir vidros de janelas).

## VAMOS REFLETIR!

Os chineses desenhavam as anamorfoses no papel, guiando-se pela imagem refletida no cilindro, o que é bem mais difícil. Esse pode ser um desafio interessante: traçar uma anamorfose, guiando-se pela imagem que vai sendo produzida no cilindro. Para facilitar, comece por problemas mais simples: tentar desenhar letras como o M ou o J, guiando-se pela imagem refletida no cilindro.

Que letras maiúsculas seriam mais difíceis de obter desse modo e, por quê? Registre suas descobertas em um relatório ou fichário.



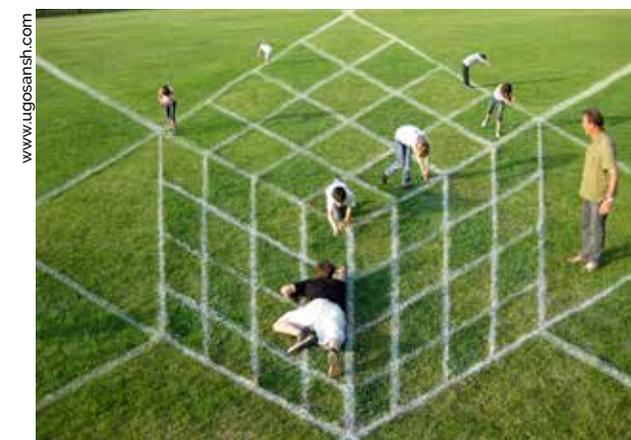
Anamorfose cilíndrica simples de um coração.

Orientações na página 201.

## FAZENDO SUA PRÓPRIA ANAMORFOSE

Escolha uma figura simples e, seguindo as indicações dadas no texto, trace uma anamorfose para ser exibida na Exposição. Você pode fazer uma anamorfose cilíndrica ou linear. Observe, na imagem ao lado, um exemplo de anamorfose linear relativamente simples de ser obtida.

Observe que, apesar de as pessoas serem relativamente do mesmo tamanho, algumas parecem ser bem menores. Esse efeito foi obtido porque o desenho com o qual elas estão interagindo é uma anamorfose linear, na qual está representado um cubo. No traçado de anamorfoses lineares você usa conhecimentos de Geometria Projetiva.



Anamorfose linear de um cubo.

Orientações na página 201.

#ficaadica

Para saber mais sobre Anamorfoses e Geometria Projetiva, leia o texto disponível em: [www.umlivroaberto.org/BookCloud/Volume\\_1/master/view/GE301-4.html](http://www.umlivroaberto.org/BookCloud/Volume_1/master/view/GE301-4.html) (acesso em: 18 fev. 2020). No texto você vai encontrar, também, dicas sobre como fazer Anamorfoses lineares.

## VAMOS PESQUISAR!

Para ampliar sua compreensão sobre aplicações da anamorfose, faça uma pesquisa sobre anamorfose geográfica, registrando suas descobertas em um cartaz para a Exposição.

# ETAPA ③

## EXPOSIÇÃO "MATEMÁTICA E ARTE: PONTOS DE INTERSECÇÃO"

Chegamos à última Etapa do Projeto! Ela é constituída por dois momentos distintos. No primeiro momento, você e seus colegas irão pensar e discutir sobre os detalhes dos preparativos da Exposição proposta como Produto final. No segundo momento, você participará da organização da Exposição e irá receber os convidados. Vamos aos momentos finais!

Esse último momento é dedicado à organização do Produto final do Projeto: uma Exposição das produções desenvolvidas ao longo das atividades propostas, para as demais turmas da escola e para a comunidade em geral.

Orientações na  
página 202.

### PASSO 09

## ORGANIZANDO A EXPOSIÇÃO MATEMÁTICA E ARTE

Você foi orientado, sempre que concluída uma atividade, a sistematizar suas descobertas em textos, quadros, tabelas e cartazes. Reúna sua produção com a dos colegas e definam o material que será apresentado na Exposição. Se necessário, você e seus colegas podem incluir dados ausentes, produzir materiais complementares ou revisar o que já foi feito. É importante que o material atraia a atenção do público visitante.

A turma deverá se dividir em grupos e cada grupo assumirá a responsabilidade pela organização de algum elemento da Exposição. Para isso, é preciso pensar em alguns pontos que ajudarão a definir as equipes e suas tarefas:

1. Qual será o espaço físico destinado à Exposição? Como ele será organizado?
2. Em que locais os cartazes serão afixados? Que material será preciso para isso?
3. Serão apresentados desafios ou *kits* interativos para os visitantes explorarem? Como eles serão expostos?
4. Os cartazes explicativos estão prontos? Falta ainda elaborar algum material?
5. Foi produzido material de divulgação do evento, contendo local, horário e programação? Quais os canais que serão utilizados para divulgação do evento?
6. Como será organizada a equipe de monitores que acompanharão os visitantes?

Reflitam coletivamente se todos os aspectos importantes do processo de organização do Produto final foram contemplados na lista apresentada, ou se faltou indicar mais algum item.

Na organização da área em que ocorrerá a Exposição é importante pensar no espaço de circulação, condições de iluminação e ventilação, além dos aspectos relativos à acessibilidade. No dia anterior ao da realização da Exposição, organizem todo o material necessário. Se possível, já coloquem cartazes, cadeiras e mesas de que forem precisar na Exposição, nos devidos lugares.

## PASSO 10

# A EXPOSIÇÃO PARA O PÚBLICO

Orientações na  
página 203.

Chegou o dia da Exposição!

Percorra com os visitantes um roteiro de exploração da Exposição, pensando na sequência de ideias que foram trabalhadas nas Atividades, de modo que as pessoas possam conhecê-las na mesma ordem que você e seus colegas seguiram no Projeto.

Os cartazes explicativos elaborados por você e seus parceiros ajudarão no momento de dialogar com os visitantes. Se necessário, forneça informações complementares, oralmente. Você pode dispor de pequenos textos impressos para ajudar a lembrar das informações que deseja comunicar.

Prestigie os trabalhos produzidos pelos colegas das outras turmas, pois uma produção coletiva é sempre mais rica do que qualquer produção individual. Não deixe de cumprir sua parte nas tarefas que foram divididas e combinadas para cada grupo. O sucesso da Exposição depende do esforço e compromisso de cada um.

Registre com fotos a participação da comunidade, para divulgação posterior em painéis e murais da escola. Providencie um livro de registros de presença dos visitantes, no qual eles possam indicar, além do nome, suas impressões sobre a Exposição.

Finalmente, mas não menos importante, procure aproveitar a experiência e divirta-se!



# AVALIANDO O PROJETO

Orientações na página 203.

Terminado o Projeto, o momento agora é de avaliação. Você e seu grupo estão convidados a conversar, refletir e responder às questões que estão apresentadas a seguir. É o momento de avaliar o desenvolvimento do Projeto e a atuação de vocês no mesmo, destacando as aprendizagens desenvolvidas de forma diferenciada e os impactos que o Projeto trouxe à vida, à escola e à comunidade.

## O TEMA DO PROJETO

- Você e seu grupo gostaram do tema do Projeto? Acharam que ele foi relevante para a escola e para a comunidade?
- Em que esse tema pode contribuir para mudar a sua realidade e a da sua escola e comunidade?

## O DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

- Quais foram as Etapas e Passos que vocês consideraram mais interessantes? Tiveram dificuldades em alguns? Por quê? Como superaram?
- Destaquem as aprendizagens mais significativas. O que este projeto acrescentou de conhecimentos para o grupo?
- O grupo conseguiu entender e desenvolver as competências e habilidades da BNCC?

## A PARTICIPAÇÃO DO GRUPO NO PROJETO

- Houve envolvimento de todos os integrantes do grupo durante o desenvolvimento do Projeto?
- Que dificuldades enfrentaram e que estratégias adotaram para superá-las?

- Você e seu grupo entenderam a importância de o Projeto ser trabalhado não como disciplinas isoladas, mas fazendo a integração entre várias áreas do conhecimento?
- Quais sugestões vocês podem apresentar para a melhoria do Projeto?

## O PRODUTO FINAL

- Vocês tiveram êxito ao final do Projeto? Deu certo tudo que estava previsto ou vocês tiveram que fazer alguma mudança ou adequação?
- Quais os benefícios do Projeto e do Produto final para a sua formação no Ensino Médio?
- Pode-se afirmar que vocês, estudantes, foram protagonistas do processo?

## A PARTICIPAÇÃO DA COMUNIDADE

- Em quais momentos a comunidade participou do Projeto?
- Houve adesão da comunidade no momento do Produto final?
- Destaquem os benefícios do Projeto para a escola e para a comunidade.

## AUTOAVALIAÇÃO

- Como você avalia a sua participação no Projeto? De que formas você se envolveu?
- Quais aprendizagens você desenvolveu no trabalho colaborativo? Você enfrentou dificuldades para se integrar ao grupo? Como você as superou?
- Como você avalia o conhecimento adquirido por você no Projeto? Foi significativo para a sua vida?
- Você recomendaria esse modo inovador de estudar a outros colegas? Por quê?
- Com base na sua experiência no Projeto, escreva um texto apontando os pontos positivos e negativos do Projeto e depois converse com o professor.

## REFERÊNCIAS

CARACELLI, I. Nobel em Química 2011: Descoberta dos Quasicristais, uma Nova Classe de Sólidos. **Química Nova na Escola**. Vol. 33, N° 4, Novembro 2011. Disponível em: <[http://qnesc.sbq.org.br/online/qnesc33\\_4/206-AQ-8911.pdf](http://qnesc.sbq.org.br/online/qnesc33_4/206-AQ-8911.pdf)>. Acesso em: 08 fev. 2020.

*Nesse texto você irá encontrar informações referentes à história da relação do homem com os cristais e discussões acerca do futuro da relação da humanidade com a natureza e das pesquisas relacionadas ao estudo dos Quasicristais. O autor apresenta promissores campos de aplicação desse material e a importância de serem feitos investimentos em estudos na área.*

CONTADOR, P.R.M. **Matemática**: uma breve história. Vol. I. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

*O volume I da coleção sobre História da Matemática, de autoria de Contador, trata das descobertas mais primitivas do homem relacionadas aos números e sistemas numéricos e da evolução de conceitos matemáticos ao longo do tempo, até o fim do período medieval. Dois outros volumes do mesmo autor tratam de períodos posteriores, até a atualidade. Conhecer a história da Matemática nos ajuda a compreender a evolução do pensamento científico e tecnológico da humanidade.*

ROQUE, T. **História da Matemática**: uma visão crítica. Desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

*Nesse texto sobre História da Matemática, a autora apresenta uma visão que busca superar a ideia de que a Matemática é única e universal e uma área de conhecimento acessível a poucas pessoas. Para isto, argumenta sobre a existência simultânea de várias matemáticas praticadas por diferentes povos, desde a antiga Mesopotâmia até a atualidade.*

## REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

ABDOUNUR, O. J. **Matemática e música**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

*Neste livro o autor apresenta elementos da história, explicações e exemplos que ajudam o leitor a compreender as ligações entre Matemática e Música, desde a Antiguidade.*

FAINGUELERNT, E. K.; NUNES, K. R. A. **Fazendo arte com a matemática**. Porto alegre: Penso, 2015.

*As autoras tratam nesse livro das contribuições que o diálogo entre Matemática e Arte trouxeram para a evolução de povos e culturas, ao longo do tempo, com exemplos baseados em obras de artes plásticas.*

ZALESKI FILHO, D. **Matemática e Arte**. São Paulo: Autêntica, 2013.

*Esse livro contém uma viagem através da História da Matemática e da História da Arte, destacando os benefícios da ligação entre elas, por meio de argumentos baseados na revolução eletroeletrônica do século XXI e em obras de pintores como Pablo Picasso e Mondrian.*

ZAHN, M. **Sequência de Fibonacci e o número de ouro**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2011.

*O autor convida para um mergulho em um livro que conecta Matemática, História, Artes e Ciências da Natureza, usando como fio condutor a Sequência de Fibonacci e o Número de Ouro, ampliando nossa visão sobre a relação entre essas áreas.*

PROJETO 2

# EMPREENDENDO COM A MATEMÁTICA

TEMA INTEGRADOR: PROTAGONISMO JUVENIL



1+6

# CONHECENDO O PROJETO

Orientações na  
página 205.

A Matemática está presente na organização das empresas e saber como isso ocorre é muito importante para que nos preocupemos em dominar diversos conceitos matemáticos, para construirmos oportunidades profissionais cada vez mais amplas.

Na atualidade, com o avanço da tecnologia, verifica-se uma mudança crescente no mundo do trabalho. Nesse novo panorama, cada vez mais o jovem está sendo chamado a empreender, a atuar no mundo das organizações e dos negócios como protagonista da sua própria vida, evidenciando o fenômeno contemporâneo do empreendedorismo jovem. Cada vez mais os jovens investem em novos negócios, seja por necessidade ou por oportunidade.

Para o jovem brasileiro com diferentes situações econômicas, o empreendedorismo nada mais é do que uma maneira de transformar realidades adversas em conquistas concretas. Essa realidade tem crescido nas diferentes áreas de atuação profissional. Se considerarmos os mais jovens (18 a 24 anos), também é expressivo o percentual de brasileiros empreendedores, envolvidos com a criação de novas empresas.

Por isso, a formação empreendedora do jovem torna-se relevante não somente como instrumento de empregabilidade, mas também de desenvolvimento econômico da sua comunidade e, por extensão, de toda a sociedade.

Neste Projeto, temos um convite para você: aprender como a Matemática pode ajudar no desenvolvimento de pequenos negócios. Isso vai propiciar uma base sólida de conhecimentos de Matemática para você, jovem estudante, tendo em vista seu potencial para protagonizar um empreendimento na sociedade.

Para que isso aconteça, o Projeto que lhe está sendo apresentado tem características bem específicas. Seus objetivos não se dirigem para uma aprendizagem da Matemática, por meio das aulas específicas a que você assiste e que são importantes para a sua formação. Com o apoio do seu professor, este Projeto inovador aponta objetivos claros para que você, através deles, exerça o seu protagonismo, para que você seja o agente transformador da sua própria vida. O Projeto vai se concentrar no estudo de diversos tipos de empreendedorismo no Brasil, na descoberta de estratégias e práticas empreendedoras, mobilizando aplicações da Matemática financeira.

O Projeto, por meio das suas Etapas e seus Passos, organiza-se na direção de um Produto final, no caso, um Ciclo de Palestras. Para sua preparação, é importante visitar empresas em sua comunidade e formar parceria com elas, para obter informações técnicas que garantem a sustentabilidade empresarial e a qualidade dos produtos das empresas parceiras. Esses resultados poderão ser apresentados e discutidos com todos da sua turma, com os demais alunos da escola, com os representantes das empresas visitadas e com pessoas da comunidade.

Por fim, faz-se necessária uma avaliação do seu desempenho e dos demais colegas sobre o aproveitamento que tiveram ao participar desse Projeto, o que será de utilidade para identificar o quanto a Matemática é útil para a vida, especialmente para seu futuro como um possível empreendedor.

Orientações na  
página 206.

# OBJETIVOS A SEREM DESENVOLVIDOS

- 1 Estudar o conceito de empreendedorismo numa perspectiva social e diversificada, focada na resolução de problemas e produção de bens e serviços que beneficiem a sociedade local e global.
- 2 Conhecer práticas empreendedoras, reconhecendo nelas a importância e o uso de conhecimentos matemáticos.
- 3 Compartilhar experiências sobre os conhecimentos desenvolvidos no Projeto, por meio de um Ciclo de Palestras, no qual os estudantes assumem o papel protagonista.

# COMPETÊNCIAS E HABILIDADES QUE SERÃO TRABALHADAS

Orientações na  
página 206.

Os objetivos deste Projeto estão associados às Competências e Habilidades da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), para a área de Matemática e suas Tecnologias, etapa do Ensino Médio, como você pode ver a seguir:

## COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DA BNCC QUE SERÃO TRABALHADAS NO PROJETO

OBJETIVOS	COMPETÊNCIAS GERAIS	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS	HABILIDADES
1	7 e 8	1, 2 e 3	EM13MAT104 EM13MAT202 EM13MAT203
2	4, e 7	1 e 2	EM13MAT301 EM13MAT203
3	3 e 7	4	EM13MAT406

Fonte: elaborada pelas autoras com base na BNCC (2018).

As competências e habilidades citadas podem ser consultadas por você nas páginas 7 e 8 deste livro.

O **OBJETIVO 1** do projeto é o mais amplo e complexo e perpassa todas as suas Etapas. Está relacionado ao desenvolvimento das Competências Gerais 7 e 8 da BNCC (BRASIL, 2018), por meio de ações propostas que visam possibilitar a elaboração de explicações sobre a realidade na qual você está inserido, ajudando-o a pensar nos problemas nela presentes, como parte da solução. Para isso, é fundamental conhecer-se e conhecer os outros, refletindo sobre valores e práticas sociais.

Para alcançarmos o **OBJETIVO 2**, relacionado em especial às competências gerais 4 e 7 da BNCC, serão vivenciadas ações que envolvem a investigação de fenômenos envolvendo variáveis econômicas, o uso crítico de conhecimentos matemáticos e

a discussão e socialização de percepções sobre as relações estudadas. Você será convidado a discutir sobre relações entre variáveis, construir modelos, analisar tabelas e gráficos e a fazer generalizações usando o raciocínio lógico-matemático.

O **OBJETIVO 3** está diretamente relacionado ao Produto final, constituído por um Ciclo de Palesstras protagonizado por você e seus colegas e aberto à comunidade escolar e à comunidade em geral. Articula as competências gerais 3 e 7 da BNCC, envolvendo o uso do conhecimento desenvolvido ao longo do Projeto, o que o ajudará a participar de práticas diversas de produção cultural e argumentar de modo fundamentado.

# JUSTIFICATIVA

Na medida em que a sociedade está sendo provocada a buscar novos caminhos que gerem economia na atuação do próprio homem, a Matemática vem se tornando uma ferramenta necessária para esse novo tempo, habilitando a desenvolver conhecimentos que nos empreendam a resolver problemas relacionados ao mundo do trabalho e gerando empregabilidade.

Para que uma empresa seja bem-sucedida, ela precisa ter controle dos gastos, dos recursos, dos investimentos, do pessoal e, acima de tudo, das entradas e saídas financeiras, pois somente assim terá uma melhor compreensão do seu presente e também uma melhor perspectiva de futuro.

Entender a presença da Matemática no empreendedorismo é torná-la ferramenta para ações significativas que levam em conta sua base cognitiva, emocional e social. É transformar sua ação junto à comunidade em um exercício de cidadania e de aprendizagem.

O conhecimento matemático fundamenta a linguagem financeira, que remete à possibilidade de transformar ideia em negócio, facilitando a iniciativa de quem deseja ser autônomo no mundo do trabalho. Prepara, também, para intervenções com ideias inovadoras nas empresas, quer se atue como funcionário ou consultor. Assim, neste Projeto, convidamos você a estudar a aplicação da Matemática no contexto financeiro e empreendedor.

Os jovens podem fazer a diferença nos processos de melhoria de sua comunidade!

# PRODUTO FINAL

Como Produto final deste Projeto você e seus colegas irão organizar um **Ciclo de Palestras**, no qual promoverão a socialização do que aprenderam ao longo do processo com outros estudantes da escola e com a comunidade. Vocês serão protagonistas de uma ação que poderá contar, também, com a participação de profissionais que atuam como pesquisadores em instituições públicas ou de apoio a pequenas e médias empresas.

É fundamental que você e seus colegas estruturem alguns temas que poderão ser abordados nas palestras, ao longo do desenvolvimento das Etapas, ampliando leituras e aprofundando conhecimentos.

A etapa de organização e divisão de tarefas para o Ciclo de Palestras é essencial e precisa ser assumida com empenho e responsabilidade por todos, para que bons resultados sejam alcançados. Embora o protagonismo no processo seja de vocês, estudantes, é importante contar com o apoio da direção e de outros profissionais que atuam na escola, além de seu professor, bem como de membros da comunidade que estiverem dispostos a colaborar, dividindo com os participantes do evento suas experiências relacionadas aos temas abordados no Projeto.

# DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

Orientações na  
página 208.

## ETAPA 1 3 PASSOS

### CONVERSANDO SOBRE EMPREENDEDORISMO

Nesta Etapa, você conhecerá conceitos básicos sobre empreendedorismo e a relação entre o empreendedorismo e conteúdos matemáticos diversos. Para isso, terá contato com a definição de empreendedorismo, com as características do empreendedor, com os tipos de empreendedorismo, em especial, o empreendedorismo sustentável. E, por fim, compreenderá o que constitui o orçamento de uma empresa. Desmistificaremos as ideias mais complexas, associando orçamento familiar e orçamento empresarial.

## ETAPA 2 4 PASSOS

### PRÁTICAS EMPREENDEDORAS PARA TRANSFORMAR PEQUENOS NEGÓCIOS EM SUSTENTÁVEIS

Nesta Etapa, você estudará sobre a relação entre conceitos de Matemática Financeira e o desenvolvimento de empreendimentos. Estratégias de gestão financeira e de marketing serão usadas como ponte para a compreensão da Matemática no contexto organizacional. Você aprenderá como reconhecer os pontos fracos dos empreendimentos e, por meio de estratégias empreendedoras, transformá-los em novas oportunidades de negócios, o que pode ocorrer, em alguns casos, por mudanças relativamente simples. Neste momento, você também irá estudar ações empreendedoras, como estabelecer metas para os empreendimentos, construir bons relacionamentos (parcerias) e gerar confiança, principalmente para os clientes.

## ETAPA 3 3 PASSOS

### CICLO DE PALESTRAS: COMPARTILHANDO EXPERIÊNCIAS

A Etapa final do Projeto consiste na organização de um Ciclo de Palestras relacionadas aos conhecimentos que você adquiriu sobre empreendedorismo, organização de finanças e consumo crítico, dirigidas a outros estudantes da escola e à comunidade em geral.

Nesta Etapa você e seus colegas irão atuar de forma protagonista, socializando seus conhecimentos e promovendo discussões que podem ajudar a melhorar a vida dos membros da comunidade do entorno da escola. Você e seus colegas definirão a estrutura do Ciclo de palestras e as estratégias de divulgação do evento. Ao final, você será convidado a refletir sobre o desenvolvimento do evento e das aprendizagens obtidas, assim como sobre sua participação e envolvimento em todo o Projeto.

# ETAPA ①

## CONVERSANDO SOBRE EMPREENDEDORISMO

A palavra empreendedor em dicionários é definida por meio da associação do termo à pessoa que realiza coisas extraordinárias ou incomuns, que é decidida, dinâmica, criativa e arrojada.

O empreendedorismo teria, então, uma conotação geral que serve para falar de pessoas que trazem para si a responsabilidade de realizar, de transformar a realidade. O empreendedorismo deve ser valorizado e incentivado, em especial nessa perspectiva mais geral, na medida em que investimos para sermos autônomos, críticos e capazes de tomar decisões que nos colocam como parte da resposta para problemas que nos afetam.

Neste Projeto vamos falar de empreendedorismo, começando pela perspectiva mais restrita que tem sido adotada na atualidade, vinculando o termo à atuação no mundo dos negócios, e depois iremos ampliar o conceito, em uma direção mais geral. Nos dois casos iremos destacar a importância do conhecimento matemático para ações empreendedoras, de qualquer natureza.

### PASSO 01

## O QUE É EMPREENDEDORISMO?

Você já ouviu falar em empreendedorismo? Já leu sobre a história de algum empreendedor na sua comunidade, no Brasil ou no exterior? Nesta etapa inicial, vamos estudar o conceito de empreendedorismo, ligado inicialmente à perspectiva econômica, o que será importante para o Projeto como um todo.

Os exemplos nacionais e internacionais são importantes, mas a relação com a sua comunidade local é relevante para o entendimento de como os conhecimentos matemáticos podem contribuir para o desenvolvimento do empreendedorismo.

Empreendedorismo é a capacidade que uma pessoa possui de identificar problemas e oportunidades, e com base neles propor soluções inovadoras, podendo ser, por exemplo, um negócio, um projeto ou uma ação social. Assim, o empreendedor é aquele que possui a capacidade de idealizar, coordenar e realizar empreendimentos. O empreendedorismo não está apenas naquilo que é novo, mas também na transformação do que já existe.

Diante deste cenário, o jovem pode enxergar no empreendedorismo uma oportunidade de se inserir no mercado de trabalho, seja para contribuir com as despesas de sua família ou para conquistar sua independência financeira. Mas não ache que por ser um empreendedor você poderá abrir mão de seus estudos. Uma das principais características dos empreendedores é sua permanente busca por conhecimentos e por isso focar na educação formal e manter os conhecimentos em dia pode ser vital para a sobrevivência do seu negócio.

Orientações na página 211.

Orientações na página 211.



## VAMOS REFLETIR!

Orientações na página 211.

Vamos começar propondo algumas reflexões iniciais:

1. Quais são as características de um empreendedor? Discuta com seus colegas.
2. Você já ouviu falar de um empreendedor de sucesso no Brasil? Se já, o que sabe sobre ele ou sua atividade?
3. Você conhece algum empreendedor na sua comunidade? Caso conheça, o que sabe sobre ele ou sua atividade?
4. Qual a importância dos números neste contexto empreendedor?



## VAMOS PESQUISAR!

Orientações na página 212.

Em parceria com um colega da turma, faça um levantamento nas imediações da escola e apresente na sala de aula o exemplo de um empreendedor que seja admirado na sua comunidade e quais são suas principais características empreendedoras. Sugerimos a elaboração de um cartaz para esta apresentação.

### O QUE SIGNIFICA SER EMPREENDEDOR?

O Brasil é conhecido pela quantidade de pequenos negócios. Empreendedores, apesar de às vezes atuarem de forma improvisada, precisam de conhecimentos matemáticos sobre quantos produtos são vendidos (ou atendimentos realizados), quantidade de clientes, lucro obtido sobre a venda, entre outros. Esses conhecimentos podem determinar a sustentabilidade do negócio no mercado.

O mito de que "não se pode aprender a ser empreendedor, já se nasce sabendo" faz com que empreendedores não se dediquem ao estudo e ao desenvolvimento de habilidades para melhorar sua prática. Observe nos quadros apresentados, em seguida, algumas características de empreendedores de sucesso.

#### Características dos empreendedores de sucesso.

- Iniciativa, criatividade, autonomia, autoconfiança e otimismo.
- Responsabilidade e capacidade de assumir os riscos e as possibilidades de fracassar
- Compromisso e crença naquilo que faz.
- Capacidade de visualizar o futuro.
- Especialistas em tomar decisões.
- Orientação para resultado, para o futuro e para o longo prazo.
- Intuição.
- Fazer a diferença.
- Explorar novas oportunidades.
- Determinação e dinamismo.
- Dedicação, organização e atualização constante sobre o negócio em que atuam.
- Otimismo e paixão pelo que fazem.
- Ser líder, formador de equipes e opinião.

- Independência.
- Inovador e criador de métodos próprios.
- Sentido de contribuição e de realização.
- Resiliência.

MENDES, J. Empreendedorismo 360º: a prática na prática – 3 ed. São Paulo: Atlas, 2017.

Todo mundo pode ser empreendedor? Os empreendedores nascem prontos ou podem aprender a empreender? Como vimos anteriormente, existem características empreendedoras que podem ser desenvolvidas por meio de estudos, participação na escola e em cursos de formação profissional.

Por isso, consideramos que todos podem desenvolver um perfil empreendedor. Existem pessoas que têm mais habilidades matemáticas para tratar de custos, receitas e orçamentos; outras têm habilidades emocionais para lidar com os colaboradores; outras têm mais propensão à criatividade e ao risco. O importante é conhecermos nossas principais habilidades e competências e entendermos nossos pontos fortes e fracos. A partir daí, procurar meios de melhoria dessas habilidades e competências, seja estudando, seja praticando dentro da empresa, seja por meio de experiências em outras empresas ou em outros locais (outros estados ou países).



## VAMOS REFLETIR!

No início deste Passo você foi convidado a apresentar o que pensava sobre as características de um empreendedor. Após vivenciar a experiência da pesquisa, discutir com os colegas sobre os resultados e ler as informações do quadro, sua visão do que significa ser empreendedor mudou? Faça um registro sobre essa reflexão.

## PASSO 02

# EMPREENDEDORISMO SUSTENTÁVEL

Orientações na página 212.

Estar atualizado com relação às tendências do mercado mundial e nacional, ajuda muito a quem quer empreender. Neste contexto, o empreendedorismo sustentável constitui uma vertente do empreendedorismo que busca desenvolver negócios dentro da perspectiva da sustentabilidade econômica, ambiental e social.

Nos últimos anos tem havido uma mudança positiva de comportamento com relação ao uso de recursos naturais por parte das empresas e dos consumidores. Essa mudança tem reflexos no comportamento de consumo das pessoas e nas práticas gerenciais das empresas. O empreendedorismo sustentável surge como alternativa para aqueles que querem prosperar economicamente sem prejudicar a natureza. Esse tipo de empreendedorismo tenta combinar de forma equilibrada a busca pela ge-



ração de lucro com práticas gerenciais que contribuem para o desenvolvimento social e ambiental.

Não podemos confundir atuação sustentável com propagandas "verdes", que apenas ressaltam produtos que não agridem o meio ambiente. O desenvolvimento sustentável envolve repensar, na lógica da produção e do consumo verde, práticas, custos, desperdícios e o próprio produto. Envolve também pensar nas práticas de gestão de pessoas, que devem ser fundamentadas na qualidade de vida e no desenvolvimento social.

#ficaadica

Para saber dicas e ver exemplos de empreendedorismo sustentável, acesse o site, disponível em: [endeavor.org.br/tomada-de-decisao/sustentabilidade](http://endeavor.org.br/tomada-de-decisao/sustentabilidade) (acesso em: 19 fev. 2020).

Orientações na página 212.



## VAMOS REFLETIR!

Um empreendedor sustentável deve ser antes de tudo um consumidor sustentável. Avalie como anda o seu consumo em termos de consciência e sustentabilidade.

1. Você é um consumidor sustentável?
2. O seu poder de consumo pode influenciar a sua vida?
3. Seu tipo de consumo pode afetar a vida do planeta?
4. Realize uma pesquisa sobre os gastos com água na produção de bens de consumo e organize seus resultados em gráficos e tabelas, em cartazes, para socialização do Produto final.
5. Depois da discussão, faça um relatório autoavaliativo, apontando em que aspectos você poderia melhorar como consumidor sustentável.

Orientações na página 213.



## VAMOS PESQUISAR!

1. Forme grupo com mais de três colegas e procure na Internet outros exemplos de empreendedorismo sustentável.
2. Elabore um cartaz com os resultados da pesquisa, destacando os dados em tabelas e gráficos, e o apresente para a turma, destacando as ações mais utilizadas pelos empreendedores.

## PASSO 03

# ORÇAMENTO FAMILIAR E ORÇAMENTO EMPRESARIAL

Orientações na página 213.

Você já deve ter ouvido falar em orçamento. Nossa casa pode ser vista como uma empresa que, para funcionar, precisa de orçamento. Além disso, é importante que desde cedo as crianças comecem a praticar os mais elementares conceitos de educação financeira.

Neste Passo, vamos discutir os conceitos de orçamento familiar e empresarial e suas aplicações no ambiente empresarial. Vamos começar discutindo sobre a importância de se definir um orçamento e ter um planejamento financeiro, seja em casa, seja em uma empresa.

Tratamos, também, da importância do controle de gastos e da busca de equilíbrio nas contas domésticas, fazendo a diferenciação entre gastos, custos e despesas. Temos ainda um teste para conhecer seu nível de consumo e dicas sobre como manter a saúde financeira da sua família.



## ORÇAMENTO

Manter um bom planejamento financeiro e orçamento empresarial são fundamentais para qualquer empresa, independente do tamanho. Apesar de sua relevância, é comum encontrar empreendedores que negligenciam esta atividade e prejudicam suas empresas.

O orçamento empresarial constitui o planejamento e as projeções de ganhos, despesas e investimentos de uma determinada empresa em um determinado período de tempo. Essa projeção permite que o gestor defina metas e organize suas finanças de modo a realizar seus objetivos.

Shutterstock / TarikVision



Fonte: [blog.controlle.com/orcamento-empresarial-a-diferenca-entre-despesa-gasto-e-custo/](http://blog.controlle.com/orcamento-empresarial-a-diferenca-entre-despesa-gasto-e-custo/). Acesso em: 19 fev. 2020.

## A IMPORTÂNCIA DO ORÇAMENTO FAMILIAR

Sair do endividamento é a meta para grande número de famílias brasileiras. Por isso, a definição de um orçamento e das despesas e receitas é o primeiro passo nessa missão.

Alguns fatores importantes para definição de um orçamento:

1. Monitorar tudo que você gasta;
2. Provisionar tudo o que você vai gastar durante o mês, lembrando-se das prioridades;
3. Comparar o que gastou com o que deveria gastar na sua previsão;
4. Mudar o comportamento quanto ao consumo, ajustando a sua realidade do que você gasta ao que você ganha.

O uso do orçamento e a sua saúde financeira dependem da participação de todos os membros da sua família, pois pode significar uma mudança importante de comportamento.

Fonte: [administradores.com.br/artigos/a-importancia-do-orcamento-familiar](http://administradores.com.br/artigos/a-importancia-do-orcamento-familiar). Acesso em: 19 fev. 2020.

Observe no quadro apresentado a seguir, as diferenças entre as definições de gastos, custos e despesas.

DIFERENCIANDO CONCEITOS ECONÔMICOS BÁSICOS	
<b>GASTOS</b>	<p>Está relacionado a gastos financeiros, a fim de adquirir algum tipo de produto ou serviço, sem aguardar nenhuma espécie de retorno financeiro.</p> <p>Por isso, pode-se classificar como gastos: a compra de roupas, de sapatos, de eletroeletrônicos, de eletrodomésticos e de outros bens, já que não se pensa em revendê-los ou arranjar algum meio de se obter dinheiro com eles.</p>
<b>CUSTOS</b>	<p>Quando o custo não gera outros bens e serviços, pode ser considerado um gasto. Exemplo: o consumo de água de forma desnecessária pode ser considerado um gasto, como esquecer a torneira da pia do banheiro aberta. Mas, se a utilização da água estiver ligado a outros benefícios, como esquentar a comida no micro-ondas e fazer café, ele passa a ser considerado como custo.</p>
<b>DESPESAS</b>	<p>Consideram-se despesas domésticas os gastos que já fazem parte do orçamento mensal da família. Porém, assumem a característica de gastos quando o objetivo dela passa a ser o desejo por um bem ou serviço.</p> <p>Assim, destacamos que a compra de algum utensílio doméstico é uma forma de gasto, mas se este gasto estiver ocorrendo de forma mensal, ele passa a ser considerada uma despesa familiar.</p> <p>As despesas podem ser fixas (sempre existem, independente de qual seja sua produção ou de qualquer outra coisa que aconteça) ou variáveis (mudam de acordo com cada período, já que não são possuem uma constância).</p>

Orientações na página 214.



## VAMOS REFLETIR!

1. Você consegue diferenciar orçamento empresarial de orçamento familiar?
2. Usando um quadro semelhante ao apresentado acima, registre a receita familiar (rendimento de todos os membros da família; gastos; despesas, fixas e variáveis, e custos familiares).

3. Analise os valores das receitas e despesas, e verifique o que está acontecendo com esses números. Qual dos dois é maior? O que acontece se não houver equilíbrio entre eles?
4. Muitas vezes acontecem situações que não podemos prever, por exemplo, a quebra de um eletrodoméstico. Como chamamos esta despesa? O que você sugere que pode ser feito nestas situações?

Um orçamento funciona como uma previsão, em uma espécie de planejamento financeiro, do quanto se poderá gastar para que um Projeto possa ser realizado. Para realizar um orçamento é preciso levar em consideração a quantia disponível hoje, ou que poderá estar acessível dentro de algum tempo, e no que ela poderá ser utilizada.

Existem diferentes tipos de orçamentos, como o orçamento público, empresarial, familiar e pessoal, e o que eles têm em comum: mensurar e acompanhar uma estimativa daquilo que se poderá gastar. O conceito de um bom orçamento não está apenas em despendê-lo daquilo que arrecadamos, mas sim, em utilizar nossos recursos com melhor proveito possível.

Fonte: [www.dicionariofinanceiro.com/como-fazer-orcamento](http://www.dicionariofinanceiro.com/como-fazer-orcamento).  
Acesso em: 20 fev. 2020.

### **A adolescência e as tentações do mercado**

Os adolescentes são alvos fáceis para as tentações do mercado. Por estarem numa fase de autoafirmação, são mais suscetíveis a argumentos de beleza, status e necessidade de bens na maior parte das vezes supérfluos. Assim como o desejo muda constantemente, a satisfação também é momentânea, e o ciclo constante de desejo e satisfação impulsiona o consumo e os gastos excessivos de toda família. Por isso, pais e filhos devem conversar constantemente sobre o que é necessidade e o que é desejo e como a família pode ajustar e planejar a satisfação de todos.

Como é sua relação pessoal com o consumo? Você reflete antes de comprar ou age de modo impulsivo? Sai para fazer compras quando está triste? Compra apenas o necessário ou é tentado pela palavra "promoção"?

# ETAPA ②

## PRÁTICAS EMPREENDEDORAS PARA TRANSFORMAR PEQUENOS NEGÓCIOS EM SUSTENTÁVEIS

Orientações na  
página 215.

A Matemática é uma ferramenta importante para compreendermos a realidade por meio dos números. Nesta Etapa iremos tratar sobre como transformar ações em práticas sustentáveis, buscando equacionar as finanças mediante o uso adequado e racional dos recursos. As empresas morrem quando perdem a oportunidade de transformar fragilidades em fortalezas, quando não buscam novas estratégias para tornar o seu produto rentável e sua empresa autossustentável.

Você é organizado na sua rotina diária? Como você lida com suas necessidades do uso do dinheiro? Já teve a curiosidade de saber seus pontos a melhorar no ambiente escolar? Como você pode melhorar suas ações na escola e na comunidade?

Nesta Etapa, você vai conhecer algumas ferramentas para análise de cenário que vão ajudá-lo no planejamento e na gestão, tanto pessoal como empresarial.

### PASSO 04

## TRANSFORMANDO OS PONTOS FRACOS EM OPORTUNIDADES

Orientações na  
página 215.

Neste Passo, você irá aprender como reconhecer os pontos fracos dos empreendimentos e transformá-los por meio das características empreendedoras em novas oportunidades. Muitos empreendedores não conhecem bem o mercado onde pretendem empreender, ou não têm experiência na área. Além disso, às vezes confundem aproveitar oportunidades com assumir riscos altos em algumas ações. Por isso, é importante reconhecermos pontos fracos e tentarmos melhorá-los por meio de ações como, por exemplo, treinamentos, pesquisas e conhecimento da realidade de outras empresas.

## POR QUE OS EMPREENDEDORES FRACASSAM?

Estudo realizado pela CB Insights analisou 101 falências e apontou as 10 principais causas de fracassos de pequenas empresas, sendo a principal o lançamento de produtos que não atendem a necessidades do mercado (42%). A dica neste caso é pesquisar as necessidades do mercado e identificar produtos que, ao invés de geniais ou empolgantes, resolvam problemas dos consumidores.

Outro problema importante é a falta de dinheiro (29%) que acomete a maior parte dos empreendedores, em especial no início do negócio, onde a demanda de recursos é geralmente alta. Para evitar este problema, o planejamento financeiro antes do negócio e a definição de orçamentos devem ser práticas constantes do empreendedor.

Além destes, segundo o estudo citado, trabalhar com a equipe errada (23%), perder para a concorrência (19%), erros nos cálculos de preço (18%) e falta de um modelo de negócios (17%) também foram citadas como causas dos fracassos dos empreendedores.

Fonte: [forbes.com.br/negocios/2019/05/10-principais-causas-de-fracasso-de-pequenas-empresas/#foto10](http://forbes.com.br/negocios/2019/05/10-principais-causas-de-fracasso-de-pequenas-empresas/#foto10). Acesso em: 19 fev. 2020.

## O QUE SÃO STARTUPS?

De maneira geral, as *startups* são empresas iniciantes que possuem um modelo de negócio com uma solução repetível e escalável, ao mesmo tempo em que mantém a estrutura de custos baixa. Voltadas para o desenvolvimento de soluções tecnológicas, essas empresas possuem particularidades que podem ser incorporadas em qualquer empresa que ambicione crescer. São elas: inovação, pouca burocracia, escalabilidade, custos baixos, planejamento e pesquisa.



## VAMOS REFLETIR!

1. O que você acha de investimentos por startups em empreendimentos brasileiros?
2. Qual a importância de investimentos para melhorar o orçamento empresarial?
3. Você já ouviu falar de pontos fortes e fracos em um empreendimento? Exemplifique
4. Neste momento, em grupo, elaborem uma definição sobre capital de giro e a coloquem na lousa. Em seguida, confrontem as definições apresentadas e dialoguem sobre a importância desse capital para qualquer empreendimento, registrando as frases da lousa, a definição de consenso e as respostas à reflexão proposta.

Orientações na  
página 216.

Embora muitos jovens entrem no mercado de trabalho por necessidade ou por precariedade econômica e social de suas famílias, há, também, aqueles que, por desejo de autonomia, independência financeira, crescimento pessoal ou outras razões de cunho subjetivo, entram no mundo do trabalho de forma voluntária. Também parece ser crescente entre os jovens a percepção de que a experiência no mundo do trabalho faz parte da equação de construção da trajetória ocupacional.

Fonte: CONSTANZI, R. N. *Trabalho decente e juventude no Brasil*. 1 ed. Brasília: OIT, 2009.

## PASSO 05

# AÇÕES EMPREENDEDORAS: ESTABELECENDO METAS

Orientações na página 216.

Você já definiu metas importantes na sua vida? O entendimento do que constitui uma meta é o tópico central deste Passo. Por isso, aprender a definir metas e, em especial, tratar de uma meta de relacionamento com os parceiros e com clientes para o desenvolvimento de confiança é fundamental para o desenvolvimento de uma empresa.

### A AÇÃO EMPREENDEDORA E A RELEVÂNCIA DAS METAS

Uma das ações empreendedoras é o planejamento estratégico, que envolve a formulação de planos de longo alcance para a gestão eficaz das oportunidades e ameaças do ambiente diante dos pontos fortes e fracos de um empreendimento (KURATKO, 2017).

Todos precisamos de metas, principalmente quando queremos alcançar algo maior. Se queremos perder peso, devemos definir exatamente quantos quilos, em quanto tempo, quantas vezes precisamos ir à academia, entre outros. Na ação empreendedora não é diferente. O empreender precisa definir metas para alcançar objetivos de longo prazo. A orientação para a meta ajuda o empreendedor a definir prioridades e fornece indicadores para seu desempenho (KURATKO, 2017).

Rever uma meta, definir etapas intermediárias e reavaliar após atingir cada uma delas são ações recomendadas para dinamizar as ações empreendedoras. Planos de longo prazo são importantes, mas não podem ser estáticos. Voltando ao exemplo da perda de peso, se uma pessoa estabelece que em cinco anos vai perder cinco quilos e não acompanha periodicamente seu progresso, pode chegar ao prazo estabelecido tendo perdido menos quilos ou até mesmo engordado. As metas intermediárias permitem o acompanhamento constante e, quando necessário, a correção da ação.



Definindo e acompanhando metas.

O conhecimento matemático pode contribuir para a compreensão do quanto uma meta é alcançada. Se pretendo aumentar minha base de clientes em 50%, em quatro anos, devo acompanhar os percentuais anuais de alcance de clientes para saber se essa meta vai ser alcançada ao final do prazo estabelecido.

### Metas nos negócios

É importante definir metas para um negócio. Estas metas devem ter as seguintes características:

- **Mensurabilidade:** a meta deve ser baseada em número para ser mensurável e para ser usada pelos gestores no controle dos resultados.
- **Exequibilidade:** a meta precisa ser alcançável, por isso deve ser coerente com as possibilidades e características do negócio.
- **Relevância:** a meta precisa ser importante e motivar sua execução.
- **Temporalidade:** a meta precisa estar de acordo com o tempo para ser alcançada. É importante estabelecer prazos possíveis para cada meta.



## VAMOS REFLETIR!

1. Você já definiu metas importantes na sua vida?
2. Você definiu precisamente "o quanto" e em "quanto tempo" deveria alcançar esta meta?
3. Como você fez (ou faz) o acompanhamento dessas metas? Elas foram alcançadas?
4. Construa uma linha do tempo para verificar o que já vivenciou e projetar suas perspectivas para os próximos quatro anos. Em seguida, a exponha em um mural com as produções de todos os estudantes.

Orientações na página 216.

## RELACIONAMENTO COM OS CLIENTES: COMUNICAÇÃO E CONFIANÇA

Você sabia que a nossa linha do tempo é construída por meio de relações interpessoais? Mas, como devemos nos relacionar com nossos clientes?

Uma das metas centrais para qualquer negócio se refere ao grupo de clientes que a empresa deseja atender (mercado alvo) e às ações relacionadas ao pós-compra, especialmente, satisfação e relacionamento. Uma empresa deve priorizar a lealdade do cliente e, por isso, se preocupar com a satisfação de suas necessidades continuamente. Por isso, a empresa deve definir ações que busquem pesquisar o que satisfaz o cliente da empresa e, em seguida, propor ações relacionadas ao produto ou serviço, ao preço cobrado, ao lugar onde o produto é vendido e à comunicação da empresa. Todas essas ações, conjuntamente, vão buscar satisfazer o cliente e conquistar sua fidelidade. Ou seja, mesmo diante de opções de mercado com qualidade, ele sempre escolhe a empresa para fazer negócios.

Dois aspectos são centrais para os relacionamentos com os clientes: a comunicação e a confiança. A empresa deve comunicar claramente as características dos produtos que vende para o seu mercado e estar aberta a *feedbacks* dos clientes por meio de serviços de atendimento ao cliente (SAC). A confiança, por sua vez, vai ser desenvolvida à medida que a empresa for capaz de transmitir informações verdadeiras que façam o cliente acreditar na sua capacidade de cumprir o que promete e atender suas expectativas. A comunicação influencia positivamente a confiança. Por isso, há grandes chances de uma empresa que se comunica bem desenvolver a confiança nos seus clientes.

Shutterstock / fizkes



A comunicação para a confiança com os clientes.



## VAMOS PESQUISAR!

1. Inicialmente, forme um grupo com mais três colegas, e identifique na Internet um exemplo de empresa reconhecida por sua capacidade de estabelecer relacionamentos com os clientes.
2. Liste as ações que essa empresa desenvolve para o alcance dessa meta.
3. Agora, em uma roda de conversa, apresente para os colegas suas descobertas, pensando como empresas da comunidade poderiam adotar as mesmas ações para melhorar o relacionamento com seus clientes.

Orientações na página 217.

## PASSO 06

# A IMPORTÂNCIA DO CAPITAL DE GIRO

Orientações na página 217.

Você já ouviu falar em capital de giro? Ou que o dinheiro tem que "girar" na empresa? Neste Passo, vamos trabalhar com um conceito importante para a saúde financeira de qualquer empresa, o capital de giro. Para compreender melhor, começamos com o capital de giro da família e depois entendemos o capital de giro empresarial. Sugerimos algumas ações para melhorar o capital de giro da empresa, que podem ser usadas tanto na análise quanto na sugestão das ações para a empresa.



Calculando o capital para uma empresa.

O capital de giro constitui os recursos que giram (ou circulam) várias vezes, em determinado período, dentro de uma empresa (ASSAF NETO, 2017). Um exemplo pode ser o capital de um estoque, que depois se transforma em venda a prazo (contas a receber) ou se torna novamente disponível (se a venda for à vista). O capital de giro envolve basicamente o ciclo operacional (produção e venda) de uma empresa, ou seja, tudo que é usado para produzir e tudo que é vendido pela empresa.

Dada sua importância, empreendedores têm que cuidar para que não haja muito capital sem utilização na empresa. Por exemplo, um grande estoque parado por muito tempo ou muitas contas a receber significam que há muito capital sem utilização pela empresa, seja na própria empresa (estoque), seja fora dela (contas a receber).

### COMO IMPEDIR QUE O CAPITAL DE GIRO MATE SUA EMPRESA?

- 1. Reduzir o prazo de recebimento da empresa** – planeje o prazo de parcelamento das vendas e incentive seus clientes a pagarem à vista.
- 2. Otimizar o estoque** – evitar guardar grandes quantidades de produtos que representam capital parado.
- 3. Negociar melhor com fornecedores** – negociar com fornecedores e aumentar os prazos de pagamento.
- 4. Alinhar o bônus do time ao ciclo financeiro** – estabelecer metas de ganhos dos colaboradores com base na otimização do capital de giro.

Disponível em: [endeavor.org.br/financas/capital-de-giro-matar-empresa](http://endeavor.org.br/financas/capital-de-giro-matar-empresa). Acesso em: 20 fev. 2020.

#ficaadica

Para saber mais sobre o que é capital de giro e como calcular e controlar esse importante recurso para uma empresa, consulte o site disponível em: [endeavor.org.br/financas/capital-de-giro](http://endeavor.org.br/financas/capital-de-giro) (acesso em: 21 fev. 2020).



## VAMOS REFLETIR!

1. Levando em conta as dicas em *Como impedir que o capital de giro mate sua empresa* e o modelo do quadro apresentado em seguida, tente identificar, na gestão do dinheiro da sua família, os seguintes elementos do capital de giro: estoque (alimentos, produtos de higiene e limpeza); caixa (dinheiro em conta, dinheiro em casa); e contas a receber (empréstimos feitos a amigos, parentes).

Orientações na página 218.

### ANÁLISE DO "CAPITAL DE GIRO" FAMILIAR

Estoque	Estimativa (R\$)	Análise	Sugestões
Alimentos	*****	*****	*****
....	*****	*****	*****
<b>Caixa</b>	*****	*****	*****
No banco	*****	*****	*****
Em casa	*****	*****	*****
....	*****	*****	*****
<b>Contas a receber</b>	*****	*****	*****
....	*****	*****	*****

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

2. Tente estimar um valor monetário para cada categoria (exemplo: alimentos – R\$150,00).
3. Analise como está o "capital de giro" da sua família. Você acha que a sua família está gerenciando bem este capital? O que poderia ser melhorado?

## PASSO 07

# A MATEMÁTICA FINANCEIRA COMO FERRAMENTA DE CONTROLE

Orientações na página 218.

Neste Passo, vamos aprender o que é Matemática Financeira e como ela ajuda a melhorar a saúde financeira das empresas. Os empreendedores podem usar a Matemática Financeira de forma simplificada, por meio de planilhas de controle, evitando o descontrole e o endividamento.

### MATEMÁTICA FINANCEIRA

A Matemática Financeira trata da utilização de conceitos matemáticos na análise de dados relacionados às finanças. Com o passar do tempo, o homem notou a relação entre o tempo e o dinheiro, percebendo a desvalorização do dinheiro, depois de certo período, e que deveria ser feita uma correção monetária sobre isso, para aumentar o poder de seu capital.



Nas primeiras civilizações, como na antiga Babilônia, já existiam relatos sobre a existência de práticas do campo da Matemática Financeira, quando esses povos adotavam um método de empréstimo de sementes. Ao efetuar o pagamento das sementes emprestadas, o produtor pagava com mais uma parte da colheita.

Atualmente, a Matemática Financeira se aplica a diversos setores do sistema econômico de uma nação, estando presente no cotidiano das pessoas por meio de empréstimos, financiamentos e investimentos. Basicamente, a Matemática Financeira é utilizada em qualquer movimentação de capital cujas finanças são baseadas em uma estipulação prévia de taxas e aplicações de juros.

A Matemática Financeira é uma ferramenta útil na análise de algumas alternativas de investimentos ou financiamentos de bens de consumo. Consiste em empregar procedimentos matemáticos para simplificar a operação financeira a um fluxo de caixa.

O capital é o valor aplicado por meio de alguma operação financeira. Também conhecido como: principal, valor atual, valor presente ou valor aplicado. Em inglês, usa-se *Present Value* (indicado pela tecla PV nas calculadoras financeiras).

Juros representam a remuneração do capital empregado em alguma atividade produtiva. Os juros podem ser capitalizados segundo dois regimes: simples ou composto.

## COMO IMPEDIR QUE O CAPITAL DE GIRO MATE SUA EMPRESA?

**Juros simples:** o juro de cada intervalo de tempo sempre é calculado sobre o capital inicial emprestado ou aplicado.

**Juros compostos:** o juro de cada intervalo de tempo é calculado a partir do saldo no início de correspondente intervalo. Ou seja: o juro de cada intervalo de tempo é incorporado ao capital inicial e passa a render juros também.

Fonte: [www.somatematica.com.br/emedio/finan.php](http://www.somatematica.com.br/emedio/finan.php). Acesso em : 20 fev. 2020.



## VAMOS REFLETIR!

Em dupla, analise as seguintes situações:

1. Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R\$ 1.000,00. Para isso, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário). As informações obtidas estão resumidas na tabela a seguir:

Orientações na página 218.

### TIPOS DE INVESTIMENTO

	Rendimento mensal	IR (imposto de renda)
Poupança	1,035	Isento
CDB	1,042	4% sobre o ganho

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

2. Qual a aplicação mais vantajosa para o jovem investidor ao final de um mês?
3. Qual a importância de poupar, para a saúde das finanças de qualquer pessoa?
4. Um jovem empreendedor precisa saber controlar suas finanças. Como ele pode controlar as finanças sem se endividar?
5. A partir das respostas anteriores, crie, com a ajuda de pelo menos quatro colegas, uma propaganda para incentivar os empreendedores a poupar.

# ETAPA 3

## CICLO DE PALESTRAS: COMPARTILHANDO EXPERIÊNCIAS

Orientações na  
página 219.

Nesta terceira Etapa, vamos conseguir colocar em prática o que foi estudado durante o desenvolvimento do Projeto, buscando colaborar com o outro, utilizando as características empreendedoras apreendidas nas ações propostas.

Depois disso, com base no registro de todos os Passos necessários para garantir a execução das atividades propostas, bem como no necessário controle do processo, será organizado o espaço escolar para troca de experiências empreendedoras e financeiras.

Agora é sua vez, chegou o grande momento de realizar na escola um Ciclo de Palestras! A boa integração em grupos e manter um diálogo com todos fortalecem o espírito de equipe. Cada um de vocês fará a diferença no resultado final.

### PASSO 08

## ORGANIZANDO O CICLO DE PALESTRAS

Orientações na  
página 220.

Este passo é compreendido pela organização de um Ciclo de Palestras, por sua turma, com a ajuda do professor de Matemática e outros professores da escola que desejem participar. O Ciclo de Palestras organizado por vocês visa promover a discussão de temas de interesse de diferentes grupos da comunidade, explorados ao longo deste Projeto, tendo como objetivo refletir coletivamente sobre possibilidades de solução de problemas apresentados para discussão, em uma perspectiva crítica e participativa.

Os temas das palestras podem ser, dentre outras possibilidades, os sugeridos em seguida:

- Empreendedorismo;
- Planejamento do orçamento doméstico;
- Organização do orçamento empresarial;
- Organização de uma empresa;
- A Matemática em práticas empresariais;
- A Matemática em diferentes profissões.

Cada um desses temas pode ser, por sua vez, subdividido, considerando o público alvo ao qual é dirigida a palestra. Por exemplo, o tema Empreendedorismo pode ser discutido pensando-se em diferentes modalidades de atuação, assim como o planejamento do orçamento doméstico pode ser dirigido para jovens ou

para adultos e a organização de uma empresa pode ser tratada pensando-se na apresentação de seus produtos (acabamento e embalagem, por exemplo) ou na organização de planilhas eletrônicas com dados de entrada e de saída de recursos financeiros e controle de estoque.

A abordagem do último tema sugerido, por exemplo, poderia ser dirigida a jovens que já estão inseridos no mercado de trabalho e/ou para aqueles que ainda não decidiram em qual área pretendem fazer um curso superior ou atuar profissionalmente.

Ao organizarem o Ciclo de Palestras, vocês podem considerar duas estruturas diferentes. Na primeira delas, vocês, estudantes, podem ser os responsáveis pela apresentação das palestras, elaboradas sob a supervisão do professor de Matemática e outros professores colaboradores da escola. Para isso, além dos textos discutidos nos diferentes Passos do projeto, vocês podem inserir os resultados das pesquisas realizadas pela turma.

Outra forma é vocês atuarem como coordenadores de cada palestra, organizando convites a profissionais de diferentes áreas e/ou instituições, para tratar de temas selecionados pela turma, após ampla discussão coletiva. Neste caso, vocês poderiam estabelecer parcerias com instituições de pesquisa, de ensino superior, ou empresas públicas que lidam com pequenas e médias empresas, solicitando a indicação de palestrantes, de acordo com os temas selecionados. Nessa modalidade, vocês atuariam como coordenadores das palestras, estabelecendo o controle de tempo e mediando as discussões no momento de abertura aos debates sobre os temas apresentados.

Elaborem uma roda de discussão em sala de aula, para definir a modalidade que a turma prefere adotar, lembrando que as duas modalidades podem ocorrer, ou seja, parte das palestras serem ministradas por vocês, estudantes, e parte ser de responsabilidade de pessoas convidadas. Esta é uma forma interessante de combinar o protagonismo dos estudantes da turma e a experiência de pessoas da comunidade. Lembrem-se de que mais de um estudante pode se responsabilizar pela apresentação de uma mesma palestra.

Uma vez definida a modalidade, ou seja, se serão vocês os responsáveis pelas palestras, se vocês atuarão como coordenadores, ou as duas coisas, é necessário elaborar o evento, definindo os seguintes pontos:

- **Data, horário e local das palestras** – elas podem ser em um mesmo dia ou em dias diferentes, durante um determinado período;
- **Temas a serem abordados e títulos das palestras** – o título precisa ser pensado com cuidado e de maneira criativa, de modo a chamar a atenção das pessoas que serão convidadas para o evento;
- **Nomes dos palestrantes;**
- **Público-alvo** – as palestras podem ser dirigidas a jovens da escola e/ou da comunidade; a empresários locais; a pais e/ou responsáveis; a educadores que atuam em escolas da região, dentre outros;
- **Definição da divulgação do evento** – considerem as diferentes formas de divulgação que a turma pode fazer, usando mídias diversificadas (impressa – cartazes e convites; eletrônica/digital – endereço eletrônico da escola e redes sociais; emissora de rádio ou TV local, dentre outras possibilidades).

Depois de definidos todos os pontos destacados e outros que vocês consi-



A comunicação para a confiança com os clientes.

derarem relevantes, após a discussão coletiva, é fundamental elaborar uma lista de definição de responsabilidades, pois várias providências precisarão ser tomadas até o momento da realização do Ciclo de Palestra e durante seu desenvolvimento.

Façam uma relação das ações a serem executadas e identifique quem comporá o grupo responsável por cada uma delas, uma vez que partilhando responsabilidades todos poderão participar e ninguém ficará sobrecarregado de compromissos. Um grupo pode ficar responsável pelos convites aos palestrantes participantes; outro assumir a divulgação do evento; outro grupo se responsabilizar pelos cuidados relativos à estrutura de apresentação das palestras (*datashow*; espaço com iluminação, ventilação e cadeiras para o público; condições de acessibilidade, dentre outros aspectos).

Faça um *checklist* de tudo o que deve ser feito para que a programação definida por vocês aconteça com sucesso; confirme a participação dos demais membros do grupo e convidados no dia do Ciclo de Palestras.

## PASSO 09

# A ESTRUTURA DE UMA PALESTRA

Orientações na página 220.

Shutterstock / Graphic farm



Como entendemos ser importante que vocês estudantes assumam o protagonismo em pelo menos parte da abordagem dos temas selecionados para o Ciclo de Palestras que irão organizar como Produto final deste Projeto, iremos explorar, neste Passo, os principais elementos que devem ser considerados quando realizamos uma palestra.

Que cuidados devemos ter? Que estratégias de comunicação com o público-alvo podemos utilizar? Você já ministrou uma palestra antes? Ou participou de uma palestra na escola? Vamos refletir sobre essas questões, procurando elucidar alguns pontos que são fundamentais no processo de organização de uma palestra.

O primeiro ponto a ser considerado na organização de uma palestra é o público-alvo, ou seja, a quem dirigiremos nossa fala. Esta identificação nos ajudará a definir o tempo de duração da palestra; a linguagem e instrumentos a serem utilizados; e a dinâmica da apresentação. Por exemplo, quando uma palestra é dirigida a crianças, ela precisa ser muito mais dinâmica e curta e fazer uso de uma linguagem direta e simples para apresentação da ideia que queremos comunicar, no nível de compreensão das crianças.

A definição do tema depende primordialmente das características do público-alvo, pensando-se em seu universo de interesses e motivações. De maneira geral, as pessoas assistem a uma palestra com a intenção de aprender algo novo, serem estimuladas a fazer reflexões; conhecer outros pontos de vista diferentes do seu; e trocar experiências.

As estratégias e instrumentos adotados dependem, fundamentalmente, dos recursos disponíveis no local onde ocorrerá o evento, sendo hoje bastante

comum o uso de *datashows* e equipamentos de som. Mas se esse recurso não estiver à mão do palestrante, sua apresentação não ocorrerá? É natural que nos habituemos ao conforto proporcionado pelas novas tecnologias, que ampliam e facilitam nossa capacidade de comunicação, mas desde sempre a humanidade realizou encontros dessa natureza, sem esses recursos.

## DIFERENTES POSSIBILIDADES PARA APRESENTAÇÃO DE UMA PALESTRA

Começaremos pelo recurso mais simples e de fácil acesso: o uso de cartazes.

Se os palestrantes (estudantes e convidados) optarem por esse recurso, no caso dos estudantes o material de apoio pode ser elaborado ao longo do Projeto, sujeito a ajustes no momento em que o Ciclo de Palestras for definido. As recomendações gerais quanto à forma dos cartazes, são:

- Usar poucas informações por cartaz, de modo que elas possam ser visualizadas por todos os presentes. A apresentação do palestrante deve se basear prioritariamente em falas relativas a tópicos indicados nos cartazes, evitando-se a leitura direta de textos, em especial se forem longos;
- Observar com cuidado o tamanho de letras e qualidade e dimensão das imagens selecionadas;
- Utilizar a quantidade de cartazes necessária para o trabalho com o tema, em uma sequência preestabelecida;
- Disponibilizar uma estrutura de apoio para apresentação dos cartazes, possibilitando que eles possam ser vistos por todo o público.

Outra recomendação importante se aplica ao caso dos cartazes e do uso de *datashow*: solicitar ajuda para verificação da correção e adequação da linguagem utilizada.

Se o palestrante vai usar o recurso de slides apresentados em um *datashow* ou aparelho de televisão, as mesmas orientações relacionadas à escolha das informações textuais e de imagem feitas para os cartazes, vale aqui. Neste caso, um cuidado extra precisa ser considerado: em razão da diversidade de possibilidades de combinações entre a cor de fundo do slide e as letras, devemos ser criteriosos na escolha de ambos. É preciso evitar contrastes que incomodam a vista e dificultam a leitura das informações.



## VAMOS PESQUISAR!

Realize uma pesquisa sobre outros pontos relacionados à organização e apresentação de uma palestra que não foram abordados aqui. Faça o registro das informações de destaque que você identificou como resultado de sua pesquisa, para socialização e discussão com os colegas. Esse diálogo auxiliará a todos os estudantes que irão participar do Ciclo de Palestras, para que o resultado seja o melhor possível.

## PASSO 10

# A REALIZAÇÃO DO CICLO DE PALESTRAS

Orientações na página 220.

Chegou o momento do evento organizado por vocês: o Ciclo de Palestras para membros da escola e a comunidade em geral. Confira o *checklist* elaborado no Passo anterior, com o de tudo o que deve ser feito para que a programação definida por vocês aconteça com sucesso e bom trabalho.

Uma última sugestão pode ser feita para aumentar ainda mais o sucesso do evento. Ela está relacionada à possibilidade de distribuição de material impresso relacionado às palestras, para o público-alvo, como resumos e outros textos. Avaliem, ainda, a possibilidade de disponibilizar o material apresentado no evento (apresentações feitas em *datashow*; folhetos de orientação; fotos de cartazes; sugestões de textos para aprofundamento de leituras; indicação de endereços eletrônicos e outros recursos) em um grupo criado em alguma rede social fechada, para que as pessoas possam aproveitar ainda mais os conhecimentos que circularam ao longo do Ciclo de Palestras.

Orientações na página 221.

## ENTENDA A IMPORTÂNCIA DO CHECKLIST NO DIA A DIA DO TRABALHO

Gestores de equipes têm sempre um desafio em comum: manter tarefas organizadas de forma eficiente, garantindo uma percepção clara das etapas dos projetos que já foram feitas e daquelas que ainda estão pendentes. E é justamente esse desafio que revela a importância do *checklist*.

O *checklist* é uma lista de verificação que mostra todos os itens que precisam ser feitos até se terminar uma tarefa ou projeto. Por meio de um processo de checagem das tarefas realizadas (versus planejadas), essa ferramenta ajuda a detalhar tarefas complexas e melhorar o desempenho.

Você e seus colegas serão responsáveis pela recepção dos participantes, indicando a localização do espaço físico destinado a cada palestra, ajudando os responsáveis a organizarem os materiais que serão apresentados para o público. Para tanto, comprometa-se com a realização de suas responsabilidades, estabelecidas coletivamente, para que o evento seja um sucesso!

Shutterstock / Graphic farm



# AVALIANDO O PROJETO

Orientações na página 221.

Terminado o Projeto, o momento agora é de avaliação. Você e seu grupo estão convidados a conversar, refletir e responder às questões que estão apresentadas a seguir. É o momento de avaliar o desenvolvimento do Projeto e a atuação de vocês no mesmo, destacando as aprendizagens desenvolvidas de forma diferenciada e os impactos que o Projeto trouxe à vida, à escola e à comunidade.

## O TEMA DO PROJETO

- Você e seu grupo gostaram do tema do Projeto? Acharam que ele foi relevante para a escola e para a comunidade?
- Em que esse tema pode contribuir para mudar a sua realidade e a da sua escola e comunidade?

## O DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

- Quais foram as Etapas e Passos que vocês consideraram mais interessantes? Tiveram dificuldades em alguns? Por quê? Como superaram?
- Destaquem as aprendizagens mais significativas. O que este Projeto acrescentou de conhecimentos para o grupo?
- O grupo conseguiu entender e desenvolver as competências e habilidades da BNCC?

## A PARTICIPAÇÃO DO GRUPO NO PROJETO

- Houve envolvimento de todos os integrantes do grupo durante o desenvolvimento do Projeto?
- Que dificuldades enfrentaram e que estratégias adotaram para superá-las?

- Você e seu grupo entenderam a importância de o Projeto ser trabalhado não como disciplinas isoladas, mas fazendo a integração entre várias áreas do conhecimento?
- Quais sugestões vocês podem apresentar para a melhoria do Projeto?

## O PRODUTO FINAL

- Vocês tiveram êxito ao final do Projeto? Deu certo tudo que estava previsto ou vocês tiveram que fazer alguma mudança ou adequação?
- Quais os benefícios do Projeto e do Produto final para a sua formação no Ensino Médio?
- Pode-se afirmar que vocês, estudantes, foram protagonistas do processo?

## A PARTICIPAÇÃO DA COMUNIDADE

- Em quais momentos a comunidade participou do Projeto?
- Houve adesão da comunidade no momento do Produto final?
- Destaquem os benefícios do Projeto para a escola e para a comunidade.

## AUTOAVALIAÇÃO

- Como você avalia a sua participação no Projeto? De que formas você se envolveu?
- Quais aprendizagens você desenvolveu no trabalho colaborativo? Você enfrentou dificuldades para se integrar ao grupo? Como você as superou?
- Como você avalia o conhecimento adquirido por você no Projeto? Foi significativo para a sua vida?
- Você recomendaria esse modo inovador de estudar a outros colegas? Por quê?
- Com base na sua experiência no Projeto, escreva um texto apontando os pontos positivos e negativos do Projeto e depois converse com o professor.

## REFERÊNCIAS

ASSAF NETO, A.; LIMA, Fabiano G. **Fundamentos de Administração Financeira**. 3 ed. São Paulo: Atlas, 2017.

*Esse livro discute os fundamentos da administração financeira. Para tanto, traz dados sobre o sistema financeiro brasileiro, conceitos fundamentais de administração financeira e aplicações de cálculos e técnicas para evidenciar a administração financeira na prática.*

CONSTANZI, R. N. **Trabalho decente e juventude no Brasil**. 1 ed. Brasília: OIT, 2009.

*Esse relatório apresenta um diagnóstico sobre a situação da juventude no Brasil, tratando, entre outros, do perfil educacional, domiciliar, ocupação, emprego e desemprego dos jovens no Brasil.*

DAL ZOT, Wili; CASTRO, Manuela L. **Matemática financeira: fundamentos e aplicações** (recurso eletrônico). Porto Alegre: Bookman, 2015.

*Esse livro apresenta os principais conceitos de administração financeira e aplicações práticas sobre cálculos de juros simples e compostos, sistemas de amortização, análise de investimentos, entre outros.*

DORNELAS, José Carlos Assis. **Empreendedorismo: transformando ideias em negócios**. 5. ed. Rio de Janeiro: Empreende/LTC: 2014.

*O que é empreendedorismo? Quais as principais características do empreendedor? Como desenvolver o empreendedorismo? Essas e outras questões relacionadas ao mundo do empreendedorismo são discutidas neste livro.*

KURATKO, D. F. **Empreendedorismo: teoria, processo, prática**. Ed. São Paulo: Cengage Learning, 2017.

*Esse livro, você vai encontrar conceitos relacionados ao empreendedorismo, bem como elementos sobre a criação de projetos e planos empreendedores. O livro traz também um capítulo dedicado ao empreendedorismo social, conceito contemporâneo vinculado ao empreender sustentável.*

MENDES, J. **Empreendedorismo 360º: a prática na prática** – 3 ed. São Paulo: Atlas, 2017.

*Guia prático que fala sobre as premissas básicas do empreendedorismo. Mostra os primeiros passos para se tornar um empreendedor, o planejamento do negócio, além de propor exercícios e sugestões de leitura.*

GLOBAL ENTREPRENEURSHIP MONITOR (GEM). **Empreendedorismo no Brasil: Relatório Executivo 2018**. Disponível em: <<https://datasebrae.com.br/wp-content/uploads/2019/02/Relat%C3%B3rio-Executivo-Brasil-2018-v3-web.pdf>>. Acesso em: 20 fev. 2020.

*Esse relatório executivo apresenta um resumo do panorama do empreendedorismo no Brasil em 2018, incluindo taxas acerca dos empreendedores (idade, formação etc) e dos negócios (setor de atividade, número de empregos gerados, faturamento etc).*

## REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

AKATU. **Saiba como evitar a inadimplência e sair do endividamento.** Disponível em: <<https://www.akatu.org.br/noticia/saiba-como-evitar-a-inadimplencia-e-sair-do-endividamento>>. Acesso em: 20 fev. 2020.

*Esse artigo lista passos para indivíduos e famílias que querem se livrar do endividamento e conquistarem a saúde financeira.*

ENDEAVOR. **4 formas de impedir que o capital de giro mate sua empresa.** Disponível em: <<https://endeavor.org.br/financas/capital-de-giro-matar-empresa/>>. Acesso em: 20 fev. 2020.

*Como impedir que o capital de giro seja visto como vilão? Esse artigo traz dicas sobre como gerir o capital de giro da empresa para torná-la financeiramente mais sustentável.*

ENDEAVOR. **Quando a sustentabilidade é um bom negócio:** dicas para economizar recursos naturais e financeiros. Disponível em: <<https://endeavor.org.br/tomada-de-decisao/sustentabilidade>>. Acesso em: 20 fev. 2020.

*Você sabe o que é sustentabilidade empresarial? Saiba nesse artigo como algumas empresas mudaram os rumos do negócio e se tornaram empresas mais éticas e ambientalmente sustentáveis.*

BURNS, Stephanie. 10 principais causas de fracasso de pequenas empresas. **Forbes.** Disponível em: <<https://forbes.com.br/negocios/2019/05/10-principais-causas-de-fracasso-de-pequenas-empresas/#foto10>>. Acesso em: 20 fev. 2020.

*Esse artigo traz as principais causas de fracassos de pequenas empresas identificadas em um estudo realizado pela CB Insights, com 101 empresas que foram à falência.*

GARRIDO, Muriel. Empresa x cliente: como construir experiências de confiança. **Administradores.com.** Disponível em: <<https://administradores.com.br/noticias/empresa-x-cliente-como-construir-experi%C3%AAscias-de-confian%C3%A7a>>. Acesso em: 20 fev. 2020.

*Esse artigo propõe quatro ações para criar uma experiência única e especial para os consumidores: escaneabilidade, sensação de finito, sensação de curadoria e criação de uma estrutura de respostas.*

ENDEAVOR. **Capital de Giro:** saiba como calcular e controlar. Disponível em: <<https://endeavor.org.br/financas/capital-de-giro/>>. Acesso em: 20 fev. 2020.

*Consulte esse artigo para saber mais o que é capital de giro e como calcular e controlar esse importante recurso para uma empresa.*

ROCK CONTENT. **Marketing tradicional x marketing digital:** qual usar na estratégia da sua empresa? Disponível em: <<https://rockcontent.com/blog/marketing-tradicional-vs-marketing-digital/>>. Acesso em: 13 nov. 2019.

*Quando usar o marketing tradicional e quando usar o marketing digital? Esse artigo apresenta as técnicas de ambos os tipos de marketing e defende uma abordagem 360 graus (combinação do marketing tradicional e digital) e a utilização de técnicas que melhor se adaptem à realidade de cada empresa.*

PROJETO 3

# A MATEMÁTICA NAS MÍDIAS: ENTENDENDO OS NÚMEROS

TEMA INTEGRADOR: MÍDIA EDUCAÇÃO



1+6

# CONHECENDO O PROJETO

Orientações na  
página 223.

Você já observou que a Matemática está presente nas mídias e nas produções ficcionais em diversas abordagens e contextos? Não faltam histórias de quem encontrou na Matemática uma oportunidade para superar obstáculos e traçar uma reta entre presente e futuro para transformar números em realizações.

As mídias, como os jornais, revistas, rádio, televisão, cinema, Internet, entre outras, usam a Matemática, assim como outras áreas de conhecimento, para exercer seu papel fundamental, que é de transmitir informações para a população. Se você prestar bem atenção, vai verificar que a Matemática está presente na ficção, seja em livros, filmes ou séries, nas histórias de personagens reais, seja para descobrir histórias escondidas por trás de dígitos, tabelas, cifras, porcentagens, mapas e gráficos, dentre tantos outros elementos.

Este Projeto, que será desenvolvido por você e seus colegas de turma, com o acompanhamento do professor, será uma oportunidade especial de compreender como se dá a relação entre a Matemática e a mídia, exatamente no campo da educação, isto é, na mídia educação. Ele vai ajudá-lo a distinguir se as informações a que você tem acesso são o retrato da realidade ou são notícias que levam ao público o conhecimento de pequenas partes dos acontecimentos, em meio a uma multiplicidade de ocorrências do cotidiano social.

Uma série de competências, ou seja, de aptidões que você adquire através do estudo e

da prática, e de habilidades, irá ajudá-lo a ver a Matemática não como algo abstrato, difícil de aprender, mas como um instrumento eficaz para compreender o mundo, sua comunidade, sua escola, uma vez que ela está presente no seu dia a dia.

Quatro objetivos serão desenvolvidos neste Projeto que apontam para o papel e a importância da Matemática (Álgebra, Aritmética, Estatística, Probabilidade) no que diz respeito à mídia, o que significa que você irá realizar ações que o levarão a compreender como ela pode ajudar na leitura e interpretação de notícias e outras publicações midiáticas.

O desenvolvimento do Projeto acontece em quatro Etapas organizadas em dez Passos, tratando do papel fundamental da Matemática no seu relacionamento com as mídias, na geração de informações sobre sua escola, na integração com a informação divulgada e na produção de conteúdos a serem apresentados à comunidade.

O Projeto termina de uma maneira muito objetiva e prazerosa, pois todo o seu desenvolvimento levará à construção de um Produto final, que será a criação de um canal de vídeos, para desenvolver temáticas, de preferências socialmente relevantes, a partir de um olhar da Matemática.

Uma última atividade ainda se faz necessária: realizar a avaliação do seu desempenho, levando em conta a sua participação efetiva em cada um dos passos do Projeto.

Orientações na  
página 224.

## OBJETIVOS A SEREM DESENVOLVIDOS

- 1 Investigar a forma de aplicação dos campos da Matemática nas mídias, por meio da análise de reportagens, notícias e artigos opinativos.
- 2 Potencializar o raciocínio matemático e linguístico a partir da identificação de padrões, cálculos e dimensões utilizados na produção midiática.
- 3 Analisar e verificar a validade e confiabilidade dos dados matemáticos presentes em reportagens, notícias e artigos opinativos na tradução da linguagem matemática para a jornalístico-midiática.
- 4 Desenvolver estratégias de intervenção, a partir de conceitos e procedimentos matemáticos na investigação de fenômenos sociais divulgados pela mídia.

# COMPETÊNCIAS E HABILIDADES QUE SERÃO TRABALHADAS

Orientações na  
página 224.

Os objetivos deste Projeto estão associados às Competências e Habilidades da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), para a área de Matemática e suas Tecnologias, etapa do Ensino Médio, como você pode ver a seguir:

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DA BNCC QUE SERÃO TRABALHADAS NO PROJETO			
OBJETIVOS	COMPETÊNCIAS GERAIS	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS	HABILIDADES ESPECÍFICAS
1	2 e 4	2, 3 e 4	EM13MAT202 EM13MAT407
2	4	5	EM13MAT510
3	5 e 7	1, 3 e 4	EM13MAT101 EM13MAT102 EM13MAT104 EM13MAT311 EM13MAT406
4	4, 5 e 7	2, 3 e 4	EM13MAT202 EM13MAT316 EM13MAT406

Fonte: elaborada pelas autoras com base na BNCC (2018).

As competências e habilidades citadas podem ser consultadas por você nas páginas 7 e 8 deste livro.

No **OBJETIVO 1**, relacionado às Competências Gerais 2 e 4, faz referência ao uso da reflexão, análise crítica, à criatividade e à curiosidade intelectual. Assim, você irá investigar e identificar como a Matemática está presente nas mídias. Já no **OBJETIVO 2**, relacionado à Competência Geral 4, você irá aprofundar sua investigação, inclusive gerando informação, a partir de pesquisas, sobre aspectos referentes aos jovens que frequentam sua escola, como forma de entender como diferentes linguagens (escrita, matemática, visual, digital e outras) são utilizadas na mídia.

No **OBJETIVO 3**, relacionado às Competências Gerais 5 e 7 você irá desenvolver a capacidade de argumentação e investigação para resolução de questões que envolvam o uso de informações numéricas por meio de pesquisas em bases de dados e na análise de produtos midiáticos que utilizam dados e estatísticas. A compreensão desses conceitos e registros matemáticos possibilitará a você uma

leitura crítica da mídia, a capacidade de identificar as informações numéricas, realizar interpretações e fazer inferências a partir dos dados dispostos e discutir as estratégias utilizadas na elaboração de uma notícia, reportagem ou artigo.

Por fim, no **OBJETIVO 4**, vinculado às Competências Gerais 4, 5 e 7, você irá, por meio das ferramentas digitais, poder desenvolver produtos e plataformas de conhecimento, tanto para o ambiente escolar, quanto para a sua comunidade, utilizando linguagens diversificadas. Na ocasião, você e seus colegas irão evidenciar os conhecimentos desenvolvidos ao longo das Etapas e Passos, criando um canal único e coletivo em uma plataforma audiovisual. Para isso, irão produzir conteúdos que expliquem para a comunidade elementos matemáticos, como a Matemática Financeira (juros, percentuais, porcentagens), Estatística e Probabilidade, que são aplicados por meio das mídias.

# JUSTIFICATIVA

Podemos dizer que a Matemática surgiu das necessidades humanas e se desenvolveu a partir da observação e do estudo da natureza e seus fenômenos. Com a evolução do conhecimento, a linguagem matemática tornou-se uma ferramenta essencial para a tomada de decisão, sendo a comunicação também um elemento desse processo.

As mídias são as responsáveis, dentre outras coisas, por compartilhar conhecimentos, inclusive conhecimentos matemáticos, pois se utilizam de suas metodologias. Você verá, neste Projeto, como a Matemática pode ajudar a investigar, representar e analisar diferentes fenômenos, que podem ser integrados à área jornalística na construção de notícias, reportagens e artigos de opinião.

Em um século marcado pelo grande volume de informações, proporcionadas pelo avanço da informática, é mais importante do que nunca termos um olhar crítico sobre os dados que são veiculados pelas mídias. Para isso, devemos adquirir capacidades de investigação, raciocínio e argumentação para compreendermos as comparações, relações, reconhecer variações, desvios, graus de precisão, entre outros, para desenvolvermos estratégias de intervenção.

Neste Projeto, você fará uso da Matemática através dos conceitos e da escrita própria da área, por meio de elementos da Aritmética, Álgebra, Estatística e Probabilidade, buscando soluções para as situações-problema propostas da realidade representada pelas mídias, sejam elas impressas, televisivas, radiofônicas ou digitais.

# PRODUTO FINAL

## Vamos criar um **Canal de vídeos**?

Diariamente, jornais impressos, revistas, sites, rádio e televisão divulgam matérias repletas de dados e informações numéricas que influenciam e orientam o cotidiano dos cidadãos. De acordo com as afinidades temáticas, você e seus colegas formarão um grupo para produzir um conteúdo audiovisual (vídeo ou slides). Para tanto, devem escolher um assunto relevante socialmente e pesquisar matérias nas mídias que abordem o tema. Em seguida, irão analisar qual o ramo da Matemática é aplicado, e explicar como esse aspecto foi abordado na matéria escolhida e desenvolver formas de leitura e compreensão daquele dado.

Com o conteúdo definido e revisado, você já poderá começar a gravar. A forma, os enquadramentos e os elementos que irão compor a gravação serão definidos pelo grupo. Os vídeos não devem ser longos e você tem a possibilidade de buscar inspiração em outros canais.

Depois dos vídeos prontos, você e seus colegas organizarão um evento de lançamento do canal, onde irão apresentar os conteúdos produzidos por vocês à escola e à comunidade. Neste dia, vocês poderão, inclusive, mostrar um pouco do processo de produção desses vídeos para o público.

Para realizar as ações propostas neste Projeto você irá precisar de: papel quadriculado (ou milimetrado); régua comum; papel A4; computador e impressora (ou copiadora); e *datashow*.

# DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

Orientações na  
página 227.

## ETAPA 1 3 PASSOS

### A MATEMÁTICA E INFORMAÇÃO NAS MÍDIAS

Nesta Etapa, vamos iniciar o percurso pelo universo da Matemática nas mídias. Para adentrarmos nesse terreno é necessário que você saiba como funciona o campo da comunicação; como as notícias são selecionadas e construídas antes de chegar ao público; a forma como dados numéricos interferem nas informações; e como podemos tratá-los com algumas ferramentas matemáticas. No Passo 1, você verá como a Matemática está inserida na construção das notícias na mídia e, no 2, como os dados numéricos se articulam e dão sentido aos Gêneros Jornalísticos. No Passo 3, tabelas e gráficos serão trazidos para mostrar como eles são elaborados e trabalhados nos campos matemático e midiático.

## ETAPA 2 2 PASSOS

### GERANDO INFORMAÇÕES MATEMÁTICAS SOBRE A COMUNIDADE

Os números que fundamentam as matérias jornalísticas são gerados pelas pesquisas desenvolvidas por institutos de pesquisa, órgãos não governamentais e universidades. Nesta Etapa, você desenvolverá uma pesquisa na comunidade escolar. Vamos aprender como tabular os dados e construir tabelas e gráficos, e comparar os resultados com pesquisas de grande escala, para o entendimento das grandezas e relacionar os avanços matemáticos através da evolução tecnológica e estatística. Você irá aplicar ainda um questionário sobre a importância da vacinação para jovens. No Passo 4 e no Passo 5, verá a relevância de se aliar a informação jornalística com a linguagem matemática e científica.

## ETAPA 3 3 PASSOS

### A PRODUÇÃO INFORMATIVA INTEGRADA AOS DADOS MATEMÁTICOS

Nesta Etapa, você aprofundará seus conhecimentos sobre Jornalismo Guiado por Bases de Dados – uma especialização dentro da profissão que trabalha com informações numéricas. Além disso, no Passo 6, compreenderá a produção digital de notícias que utilizam grandes bases de dados para elaborar conteúdos informacionais. No Passo 7, irá explorar visualizações interativas, além de saber como não cair em “mentiras” matemáticas e erros em informações com dados numéricos, como será demonstrado no Passo 8.

## ETAPA 4 2 PASSOS

### PRODUZINDO CONTEÚDO E APRESENTANDO À COMUNIDADE

Depois de percorrer a trajetória de conhecimento entre a Matemática e a mídia, você e seus colegas irão aplicar o que aprenderam na leitura de matérias jornalísticas e apresentar à comunidade como compreendê-las com a ajuda do olhar matemático. No Passo 9, você e seus colegas organizarão o canal e seu conteúdo, e encerrarão o Passo 10 com a divulgação do Produto final.

# ETAPA ①

## A MATEMÁTICA E A INFORMAÇÃO NAS MÍDIAS

A linguagem numérica é considerada a mais objetiva das linguagens. Nas mídias, ela aparece em porcentagens, índices e taxas, pesquisas de opinião e científicas, dados estatísticos, tudo para conferir mais credibilidade às notícias. O papel dos veículos de comunicação é relatar de forma simples e direta os fatos do dia, seja na cidade, no estado, no país ou no exterior.

Entender e explicar a realidade através da quantificação é tarefa da Matemática. Os jornalistas também buscam realizar um trabalho objetivo e neutro, embora a Comunicação seja uma Ciência Humana e não exata. Daí a importância dos dados numéricos: a Matemática reforça o ideal das mídias, e os resultados de pesquisas contribuem para basear e sustentar as notícias dos meios de comunicação.

Você já teve contato com a criação de uma notícia? Já leu sobre a importância da pesquisa científica ou de opinião pública? Desde já, saiba que o que é divulgado pela mídia passa por uma série de filtros. Nesta Etapa, conheceremos mais sobre esse processo e descobriremos como os veículos de comunicação compartilham a mensagem numérica, atribuindo sentidos aos dados.

Orientações na página 229.

### PASSO 01

## A MATEMÁTICA NA CONSTRUÇÃO DAS NOTÍCIAS NA MÍDIA

A Matemática e a mídia têm uma relação muito próxima e que, muitas vezes, pode passar despercebida. Nos jornais impressos, por exemplo, os tipos de números mais presentes são os cardinais (expressam uma quantidade absoluta), os ordinais (indicam a ordem ou a série em que um determinado número se encontra incluído), percentuais (expressam uma proporção ou uma relação entre dois valores, uma medida de razão com base cem), cifras (marcador de moedas de alguns países, valores citados em qualquer moeda) e áreas ou distâncias (tamanho de áreas ou distâncias existentes e/ou percorridas).

E não para por aí. Ainda há datas e horas, pesos (medida de massas) e idades. Todos esses valores são carregados de sentidos, intenções e têm a função de dar uma dimensão quantificável aos fatos. É o que veremos na notícia a seguir.

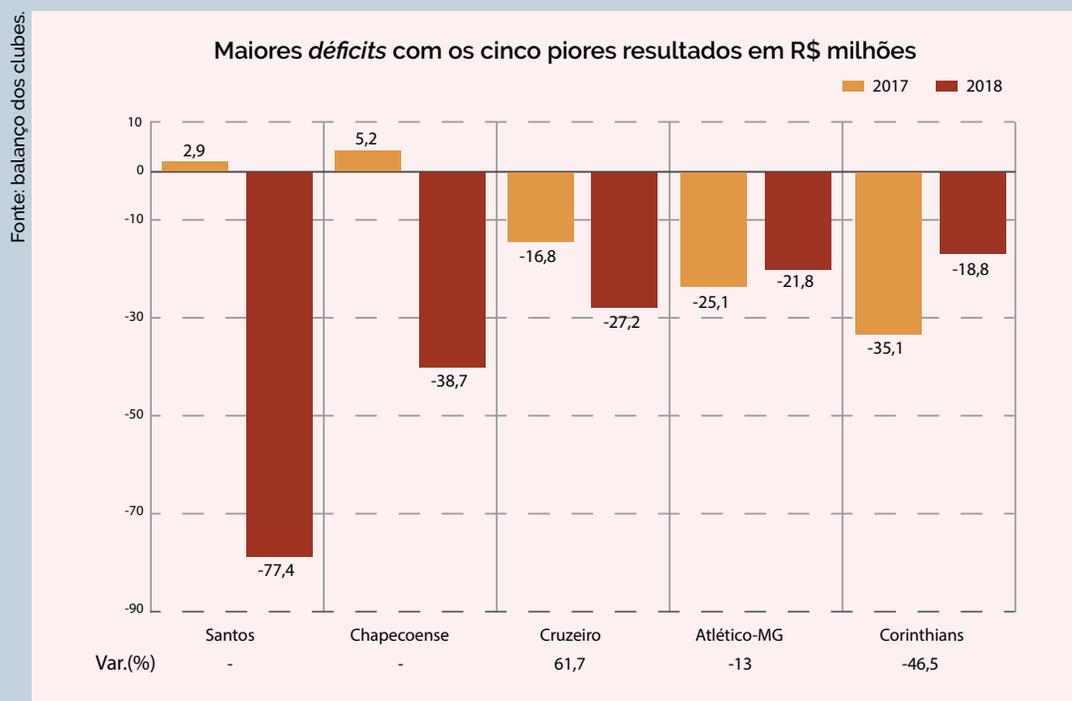
Orientações na página 230.

## A NEGOCIAÇÃO DE ATLETAS É A MAIOR FONTE DE RECEITAS DOS CLUBES DEPOIS DOS DIREITOS DE TRANSMISSÃO DOS JOGOS

O resultado dos principais clubes de futebol brasileiros no ano passado foi 73% pior do que em 2017, apesar de a receita ter subido com ajuda da venda de atletas.

A negociação de atletas, a maior fonte de receitas dos clubes depois dos direitos de transmissão dos jogos, cresceu 37%, para R\$ 1,32 bilhão (25% da receita total). Direitos de TV chegaram perto de R\$ 2 bilhões (37%).

A lista elaborada pelo *Valor* traz os 18 clubes da Série A do Campeonato Brasileiro em 2019, mais os 4 rebaixados em 2018. Avai e CSA, que subiram para a primeira divisão no ano passado, não haviam publicado suas demonstrações financeiras até a publicação deste levantamento.



Por Nelson Niero, *Valor Econômico*, São Paulo (15/07/2019).  
Fonte: [valor.globo.com/empresas/noticia/2019/07/15/deficit-de-clubes-cresce-apesar-de-receita-maior](http://valor.globo.com/empresas/noticia/2019/07/15/deficit-de-clubes-cresce-apesar-de-receita-maior)  
Acesso em: 18 fev. 2020.



### VAMOS REFLETIR!

Orientações na página 230.

1. Quais as relações sugeridas pela notícia?
2. Há alguma contradição na informação apresentada?
3. Qual o efeito dos conhecimentos numéricos na interpretação da notícia?
4. Analise, em conjunto com os seus colegas, as respostas dadas às questões. Verifique o quanto as informações da mídia são quantificáveis.

## CRITÉRIOS DE NOTICIABILIDADE E VALORES-NOTÍCIAS

A seleção das informações que são divulgadas junto aos leitores é objeto de avaliação dos jornalistas. Na mídia, assim como no cotidiano do cidadão comum, a rotina está cercada por critérios e instrumentos de avaliação.

Na sala de aula, por exemplo, os professores medem as competências pela pontualidade na entrega dos trabalhos, criatividade na resolução das tarefas, disciplina, participação e responsabilidade. Já em uma seleção de emprego, os recrutadores verificarão se os candidatos possuem as habilidades necessárias para o cargo, de acordo com o perfil da empresa, e também pelas características dos candidatos (proatividade, liderança, trabalhar bem em equipe etc). A análise de todos esses aspectos é o que dará o sinal verde para o avanço do estudante ou do candidato. E assim também se dá com as notícias, só que sob a análise de outros critérios mais específicos e quase imperceptíveis aos olhos do público.

Os chamados **critérios de noticiabilidade** ajudam os jornalistas a qualificarem o que deverá ser transformado em notícia para chegar ao público. Esses critérios podem se valer das características do fato, dos julgamentos pessoais e da bagagem cultural do jornalista, da cultura profissional de um grupo, da linha editorial da empresa de mídia, da qualidade do conteúdo coletado, da relação das fontes e com o público, de fatores éticos, das condições de trabalho e ainda de circunstâncias históricas, políticas, econômicas e sociais.

Há ainda os **valores-notícia**, que são algumas particularidades atribuídas aos acontecimentos e que ajudam a selecionar as informações. Por exemplo, no telejornal da sua cidade, o que prenderia mais a atenção do cidadão: o aumento do valor do botijão de gás ou o conflito entre a Armênia e o Azerbaijão? Valores como proximidade, impacto econômico, dinheiro, consequências poderiam determinar que a primeira informação tivesse mais importância por pesar de modo mais direto no orçamento de quem assiste ao telejornal. O conflito étnico entre países distantes do nosso, no entanto, ganharia espaço em uma editoria internacional de um jornal, portal ou mesmo de um telejornal nacional.

Você imaginava que por trás de uma notícia há tantos elementos que determinam a sua escolha? Quando uma informação chega a um jornalista, ele não consulta uma tabela para saber se o fato corresponde a algum desses aspectos. Na rotina das empresas jornalísticas esses critérios e valores-notícia já estão internalizados e fazem parte da cultura profissional. Essas são práticas internas que também não chegam ao conhecimento do público.

Assim também ocorre com as informações quantificáveis. Os leitores não têm acesso à íntegra dos acontecimentos, das pesquisas de opinião e científicas que são divulgadas diariamente. Cabe à mídia traduzir os resultados, caso eles sejam de relevância, polêmicos, de utilidade, inéditos, que tenham impactos, consequências na vida do cidadão, entre outras características.

Para entender mais sobre os critérios de noticiabilidade e valor-notícia, siga as instruções a seguir:

1. Forme um grupo com colegas, escolha uma reportagem ou notícia de jornal impresso, revista ou *site* e identifique quais poderiam ter sido os aspectos considerados na seleção daquele fato como notícia.
2. Identifique a quantidade de fontes entrevistadas, os argumentos utilizados, os dados numéricos representados, a localização geográfica da mídia e da informação nela veiculada e o grau de impacto na sua vida.
3. Compartilhe as observações do grupo com a turma. Essas descobertas poderão ser material para o Produto final deste Projeto.

Orientações na  
página 231.

Orientações na  
página 231.

## PASSO 02

# A MATEMÁTICA E OS GÊNEROS JORNALÍSTICOS

Orientações na página 232.

Já reparou que praticamente todas as atividades ou espaços do mundo, são divididos em seções e departamentos? Nos catálogos de filmes e séries há os de suspense, ação, terror, drama e comédia. Na literatura, encontramos os romances, as ficções científicas, autoajuda, biografias e os voltados para áreas de conhecimento específicas.

Estamos sempre diante de um objeto que se enquadra em uma categoria e que possui características e funções próprias. No Jornalismo não é muito diferente e a Matemática também pode influir nos sentidos dessa organização. Leia a matéria que apresentamos a seguir:

### VIVER COM 413 REAIS AO MÊS, A REALIDADE DE METADE DO BRASIL

Há muitos anos, Josefa Severina de Souza, de 58 anos, não sabe mais qual é a sensação de sair de férias do trabalho. Não consegue achar na memória nem qual foi a última vez que conseguiu tirar alguns miseráveis dias de descanso. Mãe de oito filhos, dos quais quatro ainda moram com ela, a rotina dos últimos 25 anos de Josefa tem sido de trabalho diário nas ruas de São Paulo como vendedora ambulante de segunda a sábado. Atualmente trabalha no bairro de Pinheiros, onde durante todo o dia transitam centenas de pessoas e potenciais clientes. No domingo, se dedica às tarefas domésticas. O marido, de 62 anos, desempregado há mais de quatro anos, faz alguns bicos como pedreiro, mas é a renda dela a principal fonte de sustento de seis pessoas. Somando os cerca de 1.450 reais que ganha com as vendas mais o salário fixo de 1.000 reais que um dos filhos recebe trabalhando em um supermercado, cada membro da família sobrevive atualmente com uma renda *per capita* mensal de 408 reais, menos do que meio salário mínimo. “Se a gente não trabalha, não sobrevive, né?”, explica a vendedora.

Por Heloisa Mendonça, El País (04/11/2019).

Fonte: [brasil.elpais.com/brasil/2019/10/30/economia/1572454880\\_959970.html](http://brasil.elpais.com/brasil/2019/10/30/economia/1572454880_959970.html)

Acesso em: 18 fev. 2020.

Orientações na página 232.



## VAMOS REFLETIR!

1. Em qual seção de um jornal ou portal poderia estar esse texto?
2. Quais funções os dados numéricos exercem nesse tipo de texto?
3. Como você imagina o que é viver com 413 reais?
4. Você já teve a curiosidade de pesquisar o gasto mensal da sua família com alimentação, energia, água, transporte e gás de cozinha?
5. Discuta com os colegas as respostas às questões.

## GÊNEROS JORNALÍSTICOS OU MIDIÁTICOS

Ao acessarmos portais jornalísticos, existe sempre um menu com várias seções, chamadas editorias, que podem ser de política, economia, policial, cotidiano, educação, esporte, cultura, internacional, turismo etc. Entre essas divisões ainda há uma aba com *blogs* e colunas. Já nos jornais impressos, além dos espaços temáticos, existe uma página exclusiva de *opinião*, onde jornalistas, juristas, médicos, professores, escritores apresentam um posicionamento particular.

Gêneros Jornalísticos ou Gêneros Midiáticos são uma promessa de conteúdo, ou de uma possibilidade de conteúdo, uma espécie de contrato previamente acordado entre a mídia e o público. O gênero informativo e o opinativo são os mais frequentes em jornais, portais, telejornais, revistas e emissoras de rádio. Cada gênero tem um formato de apresentação um determinado conteúdo. No gênero informativo, os mais comuns são nota, notícia, reportagem e entrevista. No gênero opinativo, os formatos populares são comentário, artigo, resenha, coluna, carta do leitor e crônica.

Diante das informações apresentadas, pare para pensar:

1. Você e seus colegas sabem quais as diferenças, características e funções de cada um dos gêneros?
2. Diante de tanta informação, será que o público consegue separar uma opinião de uma notícia realmente apurada por repórteres?

Nos gêneros jornalísticos, um argumento fundamentado, o prestígio de quem assina e, particularmente, uma informação numérica, terá um papel importante na compreensão, aceitação ou rejeição de um texto jornalístico. Os números não mentem, mas podem enganar. Estes são mecanismos usados com frequência na mídia para sustentar hipóteses e demonstrar realidades que podem ou não ser verdadeiras. O Gênero Jornalístico no qual os dados estão inseridos é um elemento importante para identificar as intenções da mídia.

Orientações na página 232.

### EXEMPLOS DE GÊNEROS JORNALÍSTICOS

<b>Notícia</b>	Relato integral de um fato, sem opinião. Responde a seis perguntas básicas: o quê, quem, quando, onde, como e por quê, com ordem decrescente de importância.
<b>Reportagem</b>	Relato ampliado de um acontecimento que repercutiu e produziu alterações que já são percebidas pela instituição jornalística.
<b>Entrevista</b>	Procedimento clássico de apuração de informações. Objetiva a coleta de interpretações e a reconstituição de fatos.
<b>Artigo</b>	Matéria jornalística na qual um jornalista ou um colaborador de outra área desenvolve uma ideia e apresenta sua opinião. Os autores de artigos normalmente são pensadores, escritores e especialistas em diversos campos e cujos pontos de vista interessam ao conhecimento e divulgação na mídia e ao público ao qual se dirige.
<b>Coluna</b>	Toda seção fixa, seja no jornal impresso, no rádio, na televisão, nas revistas, nos <i>Podcasts</i> ou nos portais. Abrange diferentes formatos do gênero opinativo e do informativo. É redigida em estilo mais livre e pessoal.

## VAMOS PESQUISAR!

Orientações na página 233.

Em grupo, selecione uma seção de um portal ou jornal impresso, leia as matérias e identifique quais delas contêm informações numéricas, dados ou estatísticas. Escolham seções distintas, tanto de opinião, quanto de informação, assim como áreas como saúde, educação, policial, política, economia etc. Depois dessa análise, compartilhe e compare os resultados com os colegas. O material coletado poderá se transformar em conteúdo para o Produto final deste Projeto.

### PASSO 03

## CONSTRUÇÃO DA INFORMAÇÃO EM TABELAS E GRÁFICOS

Orientações na página 234.

Podemos identificar as informações por meio de dados numéricos através de tabelas e gráficos, pois são ferramentas que facilitam a análise e interpretação de um conjunto de dados. Mas, para tanto, existem diversas opções de representação gráfica, que estão presentes em diversos meios de comunicação, como jornais, revistas, Internet e estão ligados aos mais variados assuntos do nosso cotidiano.

Sua importância depende da facilidade e rapidez com que podemos interpretar as informações. Os dados coletados e distribuídos em planilhas podem ser organizados em gráficos e apresentados de uma forma mais clara e objetiva.

Você sabia que dados numéricos podem variar de forma muito rápida, dependendo do tema abordado? Veja a seguir uma tabela sobre a situação epidemiológica dos casos de dengue, chikungunya e zika no Brasil, disponibilizada pelo Ministério da Saúde e um trecho da matéria de um portal sobre o mesmo assunto.

### MONITORAMENTO DA SITUAÇÃO DAS ARBOVIROSES DENGUE, CHIKUNGUNYA E ZIKA NO BRASIL

Semanas de monitoramento		Atualização	
Semana epidemiológica(SE) de 01 a 15 (30/12/2018, com exceção de Zika SE 13 (30/12/2018 a 30/03/2019))		15/04/2019	
	DENGUE	CHIKUNGUNYA	ZIKA
Casos prováveis	451.685	24.120	3.085
Confirmados	211.710	12.369	662
Óbitos	123	03	0
Descartados	125.052	6.181	2.441

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

## CASOS DE DENGUE CRESCEM 339% NO BRASIL EM 2019; QUASE MIL CIDADES TÊM RISCO DE SURTO

O Ministério da Saúde divulgou nesta terça-feira (30) novos dados sobre dengue, zika e chikungunya. Até o dia 13 de abril de 2019, foram registrados 451.685 casos prováveis de dengue no Brasil, um aumento de 339,9% em relação ao mesmo período do ano passado.

(...) Oito unidades federativas têm incidência superior de 300 casos por 100 mil habitantes, número preocupante. Tocantins tem o maior número de incidência de casos de dengue. Seguido de Mato Grosso do Sul, Goiás, Minas Gerais, Acre, Espírito Santo, São Paulo, Distrito Federal. O Paraná tem incidência acima de 100 casos por 100 mil habitantes.

Questionado se estes estados e o DF vivem epidemias da doença, Said [Rodrigo Said, Coordenador Geral dos Programas Nacionais de Controle e Prevenção da Malária e das Doenças Transmitidas pelo *Aedes*] alerta que os números indicam epidemia, mas pede cautela: "Quando a gente olha para estes estados, sabemos que alguns são muito grandes então nem toda área terá epidemia. O dado do estado é muito agregado", alerta Said.

Fonte: [g1.globo.com/bemestar/noticia/2019/04/30/casos-de-dengue-crescem-339percent-no-brasil-em-2019-quase-mil-cidades-tem-risco-de-surto.ghtml](http://g1.globo.com/bemestar/noticia/2019/04/30/casos-de-dengue-crescem-339percent-no-brasil-em-2019-quase-mil-cidades-tem-risco-de-surto.ghtml). Acesso em 19 fev. 2020.



## VAMOS PESQUISAR!

1. Acesse o primeiro Levantamento Rápido de Índices de Infestação pelo *Aedes aegypti* (LIRAA) de 2019 (disponível em: [www.saude.gov.br/noticias/agencia-saude/45407-quase-mil-cidades-podem-ter-surto-de-dengue-zika-e-chikungunya-no-pais](http://www.saude.gov.br/noticias/agencia-saude/45407-quase-mil-cidades-podem-ter-surto-de-dengue-zika-e-chikungunya-no-pais). Acesso em: 19 fev. 2020).
2. Nele você verá uma série de tabelas e dados descritivos sobre a situação epidemiológica dos casos de dengue, chikungunya e zika no Brasil. Quais desses dados foram destacados pela matéria jornalística apresentada anteriormente?
3. Quando observamos os dois textos, percebemos que o primeiro privilegia os dados e o segundo uma leitura mais ampliada. Que recursos o jornalista utilizou além das informações citadas no estudo?
4. Para realizar a pesquisa, os responsáveis por elas precisaram ter alguns conhecimentos científicos e numéricos sobre surto, epidemia, endemia e pandemia. Como podem ser conceituados e medidos esses termos?

Orientações na  
página 234.

## GRÁFICOS E TABELAS COMO REPRESENTAÇÕES IMAGÉTICAS DA REALIDADE

Orientações na  
página 235.

Na mídia a fotografia é a principal representação imagética da realidade, é um recorte de uma cena a partir do olhar do fotógrafo. Na Matemática e, em particular, na Estatística, tabelas e gráficos são a forma de apresentação de uma mensagem por meio de uma imagem. Ambos, portanto, são maneiras de representar o real. Quando utilizados em notícias, esses recursos podem dar a impressão de que os valores são maiores ou menores do que verdadeiramente são.



Gráficos e tabelas na estruturação de pesquisas.

Nos meios de comunicação, gráficos e tabelas são montados para apresentar uma informação de forma não textual. Na Matemática, essas ferramentas fazem parte da construção do próprio conhecimento, da pesquisa e da análise. O que é informado ao público, na mídia, é apenas uma parcela dos resultados encontrados, como foi visto no exemplo anterior.

Você já deve ter observado quais são os elementos de uma tabela. Para começar, toda tabela tem um título para identificá-la. Depois é preciso elencar todas as variáveis estudadas, quantificar cada uma. Observe o exemplo apresentado na tabela a seguir.

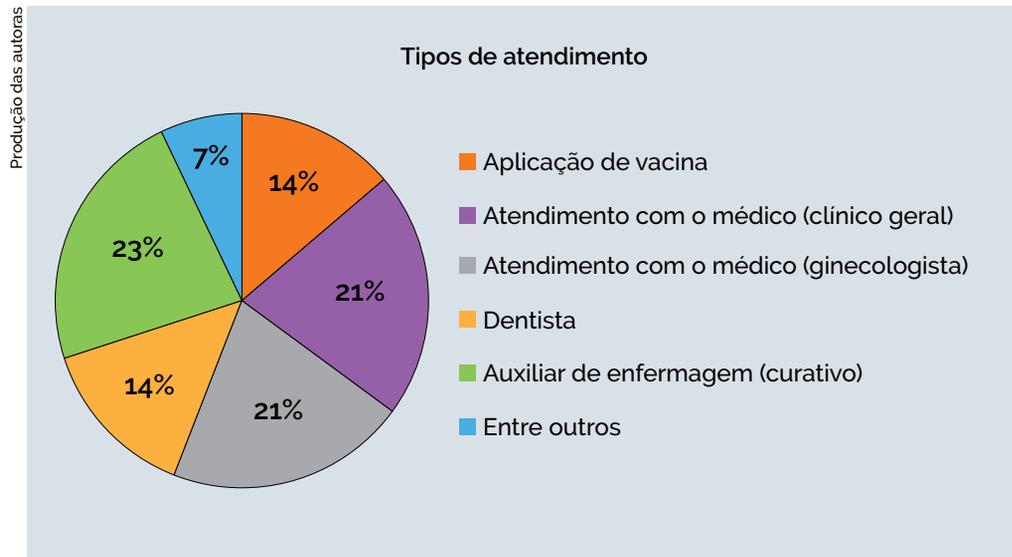
### MODELO DE ESTRUTURAÇÃO DOS DADOS

Tipo de atendimentos	Fa(quantidade)	Fr(porcentagem)
Aplicação de vacina	20	14%
Atendimento com o médico (clínico geral)	30	21%
Atendimento com o médico (ginecologista)	30	21%
Dentista	20	14%
Auxiliar de enfermagem (curativo)	32	23%
Entre outros	10	7%
<b>Total</b>	<b>142</b>	<b>100%</b>

Fonte: Elaborada pelas autoras, 2020

Com a tabela construída, representa-se com gráficos as informações para melhor expressar os valores numéricos. Em seguida, faz-se uma análise sobre a informação apresentada.

Veja, por exemplo, um gráfico em pizza, também conhecido como gráfico de setores ou gráfico circular, muito utilizado nas mídias. É indicado para expressar uma relação de proporcionalidade, em que todos os dados somados compõem o todo de um dado aspecto da realidade.



## VAMOS PESQUISAR!

Em um grupo com três colegas, visite um posto de saúde da sua comunidade e verifique quais serviços são feitos e quantas pessoas são atendidas durante alguns dias ou por uma semana. Faça as anotações de todos os dados informados por tipo de atendimento e quantidade de indivíduos. Ao chegar à sala de aula, vamos montar uma grande tabela com frequência absoluta e relativa dos dados levantados por todos os estudantes da turma e depois confeccionar um gráfico de setores. O material coletado poderá se transformar em conteúdo para o produto final deste projeto.

Orientações na página 235.



# ETAPA 2

## GERANDO INFORMAÇÕES MATEMÁTICAS SOBRE A COMUNIDADE

Orientações na página 236.

Os institutos de pesquisa, os órgãos governamentais e não-governamentais, as universidades, entre outras instituições, são responsáveis por pautar a mídia, ou seja, geralmente conseguem espaço e tempo para divulgar estudos que tenham impacto na vida do cidadão, na cidade ou no país. Diariamente são publicadas pesquisas sobre o preço da gasolina, da cesta básica, os níveis de desemprego, da economia etc.

Os dados circulam o tempo todo, por meio das entidades e da mídia. E não há melhor forma de aprender do que fazendo os próprios estudos. A partir de agora, você será um estudante-pesquisador. Juntos com seus colegas, você irá desvendar uma realidade da sua escola.

Você já participou de alguma pesquisa, enquête, questionário sobre algum assunto? Como os resultados foram apresentados pelo responsável posteriormente? Já teve a curiosidade de saber quais metodologias foram utilizadas no estudo? E você, como construiria uma pesquisa?

### PASSO 04

## IMPORTÂNCIA DA VACINAÇÃO PARA OS JOVENS

Orientações na página 237.

Que as mídias estão cheias de matérias sobre pesquisas você já sabe. Mas você entende tudo o que os números dizem? Isso depende dos dados disponíveis e da forma que o jornalista escolhe para apresentar a informação. Ela pode estar diluída junto com uma história de algum personagem ou ter o seu passo a passo explicado com todas as inferências possíveis bem explícitas. Em outros casos, as pesquisas deixam brechas para que o público descubra e faça relações, sejam elas corretas ou não. Veja o exemplo de uma notícia publicada em um jornal nacional, em 11 de agosto de 2019, sobre a vacinação contra o sarampo.

## NA ÚLTIMA SEMANA DA CAMPANHA, 71% DOS JOVENS AINDA NÃO SE VACINARAM CONTRA O SARAMPO

Na última semana de campanha de vacinação contra o sarampo em São Paulo, 70,7% dos jovens de 15 a 29 anos, alvos da campanha, ainda não foram vacinados, segundo dados da Secretaria Municipal da Saúde. Até o momento, a capital registrou 778 casos da doença, o que corresponde a 80% dos casos no estado. Já entre as crianças de 6 meses a 1 ano de idade incompletos, novos alvos da campanha, faltavam vacinar 72,1%. Os casos entre crianças menores de 12 meses de idade representam 13,6% dos 967 casos existentes no estado hoje.

Por Laissa Barro, *Folha de S. Paulo* (11/08/2019)

Fonte: [agora.folha.uol.com.br/sao-paulo/2019/08/71-dos-jovens-ainda-nao-foram-vacinados-contra-o-sarampo.shtml](http://agora.folha.uol.com.br/sao-paulo/2019/08/71-dos-jovens-ainda-nao-foram-vacinados-contra-o-sarampo.shtml). Acesso em: 18 fev. 2020.

### VAMOS REFLETIR!

1. Qual outra informação seria necessária para compreender a quantos jovens de 15 a 29 anos equivalem os 70,7% mencionados na matéria?
2. A notícia menciona que a cidade de São Paulo registrou 778 casos de sarampo e que dos 967 casos existentes no estado, 13,6% são de crianças menores de 12 meses de idade. É possível inferir que essas crianças eram da capital ou do interior?
3. Se lermos a notícia completa no site, a jornalista apresenta os motivos da ausência dos jovens ou outros dados que intensifiquem a importância da vacinação?

Orientações na página 237.

### A PESQUISA CIENTÍFICA

Que tal aprofundarmos o tema por meio de uma pesquisa na escola? A pesquisa científica é o caminho para a construção do conhecimento. Por meio dela é possível compreender uma dada realidade, fatos e fenômenos da sociedade. Tudo começa porque o pesquisador tem diante de si uma questão ou problema a ser resolvido. Assim, faz uso de diversos instrumentos para iniciar um processo de investigação. Define seu universo de pesquisa, as perguntas que deverão ser respondidas e escolhe as teorias que aplicará. Com o que for coletado, fará o cruzamento de dados para realizar análises, fazer inferências, identificar possíveis causas e feitos, descobrir as origens, soluções e tirar conclusões.

O **questionário** é uma das metodologias de pesquisa utilizada em diversas áreas do conhecimento para as mais distintas finalidades. Não há uma regra de como ele deve ser aplicado, mas os autores fazem algumas recomendações importantes que os pesquisadores precisam levar em consideração. São elas:

1. Planejar o que será estudado.
2. Formular as perguntas de acordo com as informações que se quer obter.
3. Definir o texto e a ordem das perguntas e a estrutura visual do questionário.
4. Testar o questionário (pré-teste), utilizando uma pequena amostra para identificar previamente se há algum problema no questionário.
5. Quando necessário, corrigir o problema e fazer novo pré-teste.

## VAMOS PESQUISAR!

Orientações na página 237.

Que tal você fazer um levantamento com os colegas do Ensino Médio da sua escola? Em equipe de no mínimo quatro integrantes, você pode aplicar um questionário como o do modelo a seguir para saber se os colegas estão com o cartão de vacinação em dia.

### VACINAÇÃO DOS ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO CONTRA O SARAMPO

Questionamentos	Respostas
1. Você tem o seu cartão de vacina?	( ** ) Sim ( ** ) Não
2. Caso tenha o cartão de vacina, ele se encontra em dia?	( ** ) Sim ( ** ) Não
3. Você acompanha as notícias sobre vacinação?	( ** ) Sim ( ** ) Não
4. Você tomou a vacina na última campanha contra sarampo?	( ** ) Sim ( ** ) Não

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

O passo seguinte será tabular os dados encontrados na aplicação do questionário acima, organizando as informações no seu caderno ou em documento no computador. Veja o modelo a seguir:

### VACINAÇÃO DOS ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO CONTRA O SARAMPO

Perguntas realizadas	Fa (frequência absoluta)	Fr (frequência relativa)
Questão 01	*****	*****
Questão 02	*****	*****
Questão 03	*****	*****
Questão 04	*****	*****
<b>TOTAL</b>	*****	*****

Fonte: elaborado pelas autoras, 2020.

Organizem tabelas e gráficos com os resultados para compor o acervo do Produto final.

## PASSO 05

### A INFORMAÇÃO ALIADA À LINGUAGEM MATEMÁTICA

Orientações na página 238.

Como estamos vendo, o uso da mídia aliada à Matemática possui relevância para o desenvolvimento da sociedade, como no caso da saúde pública. Vamos, agora, refletir sobre uma questão: uma sociedade altamente tecnológica existiria sem Matemática? A famosa série de televisão britânica de ficção científica, *Black Mirror*, criada por Charlie Brooker, projeta as invenções incríveis e apavorantes das tecnologias digitais. Os seus episódios exploram um futuro próximo em que a natureza humana e a tecnologia de ponta entram em um perigoso conflito.

São os algoritmos matemáticos sofisticados que cruzam conceitos avançados de álgebra linear, estatística e análise numérica que permitem a criação de dispositivos, sistemas e de coletas de dados para realização de tarefas aparentemente impossíveis. Se vivermos em um conflito com as tecnologias como na ficção, ainda é cedo para saber. Por enquanto, elas têm ajudado até a salvar vidas e a Matemática tem sido uma grande aliada nesse desafio. Vamos ler a matéria a seguir e discutir mais sobre o assunto.

### CALCULADORA DE RISCO PREVÊ CHANCE DE MORTE EM CIRURGIA CARDÍACA

*Criada por parceria do Incor com faculdades, ferramenta prediz complicações em cirurgias de cardiopatia reumática*

Com um banco de dados, você consegue ver quais as características dos pacientes que tiveram complicações ou vieram a falecer. Portanto, é possível definir se foram itens como idade, nível do problema renal ou pulmonar, entre outros. Essas características permitem a criação de uma calculadora para fazer uma somatória dessas variáveis e conseguir prever o que aconteceria com o paciente. A precisão da calculadora é de 98%.

O médico Omar Asdrúbal Mejía, coordenador da Unidade Cirúrgica de Qualidade e Segurança do Incor da Faculdade de Medicina (FM) da USP, conta que as calculadoras de risco já existem há 20 anos, mas o diferencial da que foi criada pelo grupo é que ela é pensada justamente para o paciente reumático, que é uma particularidade do Brasil, onde a causa mais frequente dos problemas das válvulas cardíacas é a cardiopatia reumática.

Por *Jornal da USP* (22/10/2018)

Fonte: [jornal.usp.br/atualidades/calculadora-de-risco-preve-chance-de-morte-em-cirurgia-cardiaca](http://jornal.usp.br/atualidades/calculadora-de-risco-preve-chance-de-morte-em-cirurgia-cardiaca).

Acesso em: 18 fev. 2020.



## VAMOS REFLETIR!

1. Que tipo de contribuição a Matemática deu ao tratamento de pacientes reumáticos?
2. A Matemática sempre foi uma aliada da Ciência. Cite outras ações que necessitam do conhecimento matemático para qualificar nossa saúde.
3. Você certamente já leu ou viu outras reportagens na qual a Matemática foi importante para alguma descoberta. Será que ela foi tratada como protagonista da história ou só como um elemento a mais?

Orientações na página 238.

## OUTRAS APLICAÇÕES DA MATEMÁTICA

Os matemáticos são responsáveis por quantificar e interpretar logicamente o mundo que nos cerca. Foi com o surgimento dos primeiros computadores que as primeiras bases de dados promoveram modificações profundas nos modos de se armazenar, organizar, classificar, recuperar e compartilhar informações na década de 1960. Uma das principais tendências da tecnologia é o **Big Data**. O termo descreve o grande volume de dados estruturados e não estruturados que impactam os negócios diariamente.

O **Marketing** e outras áreas têm se apropriado das vantagens da obtenção de dados. No jornalismo, as tecnologias digitais *online* têm facilitado o trabalho do jornalista na localização de informações e carregado as notícias com alto teor de relevância social. Mas para isso é preciso que o profissional esteja preparado para lidar com a verificação de dados que requer, na maioria das vezes, conhecimentos matemáticos.

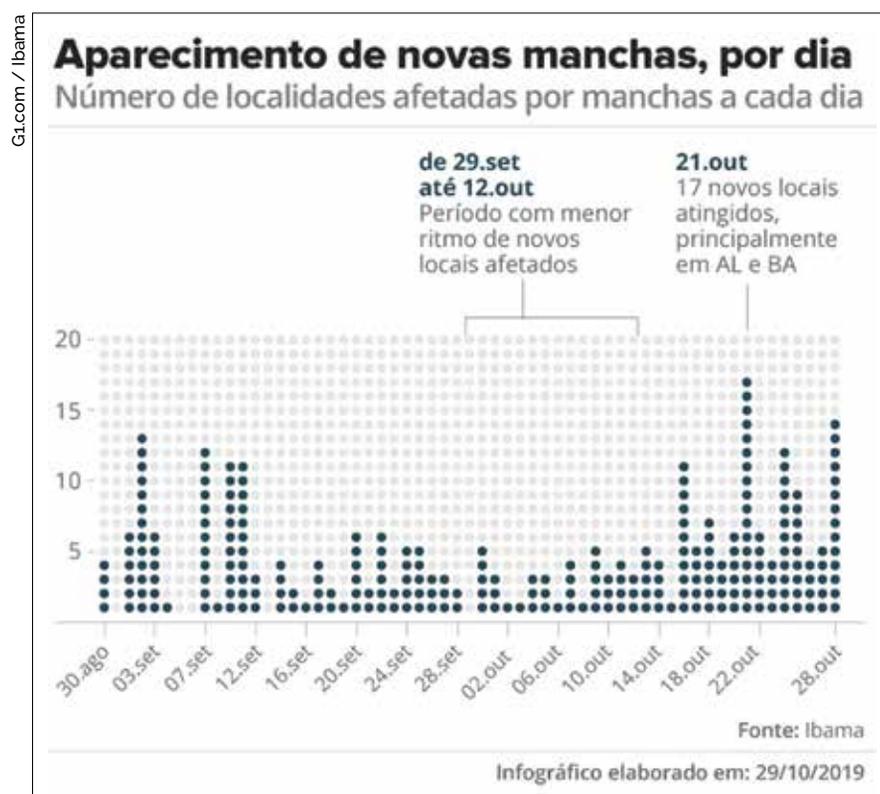
Orientações na página 238.

## VAMOS PESQUISAR!

Orientações na página 239.

Em 2019, o Brasil sofreu um dos maiores desastres ambientais com o derramamento de petróleo no oceano. Vários estados, em particular os da região Nordeste, foram atingidos. Um site nacional de notícias preparou um infográfico para mostrar o ritmo de espalhamento do óleo pelas praias nordestinas.

Faça um levantamento com colegas do Ensino Médio da sua escola, em equipe de no mínimo quatro integrantes, para verificar se eles entendem o infográfico. Para isso utilize o modelo abaixo de questionário.



### QUESTIONÁRIO DE COMPREENSÃO DE INFOGRÁFICO

Questionamentos	Respostas
1. Você sabe qual o tema do infográfico?	( ** ) Sim ( ** ) Não
2. Qual o menor ritmo de locais afetados?	( ** ) 30/08 a 16/09 ( ** ) 17/09 a 26/09 ( ** ) 29/09 a 12/12
3. Você concorda com o monitoramento diário?	( ** ) Sim ( ** ) Não

Fonte: elaborado pelas autoras, 2020.

Com as informações obtidas, você e seu grupo podem criar conteúdo para o canal e construir um cartaz para expor na apresentação do Projeto final.

# ETAPA ③

## A PRODUÇÃO INFORMATIVA INTEGRADA AOS DADOS MATEMÁTICOS

Por trás de cada número há sempre uma história em potencial. Cabe ao pesquisador ou ao jornalista descobrir o que eles contam ou escondem. Nessa caça ao tesouro, conhecer um terreno chamado Matemática será uma vantagem para quem se aventure nele. Entender e usar estatística e outros ramos da Matemática já não é mais tarefa exclusiva das Ciências Exatas.

Neste contexto, um alerta precisa ser feito: nossa sociedade hoje está submersa em falsidades numéricas. De acordo com os interesses, dados são adulterados, estatísticas são falseadas e uma Matemática mal resolvida pode dar aparência de verdade às ideias mais fantasiosas. O Jornalismo Guiado por Base de Dados e o *Fact-Checking* são algumas das saídas para fugir da desinformação e desvendar histórias ocultas.

Nesta terceira Etapa, vamos tratar de duas ferramentas que são tendências mundiais e que usam dados e operações matemáticas em sua elaboração. Antes de começarmos, uma pergunta: o que você gostaria de descobrir usando dados?

### PASSO 06

## O JORNALISMO DE DADOS E A MATEMÁTICA

Em notícias e reportagens, os números aparecem em forma de estatísticas, porcentagens, valores, progressões, em textos, infográficos e tabelas. São os chamados **dados**, ou seja, um valor atribuído a alguma coisa. E a Matemática é peça fundamental para mergulhar no universo dos dados.

Aos fazer contas, jornalistas mostram evidências. Quando um programa policial mostra uma série de crimes, faz parecer que o país vive em um estado muito superior de violência do que mostram as estatísticas. Na realidade, em algumas regiões, o índice de criminalidade vem caindo. A busca em bases de dados e a relação feita com os números poderão demonstrar que a imagem é outra em muitas localidades.

Dados como o exemplificado anteriormente explicam um determinado tema, suas nuances e riscos. Em muitos casos, no lugar de ouvir as duas versões sobre o mesmo fato, o jornalista poderá contrastar as declarações com informações quantificáveis disponíveis nas bases de dados. A credibilidade é um valor agregado quando os jornalistas fazem cálculos.

Na mídia, o termo “dados” acompanha uma divisão entre o Jornalismo com Dados e o Jornalismo Guiado por Base de Dados. O primeiro é caracterizado por

Orientações na página 239.

Orientações na página 239.

publicações que utilizam dados sem que esses sejam o foco da narrativa. Em muitas ocasiões, em seus conteúdos, essas mídias apenas reproduzem os números repassados por institutos de pesquisa, universidades, pesquisadores e gestores, o que requer pouco esforço do jornalista na realização de cálculos

O segundo é constituído por reportagens nas quais os dados guiam a construção da narrativa e possuem uma metodologia de trabalho mais específica, que envolve a compilação, limpeza, contextualização, análise e comunicação desses dados. Essa categoria demanda do jornalista domínios sobre *softwares* de planilhas, banco de dados e habilidades matemáticas.

O que o Jornalismo com Dados e o Jornalismo Guiado por Base de Dados têm em comum é uma tentativa permanente de tornar os números compreensíveis para o cidadão por meio de comparações, apontando causas, consequências ou implicações na vida comum. Sozinhos, valores não dizem muito, por isso precisam ser interpretados.

Um dos primeiros passos para o trabalho é ter uma pergunta ou questão que pode ser respondida por dados. As próximas etapas são localizá-los e obtê-los, verificar a metodologia e a confiabilidade, limpá-los em formatos acessíveis como planilhas, excluindo espaços vazios e dados não numéricos, analisá-los e, por fim, apresentá-los ao público.

Sobre a fonte de dados, é relevante destacar a importância do Portal da Transparência, lançado pelo Ministério da Transparência e Controladoria-Geral da União, em 2004. Nele, qualquer cidadão tem acesso às informações sobre como o dinheiro público é utilizado no país e outros assuntos relacionados à gestão pública do Brasil. Outro dispositivo público que tem sido aliado dos jornalistas na obtenção de dados é a Lei de Acesso à Informação, a LAI (nº 12.527/2011), em vigor desde 2012. Ela criou mecanismos que possibilitam, a qualquer pessoa, física ou jurídica, solicitar informações públicas de órgãos e entidades. É aplicada para os três Poderes da União, Estados, Distrito Federal e Municípios, incluindo os Tribunais de Conta e Ministério Público. As entidades privadas sem fins lucrativos também são obrigadas a dar publicidade às informações referentes ao recebimento e à destinação dos recursos públicos por elas recebidos.

#ficaadica

Um material de linguagem simples e acessível para aprofundar os estudos sobre Jornalismo Guiado por Dados é o e-book *Siga os Números: introdução ao uso de dados no jornalismo de finanças e negócios*, de autoria da jornalista Mariana Segala, disponível em: [sigaosnumeros.com](http://sigaosnumeros.com) (acesso em: 18 fev. 2020). O livro explica como encontrar dados e a presença deles no jornalismo econômico.



## VAMOS PESQUISAR!

Orientações na página 240.

1. Qual é o orçamento do Governo do Estado e da Prefeitura Municipal destinado às escolas públicas da sua cidade?
2. Como foi a distribuição por bairros e municípios?
3. O repasse variou em um intervalo de cinco, dez anos?
4. Como esses valores têm sido investidos nessas instituições?

Você pode descobrir essas e outras informações acessando o Portal da Transparência ou o site do órgão responsável. Nas pesquisas no *site* é possível aplicar filtros, excluir ou adicionar colunas, filtrar dados por período, baixar tabelas e ainda aplicar visualizações gráficas. Como cidadãos e estudantes, é importante estar atento à aplicação do dinheiro público. Prepare um quadro com as informa-

ções coletadas para uma apresentação no evento final deste Projeto. Os dados são fundamentais para que toda comunidade esteja consciente do quanto os governantes investem na educação.

## PASSO 07

# MÉTODOS DE VISUALIZAÇÃO DE DADOS

Orientações na página 240.

Agora que você já sabe o que é Jornalismo Guiado por Base de Dados e já navegou nesse universo na página do Portal da Transparência e em outras bases, vamos transformar números em apresentações interativas e atraentes. Mapas, gráficos em formato de pizza ou torres, linhas do tempo são algumas das formas de visualização de dados.

De acordo com alguns autores que pesquisam sobre técnicas de visualização, o objetivo dessas informações visuais é auxiliar na compreensão de dados, ao apoiar a habilidade do sistema visual humano para o reconhecimento de padrões, identificação de tendências e percepção de registros desviantes.

## FORMAS DE VISUALIZAÇÃO DE DADOS

Não basta analisar e humanizar os dados, também é preciso torná-los atrativos no momento de apresentá-los ao público. Elementos visuais, como diagramas, gráficos e mapas estáticos ou interativos, são formas acessíveis de ver e entender tendências e padrões nos dados.

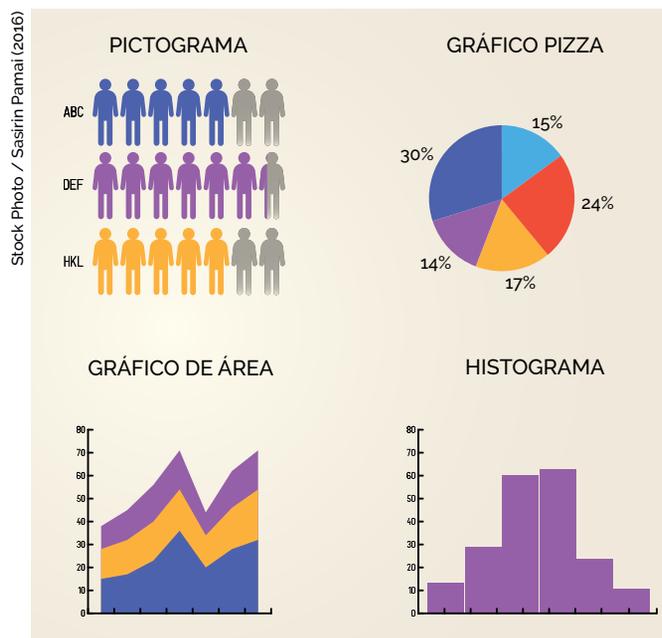
Orientações na página 240.

São exemplos de tipos de visualização de dados o gráfico de área, gráfico de barras, gráfico de caixa, nuvem de bolhas, gráfico de marcador, cartogramas, exibição de círculos, mapa de distribuição de pontos, gráfico de Gantt, mapa de variações, tabela de destaque, histograma, matriz, rede área polar, árvore radial, gráfico de dispersão (2D ou 3D), gráfico de fluxo, tabelas de texto, linha do tempo, mapa de árvore, gráfico de segmentos e nuvem de palavras.

A escolha dessas formas de visualização dependerá de qual tarefa ela irá cumprir. Os gráficos em barra são indicados quando se tem duas categorias diferentes, o que permite a visualização rápida das tendências nos dados. Gráficos de pizza são usados para mostrar partes de um todo, já o mapa em árvore apresenta informações hierárquicas como um grupo de retângulos que variam em tamanho e cor, por exemplo.

Então, o que você quer mostrar? Primeiro será preciso filtrar os dados e definir quais serão relevantes para a apresentação, selecionar uma representação gráfica adequada e ordenar os valores no final.

Deseja fazer relações, comparações, distribuições geográficas ou temporais, mostrar tendências, alterações? Tudo depende do seu objetivo. Assim, a visualização de dados coloca informação quantitativa em contexto e os elementos infográficos mostram como um acontecimento se desenrolou.



Alguns tipos de gráficos

## PASSO 08

# DETECÇÃO DE DESINFORMAÇÃO NA UTILIZAÇÃO DE DADOS NA MÍDIA

Orientações na página 241.

Notícias falsas, boatos e a desinformação sempre existiram no mundo, no entanto, com o aumento do número de usuários de redes sociais digitais e de aplicativos de mensagens instantâneas, elas passaram a circular mais rápido e com maior impacto. Frear esse movimento é um desafio que beira o impossível, mas algumas iniciativas têm surgido para amenizar as consequências.

Em 2018, o Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC), da Universidade de São Paulo (USP), em parceria com a Universidade Federal de São Carlos (Ufscar), criou um robô para um aplicativo de troca de mensagens, capaz de informar se um texto na plataforma é verdadeiro ou não, por meio do modelo de aprendizado de máquina (*machinelearning*). No jornalismo, o *Fact-checking*, (checagem de fatos) tem sido uma alternativa para combater a desinformação. A checagem nos ajuda a reconhecer os métodos empregados na transformação de números em falsidades. A Matemática é fundamental nesse processo. Leia a notícia abaixo e entenda como funciona.

### RIO ÔNIBUS DIVULGA DADOS TRUNCADOS PARA JUSTIFICAR AUMENTO DA TARIFA NOS COLETIVOS

**AFIRMAÇÃO:** "Uma frota de 8.640 ônibus (...) e transporta todos os meses o equivalente a 108 milhões de passageiros"

**GRAU DE VERACIDADE:** EXAGERADO

**EXPLICAÇÃO:** De acordo com um relatório de indicadores de demanda produzido pela Prefeitura do Rio de Janeiro e divulgado no Portal da Transparência da cidade, entre janeiro e novembro do ano passado, último dado disponível, a média de passageiros transportados por mês foi de 106 milhões. Nesse número, porém, estão contabilizadas as várias viagens realizadas por uma mesma pessoa num mesmo mês. Além disso, a frota carioca tem 8.342 ônibus – quase 300 a menos do que o mencionado.

Procurado, o Rio Ônibus admitiu que a média entre novembro de 2015 e outubro de 2016 foi de 107,5 milhões – 500 mil a menos da descrita no anúncio. O sindicato disse ainda que não se referiu ao dado como passageiros únicos.

Por Juliana Dal Piva e Marina Estarque, Agência Lupa (18/01/2017).  
Fonte: [piaui.folha.uol.com.br/lupa/2017/01/18/rio-onibus-divulga-dados-truncados-para-justificar-aumento-da-passagem](http://piaui.folha.uol.com.br/lupa/2017/01/18/rio-onibus-divulga-dados-truncados-para-justificar-aumento-da-passagem). Acesso em: 18 fev. 2020.

## VAMOS PESQUISAR!

1. Atualmente, existem várias agências de checagem de notícias, responsáveis por verificar se o que é veiculado na mídia de fato é verdade ou são informações deturpadas e até mentirosas. Busque na internet alguma dessas agências de *Fact-checking*, escolha uma publicação com informações matemáticas e discuta com sua turma os tipos de erros identificados nos dados analisados.

Orientações na página 241.

## FALÁCIAS MATEMÁTICAS NA MÍDIA

Os números são uma arma poderosa e devemos ter cuidado com as falácias matemáticas, conhecidas como “a arte de empregar argumentos matemáticos enganosos para provar algo que nosso coração diz ser verdade ainda que não seja”, na definição de Charles Seife, professor de jornalismo da Universidade de Nova York e mestre em Matemática pela Universidade Yale.

E onde são veiculadas essas falácias? Na mídia e na Internet. Seife analisou as informações veiculadas pela imprensa, divulgadas por fabricantes, censos populacionais, números ocultados por operadoras bancárias ou produzidos nos tribunais. Quando produzida por um especialista e mesmo reproduzida por jornalistas, as falácias matemáticas podem ser difíceis de serem descobertas. Um número fabricado com estratégia e usado com perfeição tem a capacidade de conduzir a opinião pública em uma direção favorável ou contrária, ou, no mínimo, gerar uma discussão. O ceticismo diante dos dados é a lição passada pelo matemático.

No entanto, não são só as más intenções e a manipulação que produzem desinformação. Entre os erros mais comuns encontrados em matérias jornalísticas com dados numéricos ainda estão:

- Não informar a amostra em causa de um estudo;
- Não mencionar a margem de erro de uma pesquisa;
- Esquecer as escalas e unidades em gráficos e tabelas;
- Utilizar números sem dar pistas sobre a sua dimensão e contexto;
- Conclusões apressadas;
- Falta de atenção dos jornalistas.

Segundo Charles Seife, números, cifras e gráficos têm sempre uma aura de perfeição, parecem verdades absolutas e inquestionáveis. No entanto, isso não passa de ilusão.

## VAMOS PESQUISAR!

Você certamente já leu em sites e jornais matérias com dados e mapas ou já viu na televisão gráficos com números da economia, preços da gasolina, pesquisas eleitorais, resultados de relatórios etc. A questão é: as informações apresentadas eram compreensíveis? Ficou com dúvidas ou algo estava confuso? A sua tarefa agora é buscar reportagens e notícias com informações numéricas e analisá-las criticamente.

1. Quais os elementos matemáticos que compõem a matéria?
2. Os dados são escritos por extenso ou com abreviações nas unidades decimais?
3. Há infográficos ou mapas?
4. Sua leitura é compreensível para qualquer pessoa, mesmo as que têm pouca escolaridade?
5. Observe esses e outros aspectos e compartilhe o resultado com os colegas em sala de aula e na produção de vídeos para o canal.

Orientações na página 242.

# ETAPA 4

## PRODUZINDO CONTEÚDO E APRESENTANDO À COMUNIDADE

Orientações na página 242.

Engana-se quem pensa que assistir a vídeos é apenas uma opção de diversão ou relaxamento. Na atualidade, há uma série de canais dedicados a estudos para concursos e para o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), por exemplo. O universo dos vídeos tem sido cada vez mais importante no dia a dia das pessoas.

Você conhece algum canal de conteúdo educacional? O que já aprendeu por meio deles? Compartilhe suas experiências com a sua turma e com o professor. Nesta quarta Etapa você e seus colegas irão criar o próprio canal.

### PASSO 09

## ORGANIZANDO O CONTEÚDO DO CANAL

Orientações na página 243.

Shutterstock / Nadia Snopek



Vídeos e documentários sempre foram importantes ferramentas aplicadas ao processo educativo. Com os avanços nos recursos tecnológicos, tanto na escola, quanto em casa, a facilidade de acesso a alguns dispositivos e à Internet têm fomentado o uso cada vez mais recorrente de canais como uma extensão da sala de aula.

Programações de canais educativos e vídeos produzidos com a finalidade do saber científico para a Internet podem ser boas ferramentas para a aprendizagem. A proposta é que neste Projeto a mídia seja uma aliada da Matemática na explanação dos mais diversos assuntos.

### A CONSTRUÇÃO DO CANAL

Orientações na página 243.

É hora de pensar na construção do canal. Discuta em grupos de três a quatro pessoas. A proposta é criar um canal no qual vocês apresentem análises de matérias jornalísticas que utilizaram informações numéricas. O intuito é explicar os dados contidos e a relevância do assunto para a comunidade. Defina com seus colegas o nome do projeto e sua identidade visual.

Em seguida, os grupos devem discutir sobre as seções, o conteúdo, músicas (vinhetas) e a forma de apresentação. Dividam as tarefas entre vocês. Lem-

brem-se de que as ações realizadas até aqui poderão ser aproveitadas e incluídas no canal.

O conteúdo será revisado pelo professor e, em seguida, o seu grupo já estará liberado para gravar. Faça um ensaio geral do canal para verificar ajustes necessários.

Você irá editar seu vídeo. Hoje em dia dá para fazer isso pelo celular, por aplicativos, programas e até mesmo por ferramentas gratuitas na Internet. Pesquise formas de editar seu vídeo e deixe-o do jeito que seu grupo planejou.

## #ficadica

Para que o canal tenha sucesso, fique atento às recomendações abaixo:

- Defina seu conteúdo
- Crie uma periodicidade
- Seja diferente;
- Faça parcerias;
- Cuide do conteúdo;
- Ganhe conhecimento;

## PASSO 10

# LANÇAMENTO DO CANAL

Orientações na página 243.

Agora que você e seus colegas já gravaram os vídeos como Produto final, o momento é de mostrar o trabalho para outras pessoas. Vocês devem apresentar o canal para os estudantes e professores da escola, para a família, os vizinhos, para toda a comunidade.

Após a gravação e feitos os ajustes necessários, deverá ser realizado o *upload* do vídeo para a conta que o professor criou em uma plataforma audiovisual. Prepare com sua turma um evento de lançamento do canal.

Elabore um convite atrativo que desperte o interesse das pessoas. Após o convite pronto, divulgue em suas redes sociais e nas redes sociais da escola, caso tenha. Faça divulgações periódicas até o dia do evento, para atrair um bom público.

Após a divulgação do lançamento do canal, organize e planeje esse dia. Liste, junto com seus colegas, tudo que precisará ser feito no dia e nas vésperas do lançamento. Dividam as tarefas entre vocês. Faça, com a ajuda do professor, uma programação para este dia, ela pode incluir a exibição de alguns dos vídeos junto com debate sobre sua produção.

Depois do lançamento, não esqueça de compartilhar os vídeos do canal nas suas contas nas redes sociais e nos aplicativos de mensagens que você utiliza. Faça o conhecimento circular e inspirar outros jovens. Envie para os amigos e familiares os vídeos de assuntos que tenham o perfil deles ou de temáticas que os interessem, ou tenham dúvidas. O objetivo do canal é justamente informar sobre como entender a Matemática nas mídias.

Shutterstock / VectorKnight / Illusart / tynyuk / Kachka



# AVALIANDO O PROJETO

Orientações na página 244.

Terminado o Projeto, o momento agora é de avaliação. Você e seu grupo estão convidados a conversar, refletir e responder às questões que estão apresentadas a seguir. É o momento de avaliar o desenvolvimento do Projeto e a atuação de vocês no mesmo, destacando as aprendizagens desenvolvidas de forma diferenciada e os impactos que o Projeto trouxe à vida, à escola e à comunidade.

## O TEMA DO PROJETO

- Você e seu grupo gostaram do tema do Projeto? Acharam que ele foi relevante para a escola e para a comunidade?
- Em que esse tema pode contribuir para mudar a sua realidade e a da sua escola e comunidade?

## O DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

- Quais foram as Etapas e Passos que vocês consideraram mais interessantes? Tiveram dificuldades em alguns? Por quê? Como superaram?
- Destaquem as aprendizagens mais significativas. O que este Projeto acrescentou de conhecimentos para o grupo?
- O grupo conseguiu entender e desenvolver as competências e habilidades da BNCC?

## A PARTICIPAÇÃO DO GRUPO NO PROJETO

- Houve envolvimento de todos os integrantes do grupo durante o desenvolvimento do Projeto?
- Que dificuldades enfrentaram e que estratégias adotaram para superá-las?

- Você e seu grupo entenderam a importância de o Projeto ser trabalhado não como disciplinas isoladas, mas fazendo a integração entre várias áreas do conhecimento?
- Quais sugestões vocês podem apresentar para a melhoria do Projeto?

## O PRODUTO FINAL

- Vocês tiveram êxito ao final do Projeto? Deu certo tudo que estava previsto ou vocês tiveram que fazer alguma mudança ou adequação?
- Quais os benefícios do Projeto e do Produto final para a sua formação no Ensino Médio?
- Pode-se afirmar que vocês, estudantes, foram protagonistas do processo?

## A PARTICIPAÇÃO DA COMUNIDADE

- Em quais momentos a comunidade participou do Projeto?
- Houve adesão da comunidade no momento do Produto final?
- Destaquem os benefícios do Projeto para a escola e para a comunidade.

## AUTOAVALIAÇÃO

- Como você avalia a sua participação no Projeto? De que formas você se envolveu?
- Quais aprendizagens você desenvolveu no trabalho colaborativo? Você enfrentou dificuldades para se integrar ao grupo? Como você as superou?
- Como você avalia o conhecimento adquirido por você no Projeto? Foi significativo para a sua vida?
- Você recomendaria esse modo inovador de estudar a outros colegas? Por quê?
- Com base na sua experiência no Projeto, escreva um texto apontando os pontos positivos e negativos do Projeto e depois converse com o professor.

## REFERÊNCIAS

PORTAL DA TRANSPARÊNCIA. **O que é e como funciona.** Disponível em: <[www.portaltransparencia.gov.br/sobre/o-que-e-e-como-funciona](http://www.portaltransparencia.gov.br/sobre/o-que-e-e-como-funciona)>. Acesso em: 25 out. 2019.

*O Portal da Transparência é uma valiosa fonte de obtenção de dados. Qualquer pessoa pode ter acesso às informações disponibilizadas. O(a) professor(a) poderá apresentar essa plataforma para o(a) estudante para que ele(a) aprenda a pesquisar dados de interesse público e trabalhá-los matematicamente.*

SEIFE, Charles. **Os Números (não) Mentem:** como a Matemática pode ser usada para enganar você. Rio de Janeiro: Editora Zahar, 2012. Disponível em: <[www.coleguinhas.files.wordpress.com/2014/10/os-numeros-nao-mentem-seife-charles.pdf](http://www.coleguinhas.files.wordpress.com/2014/10/os-numeros-nao-mentem-seife-charles.pdf)>. Acesso em: 22 fev. 2020.

*Esta obra empreende uma viagem lúdica e reflexiva sobre o universo da Matemática e seus usos por parte dos políticos, dos empresários, da mídia, entre outros setores. Por ele é possível perceber como o desconhecimento de noções básicas de cálculos e de termos matemáticos podem facilitar a criação de falácias e distorções.*

## REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

FOLHA DE S. PAULO. **Reportagens da Folha sobre matemática levam prêmio do Impa.** Disponível em: <<https://www1.folha.uol.com.br/ciencia/2019/07/reportagem-da-folha-recebe-premio-do-impas.html>>. Acesso em: 22 fev. 2020.

*A série A Matemática explica conquistou o primeiro lugar na segunda edição do Prêmio IMPA-SBM de Jornalismo, em 2019. Em três reportagens, o jornalista Gabriel Alves abordou as aplicações e o envolvimento da Matemática na previsão do tempo, na disseminação de doenças e na origem do altruísmo.*

SEGALA, Mariana. **Siga os Números:** introdução ao uso de dados no jornalismo de finanças e negócios. Disponível em: <<https://sigaosnumeros.com>>. Acesso em: 13 nov. 2019.

*Na mídia, os números não estão apenas nos cadernos e seções de economia. Neste e-book, Mariana Segala reúne conhecimentos do jornalismo de dados no campo das finanças e dos negócios. A obra é um guia para descomplicar o trabalho com dados.*

PROJETO 4

# A RESOLUÇÃO DE CONFLITOS MEDIADA POR REPRESENTAÇÕES MATEMÁTICAS

TEMA INTEGRADOR:  
MEDIÇÃO DE CONFLITOS



$1+6$



# CONHECENDO O PROJETO

Orientações na  
página 246.

Todo o tempo precisamos fazer escolhas e negociações, não é mesmo? Negociamos com os professores, com os amigos e familiares, sempre com o intuito de que alguma necessidade seja atendida ou uma decisão seja tomada. O conflito surge em todos os níveis relacionais, basta que as nossas necessidades ou as do outro não sejam satisfeitas. Nem sempre é fácil conciliar interesses pessoais com os interesses de um grupo. Menos ainda, conciliar todos os interesses do grupo, o que pode gerar conflitos.

No campo da negociação de conflitos, serão abordados elementos do Modelo Tradicional Linear de *Harvard*, também conhecido como Modelo de Mediação Facilitativa. Essa modalidade traz os seguintes princípios de negociação: a separação das pessoas dos problemas; a concentração nos interesses e não nas posições; a necessidade de gerar opções de ganhos mútuos e a utilização de critérios objetivos.

No âmbito da Matemática, iremos explorar elementos da Teoria dos Jogos, ramo aplicado ao campo da Economia, dedicado ao estudo de tomadas de decisão em situações de conflito (jogo; negócio; dentre outros), considerando a expectativa de ação dos participantes. Essa teoria aborda o estudo do comportamento humano em uma perspectiva interdisciplinar e “[...] fornece as bases teóricas necessárias para que se entenda a interação entre os agentes envolvidos em um contexto de disputa” (VITALE; SILVA, 2017, p.95).

No campo da Teoria dos Jogos iremos dar destaque em especial às formas de representação matemática de opções de tomada de decisão e suas consequências, iremos relacioná-las com as técnicas de Mediação de Conflitos, promovendo a compreensão de que na vida estamos o tempo todo lidando com necessidades e interesses diversos dos nossos, mas é sempre possível estabelecer bons acordos e evitar que os conflitos se agravem.

Os objetivos do Projeto não se encaixam no modelo de uma aula. Seu professor acompanhará você e seus colegas, que serão os protagonistas do processo, a seguirem todas as Etapas e todos os Passos que os levarão a descobrir a importância da Matemática estudada de forma integrada, tendo como finalidade a aprendizagem no que diz respeito à mediação de conflitos.

Todos os encontros serão uma preparação para que se chegue a um Produto final, como culminância do Projeto, que será a realização de um *Workshop* (uma oficina), sobre o tema Mediação de Conflitos e Teoria dos Jogos, conduzido por um mediador e desenvolvido por você e seus colegas como mediadores. Por meio de uma exposição, discussão em grupos e conclusão, serão apresentados casos que despertem interesse nos demais alunos da escola e nos convidados da sua comunidade.

Para finalizar, é importante fazer uma avaliação, com a coordenação do professor, para verificar o que você e seus colegas de turma conseguiram aprender para ser posto em prática na vida de cada um.

Orientações na  
página 247.

# OBJETIVOS A SEREM DESENVOLVIDOS

- 1 Conhecer a mediação de conflitos e fomentar habilidades socioemocionais em situações de disputa, fortalecendo a capacidade de argumentação, empatia, colaboração e responsabilidade.
- 2 Conhecer elementos básicos da Teoria dos Jogos e explorar relações com a Matemática e situações de outros contextos, com atenção ao uso das tecnologias digitais de informação e comunicação, de forma crítica, significativa, reflexiva e ética.
- 3 Ampliar a compreensão da aplicabilidade de representações matemáticas em situações que demandam a mediação de conflitos, valorizando vivências sociais, políticas e culturais dos estudantes, bem como desenvolvendo práticas de argumentação e comunicação, por meio de diferentes linguagens e da reflexão crítica acerca da realidade.

# COMPETÊNCIAS E HABILIDADES QUE SERÃO TRABALHADAS

Orientações na  
página 247.

Os objetivos deste Projeto estão associados às competências e habilidades da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), para a área de Matemática e suas Tecnologias, etapa do Ensino Médio, como você pode ver a seguir:

## COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DA BNCC QUE SERÃO TRABALHADAS NO PROJETO

OBJETIVOS	COMPETÊNCIAS GERAIS	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS	HABILIDADES
1	9 e 10	2	EM13MAT202
2	4 e 5	1 e 5	EM13MAT102 EM13MAT106 EM13MAT511
3	4 e 7	1, 3 e 5	EM13MAT106 EM13MAT311 EM13MAT511

Fonte: elaborada pelas autoras com base na BNCC (2018).

As competências e habilidades citadas podem ser consultadas por você nas páginas 7 e 8 deste livro.

O **OBJETIVO 1** visa à promoção das Competências Gerais da BNCC relacionadas à capacidade de argumentação, empatia, colaboração e responsabilidade e às competências e habilidades específicas do campo da Matemática relacionadas à análise de situações sociais ou de outra natureza, que envolvam a relação entre variáveis (BRASIL, 2018). A perspectiva é que todos estejam conectados às ideias abordadas, em caráter inicial, para permitir a compreensão dos temas mais relacionados à Matemática. Para isso é fundamental que você tenha uma formação prévia acerca da Mediação de Conflitos.

O **OBJETIVO 2** envolve as Competências Gerais da BNCC relativas ao uso de diferentes lin-

guagens e à utilização de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética, com base em dados e informações, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e a tomada de decisões. No campo da Matemática, as etapas que visam ao atendimento a esse objetivo, envolvem a análise de dados organizados em tabelas, como forma de auxiliar a tomada de decisões.

O **OBJETIVO 3** está relacionado à ampliação das aplicações de conhecimentos matemáticos em situações que envolvem a mediação de conflitos, em especial relacionadas a diferentes formas de organização e representação de dados, como tabelas, matrizes e diagramas de árvores de decisão.

# JUSTIFICATIVA

Por sua abrangência e aplicabilidade, é importante que você conheça os conceitos básicos da Teoria dos Jogos e da Mediação de Conflitos que serão apresentados ao longo do desenvolvimento deste Projeto, em ações e reflexões que lhe possibilitarão analisar e resolver situações que envolvem a tomada de decisões, lançando mão de ferramentas matemáticas acessíveis, como também da arte do diálogo respeitoso e da escuta ativa.

O estudo de elementos básicos da Mediação de Conflitos, ainda na Educação Básica, ajudará a aprender a lidar com situações conflituosas que surgem ao longo da vida e que demandam tomadas de decisão, considerando que neste processo lançamos mão não apenas daquilo que sabemos, mas, também, das nossas expectativas em relação às ações das outras pessoas do grupo.

A Teoria dos Jogos é hoje usada na Economia, nas Ciências Políticas e Sociais, na Filosofia e nas Ciências da Computação, por trás dos avanços da Inteligência Artificial e da Robótica. Você verá que ela tanto pode ser aplicada ao estudo de jogos simples, como o conhecido "Pedra, papel, tesoura", como ajudar na tomada de decisões em fenômenos importantes que envolvem relações e conflitos sociais, sem que sequer percebamos que a Matemática está envolvida.

Você aprenderá muitas ideias novas, que, ajudarão a pensar em modos de organização de dados e ideias, em especial em momentos de tomada de decisão e em particular quando eles envolvem situações de conflito de interesses!

Orientações na  
página 248.

# PRODUTO FINAL

O momento final deste Projeto será compreendido pela realização de um **Workshop**, organizado por você e os demais colegas da turma, sobre os temas Mediação de Conflitos e Teoria dos Jogos. Para isso, sugerimos após a conclusão de cada Passo, a criação de posts na forma de cartazes, contendo frases, textos completos e/ou imagens, que poderão ser utilizados nas atividades programadas para o evento.

O **Workshop** é um evento que tem como objetivo aprofundar a discussão sobre determinados temas, apresentando casos práticos que estimulem a participação do público. Esse tipo de evento, geralmente possui um moderador e os expositores. A dinâmica se divide em exposição, discussão em grupo e conclusão,

Para o **Workshop** que você e sua turma irão organizar, levantem previamente, por meio de um debate ou fórum, temas conflituosos para a juventude atual e delimitem estratégias de possíveis formas de convivência e/ou superação dos conflitos selecionados, usando os conhecimentos adquiridos ao longo do Projeto. As soluções propostas podem ser ampliadas no evento, com a colaboração do público.

Para desenvolver as ações propostas no Projeto, você precisará de alguns materiais, tais como: papel e lápis; cartolina; fita adesiva; cola branca; régua; e dados comuns, numerados de 1 a 6, em quantidade suficiente para toda a turma.

# DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

Orientações na  
página 249.

## ETAPA 1 3 PASSOS

### A MEDIAÇÃO DE CONFLITOS E AS HABILIDADES SOCIOEMOCIONAIS EM SITUAÇÕES DE DISPUTA

A primeira Etapa do Projeto é dedicada à apresentação dos elementos básicos da Mediação de Conflitos, como, por exemplo, o que é a escuta ativa. Você estudará e discutirá sobre a importância de conhecer as necessidades e interesses das partes em um conflito e como lidar com elas de maneira proativa. Encerramos a Etapa com a proposição de uma pesquisa que você fará na escola, relativa à sua relação e de seus colegas com a disciplina de Matemática.

## ETAPA 2 3 PASSOS

### CONHECENDO ELEMENTOS DA TEORIA DOS JOGOS E SUAS RELAÇÕES COM A MEDIAÇÃO DE CONFLITOS

Na Etapa seguinte do Projeto, você irá trabalhar com elementos da Teoria dos Jogos, tratando de definições, características e formas de representação das alternativas de jogadas e tomadas de decisão. Serão explorados dilemas e jogos típicos da área, que possibilitarão que você entenda os conceitos mais gerais da Teoria. As conexões entre os diferentes conceitos apresentados na Etapa anteriores serão demandadas, para que você perceba as relações entre campos aparentemente distintos, mas muito próximos, na prática.

## ETAPA 3 1 PASSO

### AJUSTES FINAIS DO WORKSHOP

Esta última Etapa é dedicada à organização da apresentação do Produto final, que constitui o ponto do momento final do Projeto. No único Passo que compõe a Etapa de encerramento, você e seus colegas decidirão quais as postagens que serão selecionadas, para socialização, tomando como base a produção acumulada pela turma ao longo do desenvolvimento das ações realizadas em cada Passo das Etapas anteriores.

# ETAPA 1

## A MEDIAÇÃO DE CONFLITOS E AS HABILIDADES SOCIOEMOCIONAIS EM SITUAÇÕES DE DISPUTA

Na primeira Etapa do Projeto, iremos abordar os temas atinentes à Mediação de Conflitos, estratégia que permitirá uma maior conexão do grupo que, de início, não se sentirá em uma sala de aula para resolver questões matemáticas. Esse preparo inicial visa ao trabalho com aspectos comunicacionais que envolvem a Mediação Facilitativa e dará respaldo para o desenvolvimento das ações propostas nas demais Etapas do Projeto, relacionadas a elementos da Teoria dos Jogos.

Esses conceitos iniciais irão auxiliar a resolução das questões que envolvem elementos do campo da Matemática, em uma perspectiva diferente da que você conhece, que geralmente se dá com foco em conteúdos específicos da área.

Orientações na página 251.

### PASSO 01

## EXPLORANDO ELEMENTOS BÁSICOS DA MEDIAÇÃO DE CONFLITOS. O QUE É A ESCUTA ATIVA?

Todo o tempo usamos a negociação para chegarmos ao "sim", ou seja, para termos aquilo que efetivamente queremos. Ocorre que nem sempre ganhar sozinho é a situação ideal. Você sabia que as relações interpessoais são parecidas com a Matemática? Às vezes, é preciso somar e multiplicar. Se você só sabe diminuir e não sabe dividir, as relações se tornam um campo de conflito!

Nesta fase, você irá aprender os conceitos e princípios que envolvem a Mediação Facilitativa ou Modelo Tradicional-Linear de *Harvard*. Conhecerá, também, os tipos de mediação, seus objetivos e aplicabilidade. A finalidade desta fase é que você amplie seus conhecimentos sobre o tema e se torne um protagonista da sua história.

Orientações na página 251.

### A MEDIAÇÃO DE CONFLITOS NA PERSPECTIVA DA ESCOLA DE HARVARD

A mediação de conflitos escolar se propõe a ser uma ferramenta de resolução pacífica, participativa e cooperativa, quando estamos diante de situações conflituosas. Vamos começar definindo o que é mediar um conflito, na perspectiva da Escola de Harvard, que pressupõe, dentre outros elementos:

Orientações na página 251.



- Ter habilidades de escuta ativa;
- Conhecer as necessidades e interesses daqueles que estão em conflito;
- Identificar a melhor alternativa para um acordo negociado.

### Você já ouviu falar em escuta ativa? Vamos vivenciar essa habilidade?

Todos nós temos algum poder ou alguma habilidade que nos diferencia dos demais. Você sabe qual(is) é(são) sua(s) habilidade(s)? Talvez ler o artigo a seguir o ajude a descobrir a resposta para essa questão. Ao ler o texto, faça anotações, no caderno, indicando o que não ficou claro para você e o que gostaria de entender melhor.

#### ESCUA ATIVA? E ONDE SE ESTUDA ISSO?

Antes de passar para a explicação desse novo poder ou habilidade que você terá em breve, é preciso saber os seus detalhes... claro, como um todo. **Com ela você poderá compreender mais e melhor as pessoas que estão ao seu redor.** Seus amigos e familiares se sentirão mais próximos de você e você poderá conseguir aquilo que deseja. É pegar ou largar.

Não são muitos os que sabem a ciência certa do que é a escuta ativa e, muito menos, como aproveitá-la. Trata-se de uma ferramenta mais que importante, pois ajuda a se relacionar com os demais, resolver conflitos, compreender sentimentos e opiniões de terceiros... É um novo sentido que todos nós deveríamos desenvolver... não acha?

Se nos guiarmos pela definição científica ou formal, **diz-se que a escuta ativa é: "Uma maneira de prestar mais atenção às palavras (e gestos) dos demais,** que permite aprofundar os **pontos de vista** alheios e cooperar com os demais."

E para o que serve esse super poder? Você achou que ia ter a força do *Hulk* ou o dinheiro do Homem do Ferro? Então, esse novo sentido pode ser de maior utilidade que ficar verde e musculoso ou usar um traje de robô que voa (ainda que isso seja genial!) Agora você vai descobrir...

Voltando à vida real, por sorte não temos que salvar o planeta dos vilões, então, ao desenvolver a escuta ativa, você também se tornará um super herói.

#### Três aspectos para entender a escuta ativa:

- 1. Requer certo esforço da sua parte.** Assim, você conseguirá com que o interlocutor se sinta confortável, compreendido, livre para expressar o que deseja e para poder se concentrar em seus sentimentos, mais que em suas palavras. Mas claro, no começo é difícil porque não estamos acostumados... Simplesmente, **tente ser consciente do que a outra pessoa está dizendo e deixe de pensar no que você quer dizer ou responder;** sua vez chegará.
- 2. Não é fingir que escuta... É ouvir de verdade!** Não adianta nada fazer sua melhor "cara de atenção" e, na sua cabeça, ficar pensando em mil coisas, desde a lista de compras da festa do fim de semana, passando pelo que você precisa estudar ou como fará para pagar as contas. A escuta ativa é formada por duas partes, o **escutar**, por um lado, e a **atitude**, por outro. Escute o outro, tente compreender suas palavras, a ideia que ele está transmitindo... mergulhe na conversa.
- 3. Escutar é uma fonte de informação.** Pode ser que, no começo, seja um pouco difícil manter o foco em alguém que está falando sem parar. Pode ser que o assunto não seja do seu interesse, mas acredite, você pode tirar proveito da situação.

### Benefícios da escuta ativa

Esta técnica pode ser usada para o bem ou para o mal, por isso você deve ser muito cuidadoso. A ideia é que você recolha informações para, então, ajudar o outro, não para **manipulá-lo**. Este super poder que todos temos dentro de nós precisa ser despertado. Ele gera sentimentos muito bonitos no outro e, acima de tudo, estreita os vínculos com as pessoas das quais gostamos. **Escutar de maneira ativa gera confiança, segurança e proximidade.**

Você pode usá-lo para solucionar um conflito, agir como mediador em um problema entre duas pessoas, conhecer mais a sua família e amigos, ser alguém digno de confiança e, por sua vez, se preparar para se tornar um excelente comunicador.

Mas, espere um minuto! Se estávamos falando de escutar, o que o falar tem a ver aqui? É que **todos os dados que juntamos, depois, são adaptados à conversa, são transformados num conselho certo, em uma palavra de alívio...** Você será o melhor **amigo**, colega, parceiro, filho, pai, irmão, que nunca ninguém teve! Você percebeu que era verdade que você teria um super poder?

Sejamos diferentes dos demais e comecemos a escutar ativamente. **Deixemos de lado o “eu, outro eu e super eu”** que domina uma conversa e tratemos de prestar mais atenção no que os outros estão dizendo.

Talvez seja um bom momento para compreender por que temos uma só boca e duas orelhas... Para falar metade do que ouvimos! (ou escutar o dobro do que falamos).

Agora você já tem um super poder à sua disposição, para ser o herói de qualquer história.

Fonte: [amenteemaravilhosa.com.br/desenvolva-um-novo-sentido-escuta-ativa](http://amenteemaravilhosa.com.br/desenvolva-um-novo-sentido-escuta-ativa). Acesso em: 16 dez. 2019.

## PASSO 02

# CONHECENDO AS NECESSIDADES E INTERESSES DAS PARTES EM CONFLITO

Orientações na página 252.

O conflito é como um iceberg. Um capitão de um navio que se deparar com um, sabe que não está diante de algo superficial. Ainda que a ponta que apareça seja muito pequena, a sua base está submersa no mar profundo.

Os conflitos têm essa mesma estrutura: quando as pessoas estão em disputa, seus interesses e posições não são facilmente reconhecidos. É preciso que o mediador de conflitos compreenda que há algo por trás dos interesses dos envolvidos. No Passo anterior, compreendemos o que é a escuta ativa e entendemos que um bom mediador de conflitos precisa saber escutar bem. É importante esclarecer que o mediador não é um conselheiro, ele é apenas uma ponte que ligará duas pessoas que não sabem mais dialogar!



Ponta do Iceberg.



## VAMOS REFLETIR!

Orientações na página 252.

Analise no caso a seguir as posições e os interesses das partes em conflito - o caso é fictício e os nomes foram escolhidos aleatoriamente.

Maria era amiga de Joana e de Kátia, elas sempre andavam juntas na escola e as três tinham dificuldade na disciplina de Matemática. Maria queria melhorar seu desempenho, mas como as colegas não queriam estudar, ela começou a estudar com um colega de sala, João, e suas amigas se afastaram dela.

João não queria que Maria voltasse a se aproximar de Joana e Kátia, pois Maria estava começando a melhorar seu desempenho na disciplina e ele temia que ela voltasse a ter dificuldades. No intervalo das aulas, porém, Joana e Kátia foram tirar satisfação com João. Em razão dessa conversa, o relacionamento diário do grupo, na escola, ficou insustentável.

Joana e Kátia ficaram com raiva de Maria, por ela não ter se posicionado favoravelmente às colegas. Por causa do ocorrido, João decidiu se afastar de Maria, mas percebeu que esse afastamento a deixou triste. João buscou um mediador para ajudá-los a resolver esse conflito.



Shutterstock / MicroOne

Orientações na página 252.

Analise os elementos desse caso fictício, registrando em um quadro, como o do modelo abaixo, quais são as reais necessidades e interesses das pessoas envolvidas nesse conflito e qual sua proposta de solução:

### NECESSIDADES X INTERESSES

	NECESSIDADE	INTERESSE	SOLUÇÃO
MARIA	*****	*****	*****
JOANA	*****	*****	*****
KÁTIA	*****	*****	*****
JOÃO	*****	*****	*****

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

Atente que a necessidade está relacionada àquilo que concebemos como indispensável, ou seja, o que sentimos que precisamos e do qual não abrimos mão (água, se temos sede, por exemplo). Já o interesse está conectado aos objetivos que buscamos alcançar, quando satisfazemos nossas necessidades (beber água, para saciar nossa sede).

## QUEM TEM MEDO DE MATEMÁTICA?

Você observou que a base do conflito envolvendo os personagens da história apresentada era sua relação com a Matemática? João aparenta não ter dificuldades na disciplina, enquanto Maria, Joana e Kátia não gostam dela. Maria, entretanto, começou a se preocupar com seus resultados e procurou a ajuda do colega, mas suas amigas parecem não ter consciência da importância dos conhecimentos matemáticos para sua formação.

Leia uma síntese do texto intitulado *Quem tem medo de Matemática?*.



O coração dispara, as mãos ficam trêmulas, a cabeça dói e o corpo inteiro é tomado por uma sensação de desconforto. E tudo isso por causa da Matemática. Objeto de estudo desde o fim dos anos 50, a chamada "ansiedade matemática" se caracteriza por um conjunto de reações fisiológicas, comportamentais e cognitivas que algumas pessoas manifestam diante de situações envolvendo a disciplina, que podem ser intensificadas às vésperas ou no dia de provas e em situações em que o conhecimento é cobrado. Alunos com ansiedade matemática tendem a se esquivar ou fugir das aulas e de todas as tarefas que envolvam a matéria. [...] Além das notas baixas, a ridicularização em sala de aula e a punição por parte de pais e professores ajudam a construir um sentimento de aversão.

Além de afetar o desempenho escolar do indivíduo, o sentimento de apreensão causado pela Matemática pode, inclusive, orientar escolhas profissionais. [...] O ambiente escolar pode contribuir com uma cultura segundo a qual a Matemática seja acessível a todos, não apenas a alguns. [...] Caso as dificuldades matemáticas das crianças sejam descobertas no início da escolaridade e elas sejam auxiliadas a superá-las, em vez de punidas pela falta de compreensão, certamente haverá mais chances de apreciar a disciplina e de apresentar atitudes favoráveis a ela.

Fonte: [www.cartacapital.com.br/educacao/quem-tem-medo-de-matematica](http://www.cartacapital.com.br/educacao/quem-tem-medo-de-matematica). Acesso em: 16 dez. 2019.

Podemos ver a relação negativa dos estudantes com a Matemática como um conflito que precisa ser mediado e superado, uma vez que os conhecimentos dessa área são demandados, qualquer que seja o caminho profissional que sigamos.

Como é sua relação com a Matemática? Como você vê a relação de seus colegas com esta disciplina?

1. Elabore, com a participação de todos da turma, um questionário a ser aplicado em sua escola. A pesquisa visa levantar como é o relacionamento dos estudantes participantes com a disciplina de Matemática.
2. Quando concluir a organização dos dados, elabore com seus colegas um fórum de discussão, constituído por grupos de opiniões distintas sobre o tema, que argumentarão sobre suas posições, propondo soluções para a superação das questões mais conflituosas para o grupo, utilizando como suporte o que entenderam até aqui sobre Mediação de Conflitos.

Orientações na  
página 253.

## PASSO 03

Orientações na página 254.

# ESTABELECENDO UM *DESIGN* DE NEGOCIAÇÃO DIANTE DO CONFLITO

A finalidade deste Passo é propor que você reflita sobre a importância da Mediação de Conflitos para a vida. Como já discorremos anteriormente, a mediação tratada neste Projeto é aquela que fornece possibilidades de negociação diante de disputas, em especial aquelas vivenciadas por sua geração, seja na escola ou em suas relações fora dela.

Trabalhamos até aqui com as bases da mediação: a escuta ativa; o conhecimento dos reais interesses e necessidade das partes; e agora vamos focar em como desenhar uma forma construtiva e dialógica de resolução de disputas.

Quando entendemos que um conflito começa no campo mental, podemos perceber que em alguns momentos as nossas posições dentro da situação podem estar erradas, pois muitas vezes não compreendemos as nossas necessidades reais.



## VAMOS REFLETIR!

Orientações na página 255.

Observe os elementos do quadro abaixo e tente fazer a ação proposta: dizer, ao mesmo tempo que um colega de sala, as cores das palavras apresentadas, na sequência, o mais rápido que puderem.

www.golfinho.com.br

Olhe abaixo e diga as CORES, não as palavras:

AMARELO	AZUL	LARANJA
PRETO	VERMELHO	VERDE
ROXO	VERDE	AMARELO
LARANJA	VERMELHO	ROXO
AZUL	VERDE	AZUL
VERDE	AZUL	PRETO
		LARANJA

1. O que acontece quando você tenta fazer a ação proposta?
2. Observou algum conflito entre o que foi solicitado e o que vocês realizaram?

## O CONFLITO E O PODER

Nossas crenças e valores são formados em sociedade e quando algo diverge daquilo que cremos e valorizamos, se instala um conflito. Ainda que esse conflito se instale no campo mental, é preciso resolvê-lo. Sabemos que nem sempre o conflito permanecerá apenas no nível mental. Muitas vezes ele se manifestará através de palavras, gestos ou até pela indiferença ao outro. Nesse caso, ocorre uma das piores formas de sabotagem.

O exercício das cores, que podemos denominar de Conflito no Cérebro, ensina que nem tudo o que dizemos de maneira impulsiva corresponde à verdade. É preciso

parar, escutar e analisar, antes de tomarmos decisões. Para os que lidam com a mediação de conflitos, pessoas que detêm essas habilidades possuem poder de autodominar-se, poder de compreender a realidade dos fatos que lhes são postas.

Falando sobre poder, você conhece alguém que em um grupo se revela um bom negociador? Geralmente essas pessoas são consideradas como boas solucionadoras de problemas. O grupo a reconhece e crê que ela consegue resolver dilemas e conflitos.

Todos nós conhecemos pessoas que possuem essa expertise de negociar. Mas será que apenas elas têm esse poder? Vamos refletir sobre o poder. Observe as três imagens apresentadas em seguida e responda à questão proposta depois delas.



Shutterstock / TylerOlson



Shutterstock / Tetiana Volkonska



Shutterstock / Halfpoint

Essas pessoas têm poder? Organize-se em uma Roda de Diálogo, e depois registre a síntese das discussões em seu caderno, em uma tabela como a do modelo apresentado, indicando qual poder cada pessoa tem.

Orientações na página 255.

O PODER QUE AS PESSOAS POSSUEM		
PESSOA EM COMA	BEBÊ	MENDIGO
*****	*****	*****

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

Para Vasconcelos (2015) negociar é planejar, executar e monitorar sem a interferência de terceiros, envolvendo pessoas, problemas e processos, na transformação ou restauração das relações, na solução de disputas ou trocas de interesses. A mediação Facilitativa/Avaliadora, pressupõe que ocorra uma negociação colaborativa e solidária, na busca de um bom acordo de ganhos mútuos.

## VAMOS REFLETIR!

Orientações na página 255.

Agora que você já sabe que pode, através do diálogo e da negociação, resolver seus conflitos, reflita e responda:

1. Qual foi a última vez que você negociou algo e obteve êxito?
2. Compartilhe um momento em que você não analisou, como devia, determinado conflito e a relação com o outro foi rompida. Se isso acontecesse hoje você estaria apto a dialogar e desenhar uma boa negociação? Apresente uma justificativa para sua resposta!

# ETAPA ②

## CONHECENDO ELEMENTOS DA TEORIA DOS JOGOS E SUAS RELAÇÕES COM A MEDIAÇÃO DE CONFLITOS

Orientações na página 256.

Nesta Etapa, você irá transitar em torno da apresentação de alguns elementos da Teoria dos Jogos, que ajudam a organizar as ideias e suas representações em situações que demandam a mediação de conflitos. É importante compreender que, diante de algum dissenso, faz-se necessário refletir sobre as diferentes posições e quais são as reais necessidades dos envolvidos. Você verá a importância de entender como transformar conflitos em oportunidade de crescimento mútuo e entenderá que o diálogo deve ser a primeira ferramenta para resolução de dilemas.

Você já tinha ouvido falar em Mediação de Conflitos, Mediação Linear ou Avaliativa? A escola de Mediação Linear surgiu na Universidade de Harvard, e tem

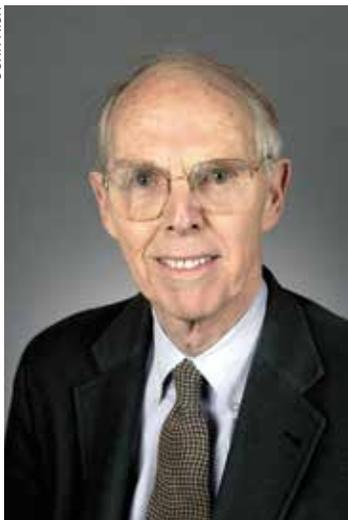
Roger Fisher e William Ury como seus principais teóricos, ambos mediadores de conflitos conhecidos em todo o mundo.

Um dos livros mais conhecidos da dupla é intitulado *Getting to Yes*, traduzido para a Língua Portuguesa com o título *Como chegar ao sim*, publicado há quase quatro décadas, mas ainda bastante atual.

A mediação de conflitos existe há muitos anos. Quando o Poder Judiciário inexistia, as comunidades sabiam como resolver suas queixas. Existia a figura daquele indivíduo em que todos confiavam e o buscavam para conversar. Com a criação do Estado e a divisão dos poderes, as pessoas perderam

a sua capacidade de resolverem seus próprios conflitos. Sabia que a violência é uma forma de resolução de conflitos? Porém a pior de todas! Quando a usamos as consequências podem ser drásticas. A Mediação Linear compreende que o conflito nasce de uma necessidade não suprida, sob o enfoque da Teoria dos Jogos, que oferece subsídios teóricos para aqueles que buscam entender por que e como a mediação funciona.

John Rich



Roger Fisher (1922-2012).

napratca.org.br



William Ury.

## PASSO 04

# APRENDENDO SOBRE TEORIA DOS JOGOS COM O EXPERIMENTO *FLOOD-DRESHER*

Nossa proposta é que você conheça, neste Passo, algumas ideias básicas da Teoria dos Jogos e entenda as relações dessa Teoria com a Mediação de Conflitos. Para isso, vamos começar discutindo o problema, conhecido como Experimento *Flood-Dresher*, proposto por dois economistas norte-americanos, na década de 1950.

Orientações na página 256.

### EXPERIMENTO *FLOOD-DRESHER*

No Experimento *Flood-Dresher* os economistas convidaram dois amigos que possuíam personalidades bem diferentes uma da outra, para participarem de um jogo. As regras eram as seguintes: eles precisavam realizar 100 rodadas e seriam pagos de acordo com a matriz apresentada em seguida.

EXPERIMENTO <i>FLOOD-DRESHER</i>			
		JOGADOR B	
		NÃO-COOPERA (D)	COOPERA (C)
JOGADOR A	NÃO-COOPERA (D)	(U\$ -1, U\$ -1)	(U\$ 2, U\$ -2)
	COOPERA (C)	(U\$ -2, U\$ 2)	(U\$ 1, U\$ 1)

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

Pelos valores da Matriz, temos: se ambos cooperarem (jogada C), cada um recebe 1 dólar; os dois perdem 1 dólar cada, se ambos não cooperarem (jogada D); e no caso de um cooperar (jogada C) e o outro não (jogada D), quem coopera, ganha 2 dólares e quem não coopera, perde 2 dólares.

No experimento foi imposta a condição de que os jogadores deveriam registrar suas ideias e estratégias para as rodadas posteriores e não podiam conversar durante o jogo ou verem as anotações um do outro. O registro era feito antes de o jogador conhecer a estratégia adotada pelo outro.

Depois de jogarem cerca de 50 rodadas, os dois jogadores concluíram que a jogada C (cooperar) era a que proporcionaria o maior ganho para ambos. Se desde o começo do jogo os dois jogadores tivessem adotado a jogada C, depois de 100 rodadas cada um teria 100 dólares.

Azevedo (2016, p.67) destaca que “[...] em relações continuadas as soluções mais proveitosas para os participantes decorrem de atitudes cooperativas”, ou seja, mesmo visando maiores ganhos individuais, a cooperação mostrou-se ser a atitude melhor a ser adotada pelos dois participantes do experimento.

A matriz que representa os ganhos ou perdas de cada jogador, no Experimento *Flood-Dresher* é denominada de Matriz *Payoff* ou Matriz de Resultados, elas servem para:

[...] mostrar de forma clara e simples as respostas que podem ser esperadas em função das ações escolhidas simultaneamente. Em cada célula da tabela, aparecem os ganhos que cada uma das partes obterá caso realize as ações às quais ambas estão vinculadas. Os ganhos do jogador da linha aparecem na primeira posição, e à esquerda do par ordenado; e os do jogador da coluna vêm após a vírgula que os separa, à direita (FELICIANO, 2007, p.37).

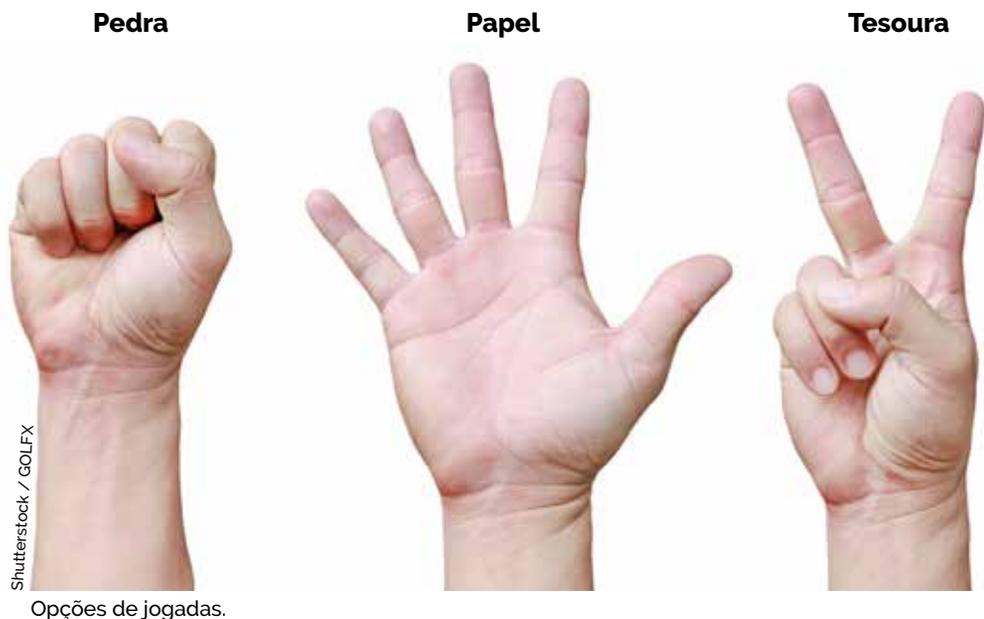
Usando a definição de Matriz *Payoffs*, elabore a solução do problema proposto na próxima ação, envolvendo o jogo *Pedra, Papel, Tesoura*.

### PEDRA, PAPEL, TESOURA!

O jogo *Pedra, Papel, Tesoura* é bastante conhecido e foi criado no Japão (lá é conhecido como *Jokenpô*). Nele, dois jogadores mostram, cada um, uma das mãos, representando as opções: *pedra, papel ou tesoura*. Esse jogo coloca os participantes num conflito pessoal, em que surge a necessidade de compreender o que devemos fazer, se não sabemos qual será a escolha do outro.

Notamos que os conflitos fazem parte da nossa existência. Estamos sempre postos diante do novo, do desconhecido. Perder e ganhar, cair e levantar... ser pedra, ser papel ou ser tesoura, eis a questão!

Orientações na página 257.



No jogo, a pedra ganha da tesoura (quebrando-a); o papel ganha da pedra (embrulhando-a) e a tesoura ganha do papel (cortando-a). Se os dois jogadores fizerem a mesma escolha, há um empate. Usando uma Matriz *Payoff*, represente as opções de jogadas dos dois jogadores, considerando que, em caso de empate, ambos fazem zero ponto, e, em caso de vitória de um jogador, este ganha um ponto e o outro perde um ponto.

Convide um colega para jogar algumas partidas de *Pedra, Papel, Tesoura* com você (Sugestão: 10 rodadas) e anote a jogada de cada um, em cada rodada, indicando quem venceu ou se houve empate.

## TEORIA DA ESCOLHA RACIONAL (TER)

Ao fazermos uma análise matemática de situações práticas na perspectiva da Teoria dos Jogos, tomamos como pressuposto que os jogadores agem de modo racional. O que significa agir de modo racional diante de uma situação de tomada de decisão?

O conceito de racionalidade é particularmente discutido em uma teoria denominada Teoria da Escolha Racional (TER), que procura entender e explicar a natureza das escolhas humanas, baseadas em princípios relacionados à busca da opção mais viável dentre várias postas à disposição do indivíduo.

Jon Elster, no livro *Peças e engrenagens das Ciências Sociais*, publicado no ano de 1994, argumenta que a escolha racional não é infalível, já que envolve algum nível de crença, ou seja, as escolhas, de algum modo, se baseiam naquilo que acreditamos que é a melhor opção. Teóricos da área destacam que as escolhas racionais são todas elas de base egocêntrica, pois sempre estaríamos buscando a melhor opção individual. Reconhece-se, porém, que a humanidade jamais teria atingido o nível de socialização que alcançou ao longo dos séculos, se as opções de fundo individual não provocassem bem coletivo.

Orientações na página 258.



## VAMOS REFLETIR!

1. Em que situações decisivas você costuma agir de forma racional?
2. Há situações em que isso não acontece?
3. Registre suas respostas e apresente-as a seus colegas em uma grande roda de conversa.

Orientações na página 258.

## PASSO 05

# EXPLORANDO REPRESENTAÇÕES MATEMÁTICAS NAS TOMADAS DE DECISÃO

Neste Passo, você irá ampliar seu conhecimento acerca da diversidade de características dos jogos destacados no texto e como eles são denominados, considerando os interesses dos participantes. Acompanhe com cuidado as definições apresentadas, uma vez que elas são importantes para a realização das ações que são propostas em seguida.

Orientações na página 258.

## DEFINIÇÕES IMPORTANTES DO CAMPO DA TEORIA DOS JOGOS

O jogo “Pedra, Papel, Tesoura” é denominado de **jogo simultâneo**, uma vez que os dois participantes devem apresentar suas opções de jogada ao mesmo tempo. É também definido como um jogo de **soma zero**, que caracteriza os jogos em que os interesses dos jogadores são opostos, ou seja, em que eles não têm, em princípio, objetivo comum. Jogos que têm essa característica são denominados também de **jogos não-cooperativos**.

Os **jogos cooperativos** seriam aqueles em que, ao contrário, os jogadores têm interesses em comum e podem conversar para combinar estratégias a serem adotadas por ambos, visando alcançar o objetivo que interessa a ambos.

Orientações na página 259.



O vôlei é, ao mesmo tempo, um exemplo de jogo cooperativo e não-cooperativo.

Lembre-se de que o que chamamos de jogo aqui não se refere necessariamente a uma atividade que envolve regras, derrotados e vitoriosos, mas podemos incluir nesse conjunto situações gerais que envolvam tomadas de decisão.

Qual a relação que você consegue estabelecer entre os jogos cooperativos e as discussões iniciais sobre Mediação de Conflito e Escuta Ativa?



## VAMOS REFLETIR!

Orientações na  
página 259.

Ainda que muitos jogos incitem a disputa, observamos que, de forma aparente, toda a diferença ou todo aquele que é diferente de nós, em algum momento, revelará empatia.

Você sabe o que significa empatia? Empatia é a capacidade de “eu” me enxergar no “outro”, que, mesmo tão diferente de mim, possui valores, vivências ou histórias parecidas com a minha. Neste momento, entendemos que a mediação de conflitos na escola proporciona esses processos “empáticos”, quando eu me vejo no outro. Ainda que, eventualmente, eu seja um papel, ele uma tesoura e ela uma pedra! Pare para pensar:

1. As circunstâncias da vida em algumas fases demonstram que estamos em estado de mudança constante - chamamos isso de amadurecimento. Você concorda?
2. Como você se sentiu quando ganhou uma rodada no jogo?
3. E como se sentiu quando empatou?
4. E quando perdeu?
5. Esses sentimentos nos acompanham nas situações que são conflituosas para nós e precisamos aprender a lidar com eles. Pense sobre isso e represente cada situação com um desenho, frase ou palavra.

## COMO IDENTIFICAR SE UM JOGO É, EM PRINCÍPIO, JUSTO?

Jogos como *Pedra, Papel, Tesoura*, no qual as chances de vitória dos dois jogadores são iguais, são denominados de justos. Vale destacar que nesta definição estamos considerando participantes com o mesmo nível de capacidade estratégica. Nesse caso, as chances de o jogo terminar empatado são grandes ou quase certas.

A Matriz *Payoff* pode ajudar a identificar se um jogo é justo. Por exemplo, se analisarmos a matriz que representa as opções de vitória, empate ou derrota dos

Orientações na  
página 259.

participantes no Jogo da "pedra, papel, tesoura", veremos que há três situações de empate (0, 0); três situações de vitória para o primeiro jogador (1, -1) e três de vitória para o segundo (-1, 1), ou seja, as chances de vitória dos dois jogadores é igual, logo, o jogo seria, em princípio, justo. Mas, como você viu na análise da estratégia de vitória desse jogo, mesmo em jogos justos fatores psicológicos podem intervir e mudar a situação inicial de equilíbrio.

De qualquer modo, é sempre interessante analisar quando um jogo é justo ou não, pois nossa intuição pode falhar!

### Jogando o Jogo do Máximo

Esta ação envolve um jogo para dois participantes. Ambos precisarão de papel, lápis e dois dados comuns numerados de 1 a 6. Como realizar as jogadas: apesar de jogarem duas pessoas, basta que uma lance os dois dados, em cada rodada. Se o valor máximo que aparecer em qualquer um dos dois dados for 4 (ou seja, se os valores sorteados nos dois dados forem todos menores ou iguais a 4), o primeiro jogador marca um ponto. Se o maior valor que aparecer nos dados for 5 ou 6, então é o segundo jogador quem marca um ponto. Ganha quem fizer mais pontos em duas partidas de dez rodadas cada. Para facilitar os registros, denomine o primeiro jogador de A e o segundo de B.

Veja o exemplo da jogada ao lado.

Os valores sorteados foram 3 e 6. Ganha ponto o segundo jogador, pois o maior valor sorteado foi o número 6.

Anotem os valores sorteados e os resultados de cada rodada em uma tabela como a proposta em seguida, mas antes de começar o jogo, registre a chance estimada para cada jogador, indicando quantas rodadas cada um acha que ganhará em cada partida. Após concluírem as duas partidas, avaliem suas estimativas.



#### RESULTADOS DO JOGO DO MÁXIMO

PARTIDA 1	NÚMEROS SORTEADOS	GANHADOR	PARTIDA 2	NÚMEROS SORTEADOS	GANHADOR
1ª RODADA	*****	*****	1ª RODADA	*****	*****
2ª RODADA	*****	*****	2ª RODADA	*****	*****
3ª RODADA	*****	*****	3ª RODADA	*****	*****
4ª RODADA	*****	*****	4ª RODADA	*****	*****
5ª RODADA	*****	*****	5ª RODADA	*****	*****
6ª RODADA	*****	*****	6ª RODADA	*****	*****
7ª RODADA	*****	*****	7ª RODADA	*****	*****
8ª RODADA	*****	*****	8ª RODADA	*****	*****
9ª RODADA	*****	*****	9ª RODADA	*****	*****
10ª RODADA	*****	*****	10ª RODADA	*****	*****

Orientações na página 259.

Após ser encerrado o jogo, discutam e respondam às seguintes questões:

1. Como foi feita a escolha para decidir quem seria o primeiro e o segundo jogador?
2. Qual foi o valor máximo que foi sorteado mais vezes?
3. Quantas vezes o número 1 foi o maior valor obtido no sorteio dos dados?
4. Em que razão a face do dado com o número 1 foi o valor máximo?
5. Quantas vezes o número 6 foi o maior valor obtido no sorteio dos dados?
6. Em que razão a face com o número 6 foi o valor máximo?
7. Qual jogador venceu mais vezes?

Depois de jogar o Jogo do Máximo, avalie se ele é ou não justo, ou seja, se ambos os jogadores têm a mesma chance de serem vencedores ou se um participante tem mais vantagens que o outro. Para isso, faça uma tabela conforme a apresentada a seguir, considerando as regras do jogo. Em cada casa da tabela deve ser colocada a letra do jogador que venceria a rodada (A ou B), observando-se o par de números correspondentes obtidos no 1º e no 2º dados e a regra que define o ganhador em cada rodada.

Por exemplo, para os valores 4 (no 1º dado) e 5 (no 2º dado), preenchemos as casas correspondentes (4,5) e (5,4) com a inicial do jogador B. Depois de completada a tabela com o valor máximo de todos os resultados possíveis, identifique quantos são os resultados favoráveis ao primeiro jogador e quantos são os favoráveis ao segundo jogador.

### RESULTADOS POSSÍVEIS NO JOGO DO MÁXIMO

		VALOR SORTEADO NO 2º DADO					
		1	2	3	4	5	6
VALOR SORTEADO NO 1º DADO	1	*****	*****	*****	*****	*****	*****
	2	*****	*****	*****	*****	*****	*****
	3	*****	*****	*****	*****	*****	*****
	4	*****	*****	*****	*****	*****	*****
	5	*****	*****	*****	*****	*****	*****
	6	*****	*****	*****	*****	*****	*****

Orientações na página 194.

Após preenchida a tabela, observando o número de vezes que cada jogador ganharia, quais seriam as respostas às seguintes questões:

1. Qual a probabilidade de o primeiro jogador vencer?
2. Qual a probabilidade de o segundo jogador vencer?

3. Se as regras do jogo fossem mudadas de modo que o segundo jogador vencesse quando o maior valor sorteado fosse 1 ou 3, o jogo seria vantajoso para qual jogador?
4. Que modificação deveria ser feita nas regras do jogo para que ele seja justo?
5. Como você se sente, como jogador, quando tem certeza de que o jogo do qual está participando é justo? No caso de não ser justo, que atitudes seriam mais sensatas para serem adotadas pelos participantes?

Disponível em: [m3.ime.unicamp.br/media/software/1237/introducao.html](http://m3.ime.unicamp.br/media/software/1237/introducao.html) (adaptado).  
Acesso em: 16 dez. 2019.

Nem sempre é fácil organizarmos de forma objetiva e racional, usando tabelas ou matrizes, elementos que compõem uma situação de conflito e as possibilidades de solução para ela. Nessas ocasiões somos tomados por sentimentos como angústia, medo, às vezes até raiva ou frustração, mas é justamente por isso que precisamos aprender a adotar uma postura de reflexão centrada na análise dos desdobramentos de nossas atitudes, antes de adotá-las, para evitar problemas.

## PASSO 06

# CONHECENDO MAIS SOBRE REPRESENTAÇÕES DE ESCOLHAS EM TOMADAS DE DECISÃO

Orientações na página 261.

Na Teoria dos Jogos são definidos basicamente três tipos de jogos: os jogos cooperativos; os jogos não-cooperativos; e os jogos mistos. Já tratamos das características dos dois primeiros tipos de jogos: nos jogos cooperativos, os participantes buscam adotar estratégias que possibilitam que atinjam um objetivo comum. Essas ideias são importantes para o desenvolvimento e a prática do enfrentamento positivo de conflitos.

Nos jogos não-cooperativos (ou competitivos), os objetivos dos jogadores são opostos e nos jogos mistos em um momento os participantes podem buscar um objetivo comum e, em outro momento, os objetivos dos participantes podem ser opostos. Nos jogos mistos são combinados momentos de cooperação e de não-cooperação, ao longo das rodadas, definidos antes do começo do jogo.

Você deve ter percebido que a Matriz *Payoff* ajuda a identificar as combinações de ações em um jogo simultâneo (em que os participantes devem apresentar sua opção de ação, ao mesmo tempo) e ela facilita a discussão sobre as escolhas dos participantes.

Mas, será que só existe essa opção de representação das alternativas de escolha em um jogo ou competição? Você vai aprender a fazer a representação de escolhas para o caso de jogos não-simultâneos.

Esse tipo de jogo é denominado de jogo sequencial, ou seja, quando a decisão da ação a ser tomada por um participante só ocorre depois que o outro apresentou sua opção de ação.

Como exemplos de jogos sequenciais temos o xadrez, a dama e vários outros jogos de tabuleiro conhecidos por você. O mesmo ocorre em situações aplicadas, quando as decisões de uma pessoa são tomadas depois que o outro já se posicionou sobre o que irá fazer.



Jogo de Xadrez.

## ÁRVORE DE DECISÃO

Orientações na  
página 262.

A representação das alternativas de opção, para esse tipo de jogo, é denominada de árvore de decisão. Leia no texto em seguida, sua definição.

Uma árvore de decisão é um mapa dos possíveis resultados de uma série de escolhas relacionadas. Permite que um indivíduo ou organização compare possíveis ações com base em seus custos, probabilidades e benefícios. Podem ser usadas tanto para conduzir diálogos informais quanto para mapear um algoritmo que prevê a melhor escolha, matematicamente.

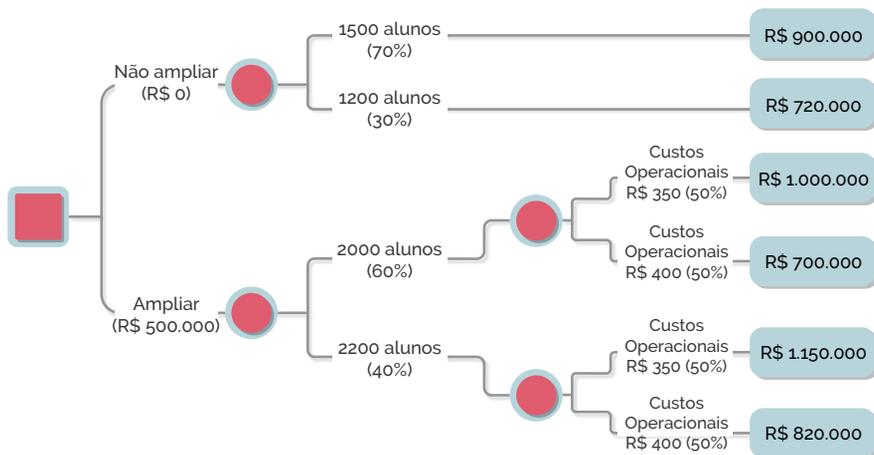
Uma árvore de decisão geralmente começa com um único nó, que se divide em possíveis resultados. Cada um desses resultados leva a nós adicionais, que se ramificam em outras possibilidades. Assim, cria-se uma forma de árvore.

Existem três tipos de nós: nós de probabilidade, nós de decisão e nós de término. O nó de probabilidade, representado por um círculo, mostra as probabilidades de certos resultados. Um nó de decisão, representado por um quadrado, mostra uma decisão a ser tomada, e um nó de término, representado por um triângulo equilátero, mostra o resultado final de um caminho de decisão.

Fonte: [www.lucidchart.com/pages/pt/o-que-e-arvore-de-decisao](http://www.lucidchart.com/pages/pt/o-que-e-arvore-de-decisao).  
Acesso em: 16 dez. 2019.

Observe, na figura a seguir, a disposição e os tipos de cada nó da árvore, considerando as definições apresentadas no texto destacado.

Árvore de decisão: ampliação x não-ampliação de uma academia



Para facilitar a leitura da árvore, observe na tabela os dados nela representados:

RESULTADOS DO JOGO DO MÁXIMO						
PARÂMETROS	CENÁRIO 1	CENÁRIO 2	CENÁRIO 3	CENÁRIO 4	CENÁRIO 5	CENÁRIO 6
Quantidade de alunos	1500	1200	2000	2000	2200	2200
Período (Anos)	3	3	3	3	3	3
Valor pago por aluno/ano	R\$ 500,00	R\$ 500,00	R\$ 600,00	R\$ 600,00	R\$ 600,00	R\$ 600,00
Faturamento total	R\$ 2.250.000,00	R\$ 1.800.000,00	R\$ 3.600.000,00	R\$ 3.600.000,00	R\$ 3.960.000,00	R\$ 3.960.000,00
Custo por aluno/ano	R\$ 300,00	R\$ 300,00	R\$ 350,00	R\$ 400,00	R\$ 350,00	R\$ 400,00
Custo total	R\$ 1.350.000,00	R\$ 1.080.000,00	R\$ 2.100.000,00	R\$ 2.400.000,00	R\$ 2.310.000,00	R\$ 2.640.000,00
Investimento na expansão	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 500.000,00	R\$ 500.000,00	R\$ 500.000,00	R\$ 500.000,00
Lucro por período	R\$ 900.000,00	R\$ 720.000,00	R\$ 1.000.000,00	R\$ 700.000,00	R\$ 1.150.000,00	R\$ 820.000,00

Na ação proposta em seguida não é preciso calcular o valor esperado, como indicado no exemplo. A ideia é que você pratique a representação de ações sequenciais usando árvores de decisão.

## VAMOS REFLETIR!

A organização de dados em uma relação de conflitos, por meio de uma matriz ou de uma árvore de decisão, ajudaria a tomada de decisões ou a mediação? Selecione, com a ajuda de um colega, uma situação de conflito para um jovem da atualidade. Pratiquem a escuta ativa, com um de vocês apresentando argumentos com alternativas de tomada de decisão e o outro sistematizando os argumentos por meio das formas de representação estudadas (tabelas; matrizes; árvores de decisão), avaliando suas potencialidades e limitações. Em sala de aula apresentem e discutam, coletivamente, sobre suas descobertas.

← Orientações na página 263.

# ETAPA ③

## AJUSTES FINAIS DO *WORKSHOP*

Orientações na  
página 263.

Esta Etapa é dedicada aos ajustes finais do *Workshop* que será apresentado por você e seus colegas, como ponto de culminância do Projeto. Observe as orientações presentes nesta Etapa e avalie todos os pontos importantes a serem considerados. Se necessário, amplie as informações por meio de pesquisas sobre a organização de *Workshops*.

### PASSO 07

## ORGANIZANDO O *WORKSHOP* MEDIAÇÃO DE CONFLITOS

Orientações na  
página 263.

Esperamos que todos os registros elaborados por você e seus colegas (postagens, pôsteres, cartazes e painéis) tenham sido preservados durante o processo de realização das Etapas do Projeto. O momento agora é de seleção dos registros que melhor representam o pensamento do grupo, em relação a todas as discussões feitas em sala de aula. Definam democraticamente quais são esses registros, por meio de rodas de diálogo, com a mediação de seu professor.

Os registros podem ser separados em grupos, que constituirão diferentes painéis apresentados no *Workshop* que representa o ponto de culminância das aprendizagens desenvolvidas ao longo do Projeto, que será apresentado por você e seus colegas.

Os *Workshops*, diferentemente de cursos, ocorrem em um único dia e envolvem a realização de atividades práticas pelos participantes. Várias ações dessa natureza foram vivenciadas por você e seus colegas ao longo das Etapas e podem ser selecionadas para o trabalho com o público do evento.

Você pode, com a ajuda de colegas, pesquisar outras atividades de mesma natureza na Internet (envolvendo os temas Mediação de Conflito e Teoria dos Jogos), com a orientação do professor, e complementar o material a ser exposto e discutido, caso haja essa necessidade.

É importante caprichar na divulgação do *Workshop*. Para isso, podem ser utilizados *flyers* (pequenos folhetos de propaganda), distribuídos na escola e na

comunidade; convites enviados para grupos em redes sociais; cartazes em murais da escola ou de estabelecimentos comerciais da região, dentre outras opções.



Acertem, antecipadamente, a distribuição de tarefas entre os estudantes da turma, definindo quais painéis serão apresentados no *Workshop* e quem serão os participantes responsáveis por cada painel; qual a duração de cada painel (recomenda-se que cada painel tenha uma duração máxima de uma hora); qual material será necessário para cada painel; e qual a estrutura física necessária para o evento (mesas, carteiras, papel, lápis etc).



Cada painel pode ser apresentado por meio de cartazes; apresentação em *slides*; palestras de curta duração; vivências teatrais (pelo grupo ou propostas aos participantes); realização e discussão de jogos; dentre outras possibilidades. Lembre-se apenas de que no *Workshop* é fundamental a participação ativa do público ao qual o evento é dirigido.

Orientações na página 264.

# AVALIANDO O PROJETO

Terminado o Projeto, o momento agora é de avaliação. Você e seu grupo estão convidados a conversar, refletir e responder às questões que estão apresentadas a seguir. É o momento de avaliar o desenvolvimento do Projeto e a atuação de vocês no mesmo, destacando as aprendizagens desenvolvidas de forma diferenciada e os impactos que o Projeto trouxe à vida, à escola e à comunidade.

## O TEMA DO PROJETO

- Você e seu grupo gostaram do tema do Projeto? Acharam que ele foi relevante para a escola e para a comunidade?
- Em que esse tema pode contribuir para mudar a sua realidade e a da sua escola e comunidade?

## O DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

- Quais foram as Etapas e Passos que vocês consideraram mais interessantes? Tiveram dificuldades em alguns? Por quê? Como superaram?
- Destaquem as aprendizagens mais significativas. O que este Projeto acrescentou de conhecimentos para o grupo?
- O grupo conseguiu entender e desenvolver as competências e habilidades da BNCC?

## A PARTICIPAÇÃO DO GRUPO NO PROJETO

- Houve envolvimento de todos os integrantes do grupo durante o desenvolvimento do Projeto?
- Que dificuldades enfrentaram e que estratégias adotaram para superá-las?

- Você e seu grupo entenderam a importância de o Projeto ser trabalhado não como disciplinas isoladas, mas fazendo a integração entre várias áreas do conhecimento?
- Quais sugestões vocês podem apresentar para a melhoria do Projeto?

## O PRODUTO FINAL

- Vocês tiveram êxito ao final do Projeto? Deu certo tudo que estava previsto ou vocês tiveram que fazer alguma mudança ou adequação?
- Quais os benefícios do Projeto e do Produto final para a sua formação no Ensino Médio?
- Pode-se afirmar que vocês, estudantes, foram protagonistas do processo?

## A PARTICIPAÇÃO DA COMUNIDADE

- Em quais momentos a comunidade participou do Projeto?
- Houve adesão da comunidade no momento do Produto final?
- Destaquem os benefícios do Projeto para a escola e para a comunidade.

## AUTOAVALIAÇÃO

- Como você avalia a sua participação no Projeto? De que formas você se envolveu?
- Quais aprendizagens você desenvolveu no trabalho colaborativo? Você enfrentou dificuldades para se integrar ao grupo? Como você as superou?
- Como você avalia o conhecimento adquirido por você no Projeto? Foi significativo para a sua vida?
- Você recomendaria esse modo inovador de estudar a outros colegas? Por quê?
- Com base na sua experiência no Projeto, escreva um texto apontando os pontos positivos e negativos do Projeto e depois converse com o professor.

## REFERÊNCIAS

AZEVEDO, A.G (Org). **Manual de Mediação Judicial**. Brasília: MPDFT, 2016. Disponível em: < [https://mpdft.mp.br/portal/pdf/programas\\_projetos/gase/Manual\\_de\\_Mediacao\\_Judicial\\_MPDFT\\_CNJ.pdf](https://mpdft.mp.br/portal/pdf/programas_projetos/gase/Manual_de_Mediacao_Judicial_MPDFT_CNJ.pdf)>. Acesso em 20 jan. 2020.

*Embora seja um Manual com instruções e normativos de natureza técnica, dirigida a profissionais da área jurídica, o texto contém muitas definições e exemplos práticos que ajudam o leitor a entender como funciona a mediação judicial.*

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2018.

*O documento denominado de Base Nacional Comum Curricular (BNCC) foi aprovado nos anos de 2017 (Ensino Fundamental) e 2018 (Ensino Médio) e trata dos conhecimentos e habilidades mínimas que devem ser desenvolvidas pelos estudantes ao longo da Educação Básica, nas diferentes áreas de organização curricular.*

ELSTER, J. **Peças e Engrenagens das Ciências Sociais**. Rio de Janeiro: Relume-Dumará, 1994.

*Texto de natureza acadêmica da área das Ciências Sociais, traz uma discussão detalhada sobre a relação entre escolhas racionais e irracionais e sobre a interferência das crenças nessas escolhas. Com base em exemplos clássicos da Teoria dos Jogos, o autor trata de temas como emoções, interação e normas sociais, discutindo os desmembramentos desses elementos nas mudanças sociais que fazem parte da história do homem.*

FELICIANO, L. P .S. **Teoria dos Jogos: uma nova proposta para o Ensino Médio**. Dissertação. Mestrado Profissional. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

*A Dissertação de Feliciano contém outros exemplos de representações matemáticas utilizadas na análise de jogos e situações, que podem complementar as propostas apresentadas no Projeto, considerando as demandas da sala de aula.*

VASCONCELOS, C. E. **Mediação de Conflitos e práticas restaurativas**. 4ª.ed. São Paulo: Método, 2015.

*O livro de Vasconcelos apresenta elementos teóricos relativos à Mediação de Conflitos, discutindo a caracterização e a evolução de conflitos; de técnicas de conciliação, negociação e arbitragem; e dos direitos humanos como fundamento jurídico da mediação. Embora seja escrito em uma linguagem técnica, os exemplos apresentados pelo autor ajudam a entender os diferentes conceitos abordados na obra e sua importância para a prática da mediação.*

## REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

BOHM, D. **Diálogo: comunicação e redes de convivência**. Tradução: Humberto Mariotti. São Paulo: Palas Athena, 2005.

*Neste texto sobre diálogo e comunicação, o autor propõe uma reflexão sobre as relações entre pessoas, grupos, instituições e organizações, em uma abordagem informal e atraente para o leitor.*

GARCIA, E. G. **Se Liga!:** Dicas Simples Para Conviver Melhor. São Paulo: Global, 2006

*Por meio de exemplos do cotidiano, em cenários que muitos de nós já presenciamos, o autor propõe refletirmos sobre valores e atitudes que possibilitam uma convivência mais harmoniosa em nossas relações cotidianas.*

PROJETO 5

# MATEMÁTICA, ENGENHARIA E ARQUITETURA: CONSTRUINDO PONTES

TEMA INTEGRADOR: STEAM



1+6

# CONHECENDO O PROJETO

Orientações na  
página 266.

Matemática, Engenharia e Arquitetura sempre caminharam juntas e esta união proporcionou a construção de verdadeiras obras de arte, ao longo da história da humanidade. Não é difícil imaginar quantas operações matemáticas e quantos conceitos desse campo estão envolvidos na elaboração de projetos arquitetônicos e estruturais. Igualmente fascinante é pensarmos nos desafios que devem ter sido enfrentados nas construções monumentais, feitas por civilizações antigas, como templos, pirâmides e outras edificações, sem o uso da simbologia matemática moderna ou sem o auxílio de instrumentos como calculadoras ou computadores, que facilitam a elaboração de projetos e de cálculos estruturais.

Procure olhar com mais atenção as construções à sua volta e pense sobre quais conhecimentos, escolares ou não, seriam necessários para realizá-las. Dentre esses conhecimentos, muitos pertencem ao campo específico da Matemática. É sabido que na elaboração e realização de projetos de construção são utilizados conhecimentos geométricos, aritméticos, do campo das grandezas e medidas e resultados de teoremas elaborados ao longo dos séculos.

Pontes, edifícios, e outras obras de Engenharia fazem uso de conhecimentos matemáticos avançados, mas estruturas mais simples podem auxiliar a entender as ideias básicas que lhes dão suporte e a compreender a aplicação de conteú-

dos escolares do campo da Geometria, Aritmética e Álgebra no trabalho com construções. Como produzir estruturas resistentes, considerando conhecimentos geométricos básicos, como a rigidez do triângulo, por exemplo?

Estabelecer conexões entre o que se estuda na escola e a realidade é fundamental para compreendermos a importância do conhecimento matemático, para possibilitar nossa atuação crítica e transformadora no mundo. Neste Projeto, iremos explorar o mundo da Engenharia das pontes, por meio de atividades práticas e explorando recursos tecnológicos. Também iremos passear pelo mundo da Arquitetura, considerando os mesmos princípios matemáticos.

Existe alguma ponte, ainda que pequena, em seu bairro ou em sua cidade? Se há, o que você sabe sobre ela? Quais teriam sido os principais objetivos de sua construção? Ela é útil para a comunidade? Há ações de manutenção para ela? Quais ideias matemáticas básicas estão por trás do funcionamento de pontes e outras edificações? Como a Matemática contribui para as tecnologias utilizadas nas Engenharias e na Arquitetura? Ou como as tecnologias podem facilitar as aplicações da Matemática nestas áreas? Essas são as questões sobre as quais queremos que você reflita ao longo deste Projeto!

Orientações na  
página 267.

# OBJETIVOS A SEREM DESENVOLVIDOS

- 1** Conhecer e produzir conexões da Matemática com as Engenharias e a Arquitetura, de modo a compreender a utilização de conhecimentos sobre o mundo físico e social, bem como entender e explicar a realidade e, assim, poder melhor contribuir para o desenvolvimento da comunidade.
- 2** Explorar aplicações da Matemática, por meio de tecnologias, envolvendo a investigação, a reflexão e o pensamento científico, promovendo o uso crítico e criativo dos conhecimentos matemáticos.
- 3** Utilizar conhecimentos matemáticos na elaboração de estruturas (pontes), envolvendo o uso de diferentes linguagens, incluindo a linguagem digital.

# COMPETÊNCIAS E HABILIDADES QUE SERÃO TRABALHADAS

Orientações na  
página 267.

Os objetivos deste Projeto estão associados às Competências e Habilidades da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), para a área de Matemática e suas Tecnologias, etapa do Ensino Médio, como você pode ver a seguir:

## COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DA BNCC QUE SERÃO TRABALHADAS NO PROJETO

OBJETIVOS	COMPETÊNCIAS GERAIS	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS	HABILIDADES
1	1	5	EM13MAT510
2	2 e 5	5	EM13MAT501 EM13MAT506
3	4 e 7	2 e 3	EM13MAT203 EM13MAT307

Fonte: elaborada pelas autoras com base na BNCC (2018).

As competências e habilidades citadas podem ser consultadas por você nas páginas 7 e 8 deste livro.

Para alcançar o **OBJETIVO 1**, relacionado à competência geral 1, as atividades propostas visam à utilização de conhecimentos sobre o mundo físico e social, auxiliando-o a entender e explicar a realidade e contribuir para o desenvolvimento da comunidade, por meio do levantamento de demandas relacionadas às estruturas que tomamos como foco no Projeto. As atividades abrangem competências relativas à utilização de estratégias e procedimentos matemáticos, na resolução de problemas, e à avaliação da pertinência de suas soluções, além da elaboração de conjecturas sobre padrões observados, representando-os aritmética, algébrica ou graficamente.

A materialização do **OBJETIVO 2**, relacionado às competências gerais da BNCC, de número 2 e 5, envolve a investigação, a reflexão e a criatividade, para investigar fenômenos envolvendo variáveis, elaboração e testagem de conjecturas. Você será convidado a fazer uso de conhecimentos ma-

temáticos e a pensar cientificamente, socializando e discutindo suas percepções sobre as relações estudadas entre variáveis.

Para realizar o **OBJETIVO 3**, relacionado às competências gerais 4 e 7, será envolvido o uso de diferentes linguagens, incluindo a digital, que serão exploradas por você no processo de elaboração do projeto de uma ponte, em dupla ou em grupo. Para isso você precisará se comunicar, partilhar ideias e informações. Vocês tomarão decisões coletivas, em uma perspectiva de partilha de responsabilidades e de acolhimento às diferentes manifestações da criatividade dos grupos. A aplicação de conceitos matemáticos no planejamento e na execução dos projetos poderá envolver a utilização de aplicativos e a criação de planilhas de custo, bem como a utilização de conhecimentos de Geometria, em problemas estruturais envolvendo propriedades de triângulos.

# JUSTIFICATIVA

Muitas vezes, estudamos os conteúdos escolares sem entendermos sua importância para nossa formação, isso porque, não temos acesso imediato a suas aplicações ou usos em contextos práticos ou do cotidiano. Os conteúdos escolares são historicamente e socialmente elaborados e visam ampliar nossa capacidade de leitura, interpretação e transformação do mundo à nossa volta.

Para ajudá-lo a pensar sobre esses e outros aspectos relativos à sua formação, trazemos como campo de aplicações a relação entre Matemática, Engenharia e Arquitetura, focando em estruturas como pontes e vigas autoportantes, que constituem exemplos de como essas áreas estão articuladas, e servirão de referência para outras reflexões acerca de edificações presentes ao nosso redor, as quais, muitas vezes, sequer notamos.

As pontes servem para ligar dois pontos, reduzindo distâncias e ampliando oportunidades comerciais, industriais e turísticas, facilitando a vida de muitas pessoas, enquanto as vigas podem ser observadas em telhados e construções de vários portes. Os altos custos de produção de grandes pontes são justificados pelos benefícios diretos e indiretos que elas proporcionam, mas, como cidadãos, é fundamental acompanharmos se esses investimentos, quando públicos, são justificáveis.

Neste Projeto, você verá que a forma de uma ponte depende do tipo de uso, do comprimento do vão entre os pontos a serem ligados, do material utilizado, dentre outros aspectos que podem ser levados em conta, mas não pode deixar de ser considerada sua integridade estrutural durante a construção e ao longo do uso e, portanto, sua manutenção.

Há pontes de diversos tamanhos e tipos e embora as mais complexas demandem o trabalho de equipes de engenheiros, arquitetos, pedreiros, ferreiros e outros profissionais, a execução de projetos de pontes simples pode ajudá-lo a entender as ligações da Matemática com o cotidiano.

O estudo de tais estruturas, através de um procedimento de modelagem matemática, além de proporcionar a compreensão de diversos conteúdos específicos desta área, possibilitará que você faça o levantamento de hipóteses na definição de um modelo teórico. Você irá explorar a descrição e o uso dos ciclos de procedimentos de uma modelagem matemática e resolverá problemas simples de Engenharia e de Arquitetura, usando conteúdos matemáticos básicos e tecnologias digitais.

# PRODUTO FINAL

O Produto final do Projeto será constituído por um campeonato de estruturas (pontes), envolvendo você e outros estudantes da turma, em atividade aberta à comunidade, em um evento organizado com sua colaboração e de seus colegas.

Os Projetos das pontes poderão ser realizados em grupos, levando em conta um conjunto de regras definidas previamente, negociadas por meio de discussões mediadas pelo professor da turma. Serão definidos, ainda, os tipos de materiais que poderão ser utilizados nas construções; a quantidade máxima de cada elemento que será usado no processo; e qual o teste ao qual será submetida a estrutura, no campeonato.

Os materiais utilizados nas estruturas que participarão do campeonato deverão ser acessíveis e de baixo custo, dando-se preferência aos materiais recicláveis, facilitando a sua execução na escola. Serão necessários, ainda, para o desenvolvimento do Projeto, os seguintes materiais: papel A4; lápis; cola e fita adesiva; cartolina ou cartão; palitos de picolé ou de churrasco (ou varetas de madeira ou bambu de mesma espessura e comprimento); macarrão do tipo espaguete; barbante; bolas de gude (ou outras unidades que tenham massas iguais); copos feitos de garrafas pets. Veja com o seu professor como viabilizar esse material.

Além do campeonato, você e seus colegas poderão expor outros trabalhos vinculados ao que irá ser explorado neste Projeto. Portanto, esteja atento e realize com cuidado e dedicação as ações propostas em cada Etapa, cujos resultados podem constituir o acervo de parte do que será apresentado aos visitantes.

# DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

Orientações na  
página 269.

## ETAPA 1 3 PASSOS

### AS CONEXÕES DA MATEMÁTICA COM AS ENGENHARIAS E A ARQUITETURA

Inicialmente, você conhecerá o tema central do Projeto e receberá informações acerca das Etapas de organização do Produto final. Para compreender a importância do tema que abordamos, irá realizar pesquisas que serão discutidas posteriormente de forma coletiva. Finalmente, você irá conhecer um problema sobre travessia de pontes, que levou ao surgimento de uma importante área da Matemática.

## ETAPA 2 5 PASSOS

### PLANEJANDO, CONSTRUINDO E TESTANDO PONTES

Nesta Etapa, você ampliará seu conhecimento sobre diferentes tipos de pontes e irá aprofundar o estudo de elementos matemáticos que o ajudarão no planejamento, produção e modelagem matemática de pontes (usando macarrão; palitos de picolé; ou outros materiais), ocasião em que você precisará pensar como um cientista, levantando hipóteses, fazendo testes e tirando conclusões. Você irá colaborar, ainda, com a definição das regras do Campeonato, que orientarão as bases do projeto da ponte de sua equipe.

## ETAPA 3 2 PASSOS

### CAMPEONATO DE PONTES

Esta Etapa é compreendida pela execução do Projeto da ponte e da organização do campeonato. Participe da revisão das regras de inscrição e de participação e auxilie na produção do material de divulgação do evento para a comunidade, no qual deve constar a programação completa. No dia do Campeonato, realize sua parte na divisão de tarefas, com empenho, para que o evento seja um sucesso.

# ETAPA ①

## AS CONEXÕES ENTRE MATEMÁTICA, ENGENHARIA E ARQUITETURA

Neste Projeto, iremos conversar sobre a relação entre Matemática, Engenharia e Arquitetura, que, como você deve imaginar, é muito próxima. O mundo da Engenharia é muito amplo e não teríamos condições de abranger toda a riqueza dessa área. Assim, nosso foco será em uma das inúmeras ações da Engenharia Civil, que é a construção de pontes e outras estruturas semelhantes.

As pontes, viadutos e elevados são importantes marcos de referência arquitetônica e a maior parte das cidades brasileiras conta com vários desses elementos em suas paisagens, nas mais diversas dimensões, sendo feitas novas construções dessa natureza, todos os anos.

Iremos explorar muitos tipos de estruturas como as citadas, realizando investigações sobre a história, curiosidades e importância de pontes do Brasil e do mundo e, como Produto final, a ideia é que sua turma organize um Campeonato de pontes, depois de vivenciar as ações propostas, que serão essenciais para que você e sua equipe desenvolvam um projeto interessante e original.

Muitas atividades das etapas iniciais são, portanto, preparatórias, e visam ampliar sua visão sobre a presença da Matemática em contextos diversos no campo das construções humanas e outras serão diretamente dirigidas ao planejamento e execução do projeto que você irá elaborar, para participar do campeonato.

As regras serão definidas coletivamente, no momento adequado, e você será convidado a participar das negociações que deverão ocorrer na definição de todos os elementos que precisam ser considerados. Embora o ápice do Projeto seja o campeonato, lembre-se que todos os materiais produzidos nas atividades das duas primeiras etapas podem ser organizados em cartazes ou outras formas de registro, e serem apresentados aos convidados que irão prestigiar o evento. Além disso, não deixe de observar e de refletir sobre esse fato.

### PASSO 01

## AS PONTES NOS ESPAÇOS EM QUE VIVEMOS

Antes de chegarmos às atividades em que você irá, literalmente, pôr a mão na massa, temos um convite para lhe fazer: conhecer algumas estruturas especiais construídas em vários lugares do mundo. Você já parou para pensar sobre a importância de construções como pontes, viadutos, passarelas e passagens para pequenas e grandes cidades?

Uma ponte pode ser simples, como uma prancha de madeira colocada sobre um riacho, ou ter dimensões grandiosas, como as grandes construções distribuídas pelo Brasil e pelo mundo. Estruturas como essas facilitam o escoamento de produções das indústrias ou de matéria-prima para elas, melhoram o fluxo de automóveis e transportes de carga nas estradas e rodovias, reduzem distâncias a serem percorridas e melhoram a segurança de seus usuários.

Igualmente importantes são as passarelas construídas sobre rodovias e estradas, que ajudam a proteger os pedestres que necessitam transitar entre as duas margens dessas vias. Em muitos casos erguidas por reivindicação dos moradores da região, as passarelas devem ser utilizadas como forma de garantir a segurança de quem as utiliza, reduzindo o número de acidentes envolvendo pedestres nas vias de trânsito intenso ou rápido, no país.

É preciso destacar, também, as passagens subterrâneas ou aéreas construídas para animais domésticos, selvagens e silvestres, evitando que eles sejam acidentados ao se deslocarem em uma região em busca de alimento ou abrigo. Uma enorme quantidade de animais é morta diariamente em nossas rodovias municipais, estaduais e federais, porque não são feitas estruturas que possibilitem sua travessia segura nas vias.

## AS PONTES PELO MUNDO

Em razão da quantidade de construções dessa natureza, em todo o mundo, há muitas curiosidades em torno do tema e começaremos destacando algumas delas, que o ajudarão a refletir sobre a complexidade e importância do tema deste Projeto.

Vamos começar pela que é hoje a maior ponte do mundo, inaugurada na China em 2018, nove anos após o início da obra, com 55 km de comprimento, conectando três importantes cidades da costa do país: Honk Kong, Zhuhai e Macau. A ponte tem seis faixas de trânsito – três de cada lado – e foi erguida com o objetivo de integrar cidades que investem no desenvolvimento de novas tecnologias, facilitando sua produção e escoamento.



Construção da Ponte | Hong Kong - Zhuhai - Macau, China.

Por ser uma ponte marítima, os desafios são ainda maiores. O projeto levou cerca de 10 anos para ser concluído e contou com uma equipe de especialistas da China e de outros países. Foram utilizadas cerca de 420.000 toneladas de aço, além

de ter sido criado um tipo especial de concreto para ela. A estrutura, em forma de “S”, é conectada por três pontes estaiadas, duas ilhas artificiais e um túnel sob o mar.

#ficaadica

No site oficial de informações sobre a ponte, disponível em: [www.hzmb.gov.hk/en/project/main-bridge.html](http://www.hzmb.gov.hk/en/project/main-bridge.html) (acesso em: 22 fev. 2020), você encontra vídeos, fotos e dados diversos que lhe possibilitam enxergar a grandiosidade dessa obra: a quantidade de aço utilizado daria para erguer 60 torres iguais à Torre Eiffel. A área de trânsito da ponte tem cerca de 700.000 metros quadrados, o que equivale a aproximadamente 98 campos de futebol.

## VAMOS PESQUISAR!

Você observou que citamos, na descrição da ponte *Hong Kong – Zuhai – Macau*, que a conexão de partes dela foi feita por meio de **pontes estaiadas**. Realize uma pesquisa, com a colaboração de um colega, sobre as características de uma ponte estaiada e sobre pontes desta natureza construídas no Brasil e no mundo. Registrem todos os dados importantes que conseguirem obter, incluindo fotos ou links de vídeos, para exibição no dia do Campeonato.

A maior ponte brasileira é a *Ponte Presidente Costa e Silva*, mais conhecida pelo nome *Ponte Rio-Niterói*, inaugurada em 1974, cinco anos após o início de sua construção. Ela tem 13.290 metros de comprimento, ou seja, cerca de 13 km e liga as cidades do Rio de Janeiro e Niterói, atravessando a baía da Guanabara.

Orientações na página 271.



Shutterstock / vitormarigo

Ponte Presidente Costa e Silva, Brasil.

A ponte está localizada na rodovia federal e transitorânea BR-101, que liga o município de Touros, no Rio Grande do Norte, ao município de São José do Norte, no Rio Grande do Sul, tendo 4.482 quilômetros de extensão, o que faz dela a segunda maior rodovia do Brasil, só ficando atrás da BR 116, que conta com 4.660 quilômetros e atravessa o país ligando-o de Norte a Sul.

1. Em seu bairro ou cidade há alguma ponte (pequena ou grande), passarela ou viaduto?
2. Se sua resposta for “sim”, em sua opinião, com qual objetivo essa construção foi feita? O que essa construção proporcionou aos moradores da região?
3. Se sua resposta à pergunta anterior foi “não”, pense se haveria necessidade de criação de uma ponte, viaduto ou passarela na região em que você mora, justificando sua resposta.

## PASSO 02

# AS PONTES E A MATEMÁTICA: UMA IMPORTANTE LIGAÇÃO

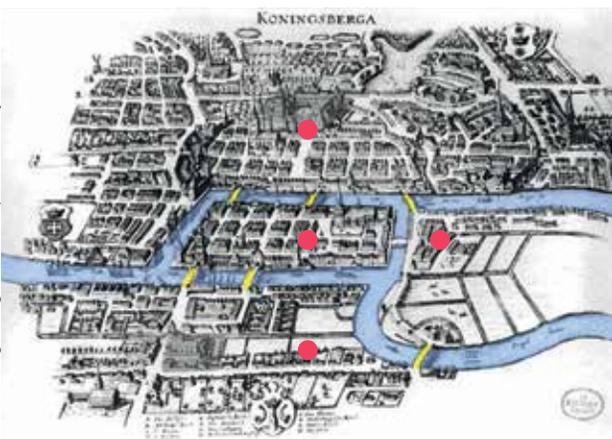
No campo da Matemática formal, um dos problemas com pontes mais conhecidos é o que envolve o matemático suíço Leonhard Paul Euler (1707-1783). Ele é considerado, por muitos especialistas, como um dos mais criativos e produtivos matemáticos de todos os tempos. Euler desenvolveu importantes resultados para o campo da Matemática, que posteriormente passaram a ser aplicados em muitas outras áreas de conhecimento.

### #ficaadica

Saiba mais sobre a biografia de Euler visitando o seguinte endereço eletrônico disponível em: [www.ebiografia.com/leonhard\\_euler](http://www.ebiografia.com/leonhard_euler) (acesso em: 22 fev. 2020)

A Revista Brasileira de História da Matemática (RBHM) dedicou um número especial para apresentação da história e discussão sobre a produção de Leonard Euler, disponível em: [www.rbhm.org.br/v09-no17.html](http://www.rbhm.org.br/v09-no17.html) (acesso em: 22 fev. 2020) Um dos capítulos da Revista trata dos "números amigos", estudados por Euler.

Heritage Image Partnership Ltd / Alamy Stock Photo



As sete pontes de Königsberg

Produção das autoras

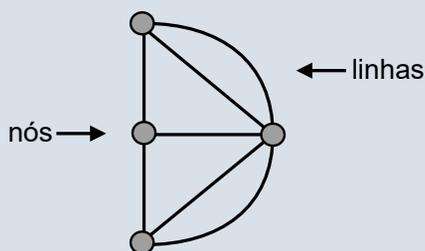


Diagrama representando o problema das sete pontes

Um dia, em visita à cidade que em sua época se chamava Königsberg e hoje é a cidade de Kalinigrado, na Rússia, Euler foi questionado sobre a possibilidade de solução de um problema que há algum tempo intrigava os moradores. A cidade era cortada pelo Rio Pregel e seu centro estava situado em duas ilhas fluviais, ligadas às outras partes da cidade por sete pontes. A questão era a seguinte: seria possível, em um único trajeto, passar por todas as sete pontes sem atravessar nenhuma delas mais de uma vez?

Euler teve uma ideia simples, mas fundamental: substituiu o mapa da cidade por um diagrama, representando cada parte da cidade por um ponto e cada ponte por uma linha. Esse tipo de diagrama criado por Euler atualmente é denominado de **rede**, e os pontos de convergência das linhas são conhecidos como **nós**, assim como as linhas são, algumas vezes, denominadas de **arcos**.

Para Euler, o problema se resumiria, portanto, a traçar todas as linhas desenhadas em seu esquema, sem levantar o lápis do papel e sem passar sobre a mesma linha mais de uma vez. Euler verificou que a solução do problema estava relacionada com o número de linhas que

partiam de cada nó. Chamando os nós ligados a um número ímpar de linhas de **nó ímpar** e os ligados a um número par de linhas de **nó par**, Euler descobriu que em qualquer rede o problema só teria solução se existissem, no máximo, dois nós ímpares, sem restrições quanto ao número de nós pares.

No caso da rede que representava o problema das pontes de Königsberg (figura anterior), todos os nós são ímpares, logo, o problema não tinha solução. A solução do desafio possibilitou a criação da Teoria dos Grafos, que faz parte de um ramo muito fértil da Matemática, a Topologia.

A Topologia tem inúmeras aplicações práticas, como, por exemplo, no planejamento de estradas e viadutos, no comércio e indústria, dentre outras. Na Informática, serve de base para o funcionamento da Internet. Certamente Euler jamais imaginaria que sua ideia, pensada como solução para um problema ligado ao cotidiano, chegaria tão longe.

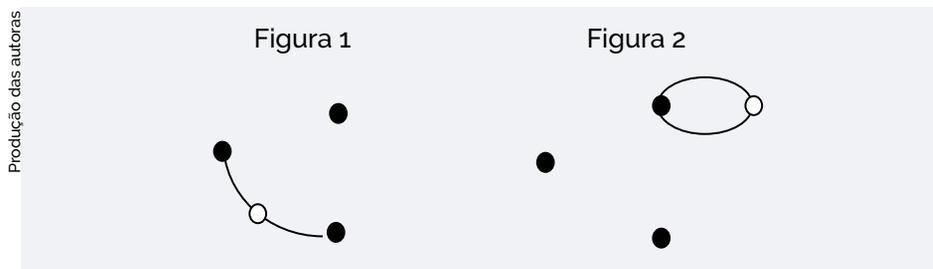
## O JOGO DA REDE DE EULER

As ideias de Euler têm muitas aplicações práticas na atualidade, como vimos, mas também fazem parte do universo da área denominada de Matemática Recreativa. Uma dessas aplicações é o jogo conhecido nos Estados Unidos como *Sproutse*, e que no Brasil recebe o nome de Rede de Euler.

Convide um colega para jogar com você e, em seguida, tentem responder as questões propostas para reflexão. No começo do jogo, você e seu colega devem marcar três pontos no papel (círculos pretos da Figura 1) em qualquer posição. Estes pontos serão os nós iniciais de uma rede que os dois participantes irão traçar.

O primeiro participante une dois pontos do papel, à sua escolha, com uma linha, acrescentando um novo nó no meio dela (círculo branco da Figura 1). Pode também ser traçada uma linha começando e terminando no mesmo nó, marcando no meio da linha traçada um novo nó, como indicado na Figura 2. O segundo participante repete o mesmo procedimento, alternando-se as jogadas.

Orientações na página 272.



Esquema de jogo da Rede de Euler

### OBSERVAÇÃO:

De um nó não podem partir mais de três linhas. Quando um nó estiver completo, com as três linhas possíveis, marque-o com um X, para eliminá-lo do jogo. Além disso, dois arcos não podem se cruzar. Ganha o jogo quem fizer a última ligação possível, seguindo as regras estabelecidas.

- Tente explicar a razão de o jogo terminar depois de um número limitado de jogadas. Experimente jogar começando com quatro ou cinco pontos e observe o que acontece com o número de jogadas que implica no fim do jogo.

## O PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE

Problemas de circuitos e caminhos são populares e um dos mais conhecidos dessa natureza é o *Problema do caixeiro viajante*, que é enunciado da seguinte maneira: vamos supor que um caixeiro viajante (vendedor que representa um determinado produto ou empresa), precisa percorrer um número  $x$  de cidades diferentes, vendendo seu produto, começando e terminando seu roteiro na mesma cidade.

Não importa a ordem em que as cidades são visitadas, desde que o caixeiro passe uma única vez em todas as cidades e não deixe de visitar nenhuma delas, voltando à cidade de onde partiu no início de sua jornada. O desafio é descobrir qual o percurso que o caixeiro deve fazer, para que a viagem seja a menor possível, em termos de distância percorrida.

Para resolver o problema, avalie o caso para quatro cidades, que você pode denominar de A, B, C e D, de modo que o viajante parta da cidade A e termine a viagem nela.

Orientações na página 272.

1. Quantos caminhos diferentes o viajante poderia fazer?
2. De quais informações adicionais ele precisaria, para definir qual o roteiro mais curto?
3. Que outras situações de ordem prática, no cotidiano, ou de outras áreas de conhecimento, você consegue associar ao problema do caixeiro viajante?

## VAMOS PESQUISAR!

Faça uma pesquisa sobre problemas e quebra-cabeças do campo da Matemática Recreativa, envolvendo pontes e travessias, cujas soluções demandam o uso de raciocínio lógico. Há muitos problemas clássicos e que podem ser propostos no dia do Campeonato aos visitantes do evento. Para isso, registre o enunciado, ilustrando o desafio com desenhos, em um cartaz. Não esqueça de citar as fontes utilizadas, nem de resolver o desafio antes de propô-lo a outras pessoas.

### PASSO 03

## APRENDENDO MAIS SOBRE PONTES

Os principais tipos de pontes de grande porte são: ponte viga; ponte treliça; ponte de arco; ponte suspensa, (também conhecida como ponte pênsil); ponte estaiada e ponte balanço. Esses tipos de pontes se subdividem em muitos outros tipos, dependendo de sua estrutura e formato.

## VAMOS PESQUISAR!

Orientações na página 273.

Na pesquisa que você realizou no Passo anterior, você levantou dados sobre pontes estaiadas. Agora, procure levantar informações sobre um outro tipo de ponte: as pontes pênsis. O que é uma ponte pênsil? Qual a diferença desse tipo de ponte para as pontes estaiadas? Existem pontes pênsis no Brasil? Realize um levantamento sobre esses elementos e registre-o por meio de definições, fotos e exemplos, para exposição no dia do Campeonato.

### PONTES TRELIÇADAS

Dentre os muitos tipos de pontes existentes, vamos tratar de um tipo em particular, que poderá ajudá-lo a elaborar o projeto da ponte com o qual participará do Campeonato. Estamos falando das pontes do tipo treliça ou pontes treliçadas.

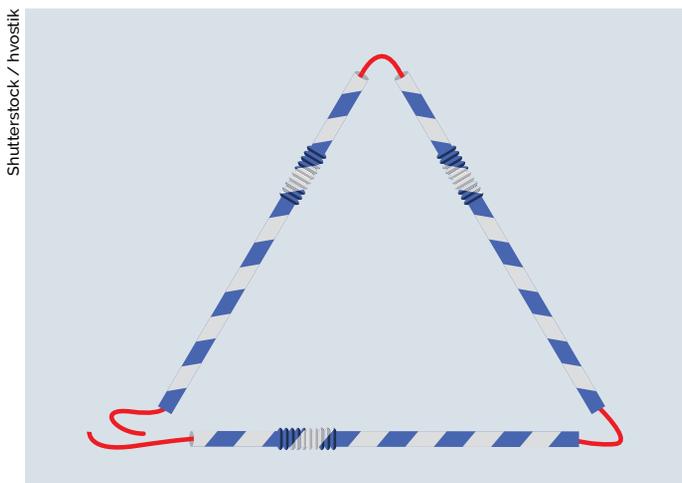
Sua principal característica é ser formada por arranjos triangulares de peças de madeira ou aço, o que lhe confere muita resistência. Mas por que isso acontece?

Para entender melhor como funcionam as pontes de treliça, vamos antes fazer um teste de rigidez de estruturas, utilizando conhecimentos matemáticos estudados no Ensino Fundamental.

Para realizar essa ação você precisará de canudos de refrigerante e barbante (ou arame). Se desejar trabalhar com materiais recicláveis, experimente fazer os canudos, usando folhas de revistas ou de cadernos usados. Procure fazer os rolos todos com o mesmo diâmetro, para que o resultado tenha boa qualidade.

Usando os canudos e os barbantes, crie polígonos com quantos lados desejar, começando por polígonos de três lados. Varie os tamanhos e as quantidades de canudos, de modo a ter uma boa diversidade de polígonos para analisar posteriormente. Como construções iniciais, sugerimos que você produza: um quadrado; um retângulo não quadrado; um triângulo equilátero; um triângulo isósceles e um triângulo escaleno.

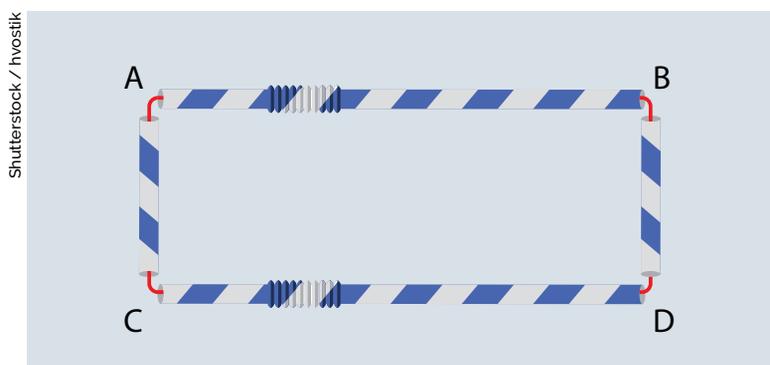
Produza, também, polígonos com outras quantidades e tamanhos de canudos, registrando suas dimensões e características. Depois de prontos, explore as propriedades dos polígonos que você criou. Você pode começar respondendo às seguintes questões:



Triângulo feito com canudos e barbante.

1. Quais as semelhanças e diferenças entre um quadrado e um losango?
2. Se nós modificamos a forma do retângulo feito com canudos (figura a seguir), inclinando os lados AC e BD, enquanto os lados AB e CD permanecem na horizontal, seu perímetro permanece o mesmo? E o que acontece com sua área?

Orientações na página 275.



Representação do retângulo feito com canudos.

3. Se todos os canudos forem do mesmo tamanho, o polígono será equilátero. Ele será também equiângulo?
4. O que podemos fazer para tornar rígidas (não deformáveis) estruturas poligonais que não são triangulares? Para solucionar esse problema, pense nas "tesouras" de madeira de telhados.
5. Discuta com os colegas sobre as respostas às questões propostas. Veja em que elas se aproximaram e em que foram diferentes. Organizem um Relatório com as principais descobertas feitas individualmente ou em grupo.

# ETAPA 2

## PLANEJANDO, CONSTRUINDO E TESTANDO PONTES

Vamos explorar nesta Etapa ações que servirão de suporte direto para a elaboração do Projeto da ponte que você irá apresentar na competição que faz parte do Produto final, começando pelo estudo de pontes de treliça.

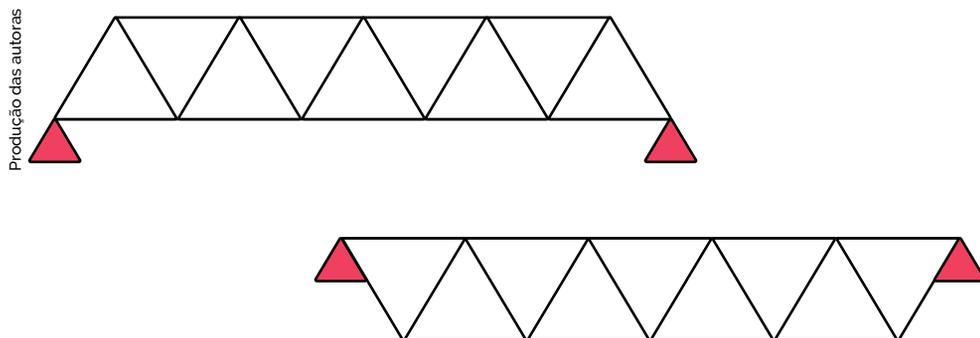
### PASSO 04

## EXPLORANDO ESTRUTURAS TRELIÇADAS

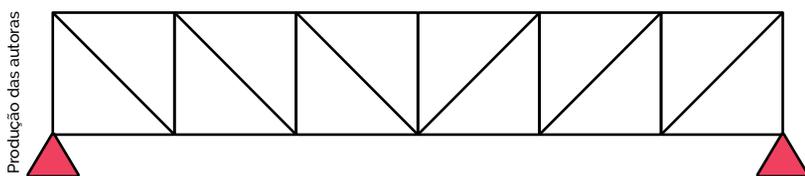
No Passo anterior fizemos referência a um tipo especial de ponte, que pode servir de base para a elaboração do projeto com o qual você participará do campeonato: as pontes de treliça. Como você viu, com base no estudo que realizou com vários tipos de polígonos, que os triângulos possuem uma característica particular e especial, que tem sido utilizada em construções diversas feitas pelo homem ao longo do tempo.

Você já deve ter observado a presença de treliças em telhados, portões de madeira, ou outras estruturas que, para se tornarem rígidas e mais seguras, são compostas por triângulos ou triangularizadas por meio da colocação de suportes nas diagonais de figuras poligonais não triangulares que as compõem.

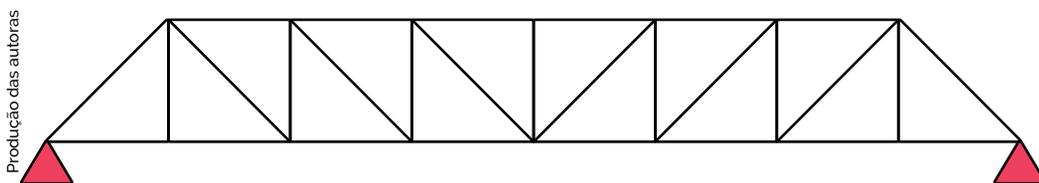
No caso das pontes de treliça, os dois casos acontecem. O modelo mais básico é formado pela composição de triângulos isósceles e denominado de *Warren*, cujo perfil é ilustrado em seguida, que pode ser de tabuleiro inferior, como a da imagem da esquerda ou superior, como a da imagem da direita – os pequenos triângulos coloridos indicam o ponto de apoio dos dois modelos de ponte, no solo.



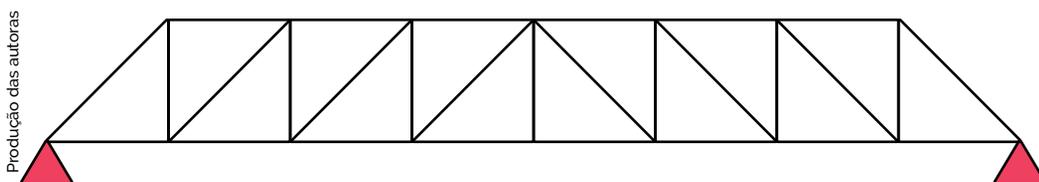
O segundo tipo mais simples de ponte treliçada recebe o nome de *Pratt*, sendo constituída por quadrados justapostos, diagonalizados por vigas, na direção indicada no perfil apresentado na imagem que segue.



O modelo Pratt pode, ainda ter extremidades inclinadas, como na imagem apresentada em seguida, ou ter outras variantes, com combinações variadas no tamanho, quantidade e formato dos triângulos que compõem o conjunto de vigas.



Quando as diagonais dos quadrados estão no sentido oposto do apresentado na estrutura Pratt, o modelo recebe o nome de Howe, como indicado no perfil na imagem que segue.



Nas pontes treliçadas, algumas vigas atuam sob força de compressão e outras de tração, e o arranjo de vigas dependerá de sua dimensão, da carga que irá suportar, do material da qual será feito, dentre outras variáveis.

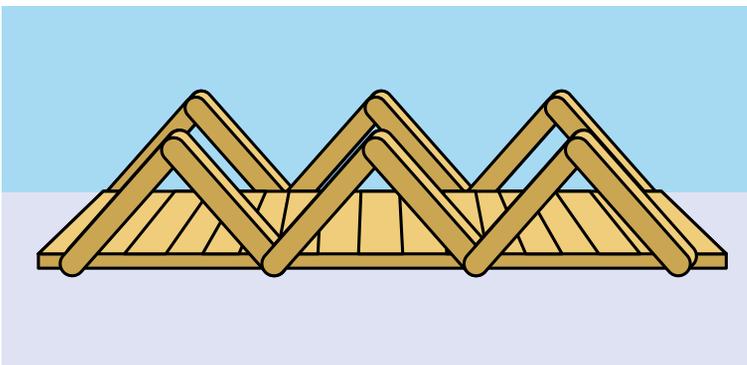
Orientações na página 276.



## VAMOS PESQUISAR!

Com a colaboração de um colega, realize uma pesquisa sobre outros modelos de ponte de treliça. Usando como referência o design das estruturas que vocês identificaram na pesquisa sobre os diferentes tipos de pontes de treliça, elaborem um desenho ou conjunto de desenhos de uma ponte de treliça, que depois vocês irão construir, usando palito de picolé e cola.

Shutterstock / Lorelyn Medina



Para fazer o esboço da ponte você pode utilizar papel milimetrado ou quadriculado e régua, para facilitar o traçado dos elementos da figura, ou papel comum, régua e esquadros. Se desejar utilizar alguma ferramenta tecnológica, faça um levantamento de softwares ou aplicativos para o computador ou celular que auxiliam o traçado de figuras como as que você deseja desenhar.

Após terem concluído o projeto vocês irão fazer uma versão tridimensional, usando o material indicado (palitos de picolé e cola), construindo inicialmente as duas estruturas laterais da ponte e depois fixando os dois lados, usando mais palitos e cola. Analise com cuidado o posicionamento dos palitos de conexão entre os lados, para garantir a produção da estrutura mais rígida possível.

Registre sua produção com vídeos, fotos ou desenhos, para gerar um portfólio do processo de elaboração e execução do Projeto, desde os primeiros ensaios. Esse acervo de fotos e desenhos, além das primeiras pontes construídas pela turma, irá representar a evolução histórica de cada Projeto no momento do Campeonato. Indique em seu texto as relações de proporção das medidas, por meio do registro da escala, considerando as dimensões do desenho e o tamanho do modelo final.

## PASSO 05

### TESTE DE SUPORTE DE MASSA

Neste Passo você irá explorar um importante elemento a ser considerado na construção de uma ponte que é o suporte de massa da estrutura. Para realizar esta atividade, você irá trabalhar com a ajuda de um colega e serão necessários os seguintes materiais: macarrão tipo espaguete (adquiram a massa mais barata – um pacote é suficiente para toda a turma); copo descartável (você pode fazer com garrafas pet cortadas) e bolas de gude ou qualquer outro material, desde que as unidades tenham a mesma massa (moedas de mesmo tipo; pedregulhos com o mesmo formato etc.).

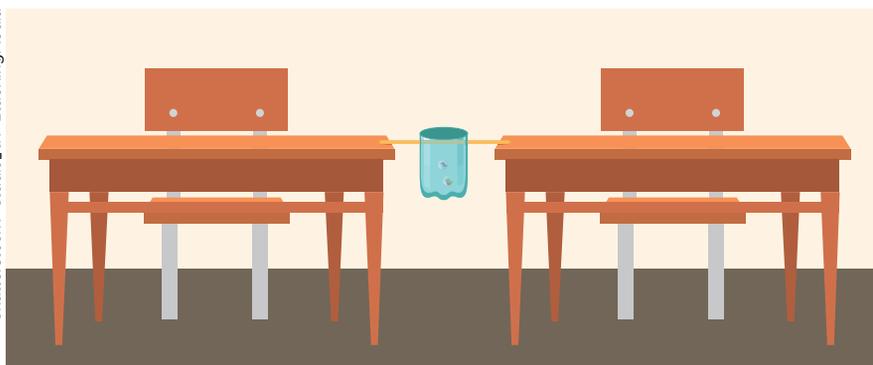
Procedimento inicial: fazer dois furos em lados opostos da borda do copo, como indicado na figura a seguir.

Produção das autoras



Posição dos furos no copo.

Shutterstock / Studio\_G / BlueRingMedia



Teste de resistência.

Vocês irão passar pelos furos, na primeira medição, um palito de macarrão e suspender o copo entre duas mesas (ou carteiras) de mesma altura, observando que cerca de dois centímetros de cada extremidade do palito de macarrão estejam apoiados sobre os suportes. Coloquem as bolas de gude, uma de cada vez, com cuidado, até que a estrutura rompa.

Anote a quantidade de bolas utilizadas e repita o procedimento aumentando o número de palitos de macarrão a cada medição, um palito de cada vez. Para organizar os dados, sugerimos que você preencha uma tabela como a indicada em seguida.

RELAÇÃO ENTRE NÚMERO DE PALITOS E NÚMERO DE BOLAS QUE CAUSAM O ROMPIMENTO DA ESTRUTURA	
NÚMERO DE PALITOS DE MACARRÃO (x)	NÚMERO DE BOLAS DE GUDE (y)
.....	.....
.....	.....

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

Depois de preencherem a tabela, discutam entre si, em duplas ou em grupos, e respondam às seguintes questões:

1. Que controle precisa ser feito no experimento, para evitar interferências na relação entre a variável independente (número de palitos) e a variável dependente (quantidade de unidades de massa)?
2. Comparem seus dados com os de outras duplas (ou grupo) e observe se todos obtiveram os mesmos resultados. Em caso negativo, o que poderia explicar as diferenças?
3. Existe algum padrão na relação entre número de palitos e de unidades de massa, considerando a análise de seus dados?
4. Organizando os pares de dados em um par cartesiano de eixos, qual a forma do gráfico?
5. Qual seria a quantidade estimada de unidades de massa necessária para romper uma estrutura formada pela junção de 15 palitos de macarrão?
6. Como poderíamos expressar algebricamente essa relação, para uma quantidade  $n$  qualquer de palitos de macarrão?
7. Registrem suas respostas e comparem seus resultados com os obtidos pelos demais grupos. Os resultados foram iguais ou diferentes? Discutam sobre isso e registrem seus resultados em um texto síntese.

Orientações na página 277.

## PASSO 06

# TRIÂNGULOS: GEODÉSICAS E VIGAS RECÍPROCAS NA ARQUITETURA

Uma das mais interessantes aplicações da rigidez da estrutura de um triângulo é a criação do **Domo Geodésico**, cujas propriedades foram estudadas e divulgadas por Buckminster Fuller (1895 – 1983), um arquiteto, designer, cientista, filósofo e escritor nascido nos Estados Unidos. Seu trabalho revolucionou a Arquitetura e trouxe à tona a discussão sobre sustentabilidade no planeta. Sua arquitetura visava

Orientações na página 278.

à obtenção da máxima eficiência com o menor custo social e ecológico. O Domo geodésico estudado por Fuller é um dos mais reconhecidos representantes da Arquitetura moderna.

A estrutura geodésica está presente em vários lugares como, por exemplo, em silos para guarda de sementes. Ela é fácil de construir, barata, além de ser esteticamente bela. A ideia básica que está por trás desse tipo de estrutura é a de "círculos máximos", presentes na natureza na forma de olhos de alguns insetos, como a mosca ou a libélula.

A palavra geodésica está relacionada ao termo Geodésia, que compreende a ciência que se ocupa do estudo de medições, forma e campo de gravidade da Terra. Utilizando pontos de referência espaciais, os estudos da área estabelecem dados relativos a latitude e longitude de qualquer ponto sobre a superfície do nosso planeta. Esse tipo de informação é a base do funcionamento do GPS (*Global Positioning System*), o conhecido sistema de localização global, adotado em inúmeros aparelhos de localização, incluindo nossos aparelhos celulares.

Shutterstock / VIAVAL



SpaceShip Earth, Orlando - EUA.

Shutterstock / Kev Williams



Projeto Éden, Bodelva - Reino Unido.

Shutterstock / TK Kurikawa



Nagoya Dome, Nagoya - Japão.

Shutterstock / EQRoy



The Golden Dome, Oklahoma - EUA.

Aprenda a fazer uma geodésica acompanhando as instruções que serão fornecidas por seu professor. Você pode fazer domos de diversos tamanhos e materiais. Capriche em seu modelo, para apresentá-lo no dia do Campeonato, aos visitantes que prestigiarem o evento.

## VAMOS PESQUISAR!

Explore as estruturas denominadas de vigas recíprocas, procurando pesquisar como são feitas e que aplicações elas têm. Elas são erguidas de maneira que uma viga dá sustentação à outra, em uma distribuição circular e muito forte.

Orientações na página 276.



Vigas recíprocas.



Vigas recíprocas, visão interna.

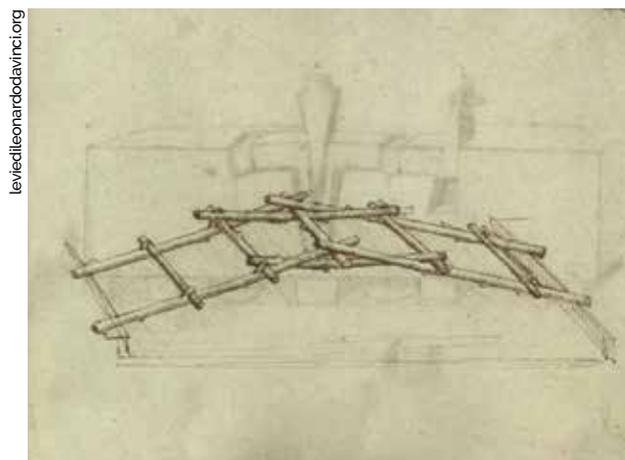
Você pode elaborar modelos de vigas recíprocas usando palitos de picolé ou de churrasco. Produza pelo menos um modelo para exibição no momento em que for realizado o Campeonato de pontes.

Orientações na página 278.

### VIGAS RECÍPROCAS

As vigas recíprocas são um tipo de estrutura denominada autoportante. Elas se baseiam no princípio de que unidades da estrutura dão sustentação umas às outras, sem a necessidade de amarrações com ferros, parafusos, cordas ou outros suportes, ou com pouco uso desses elementos. Essa ideia estava por trás do projeto de ponte autoportante elaborado por Leonardo da Vinci.

Se possível, tente construir, com a ajuda de colegas, o desafio da ponte autoportante, de Leonardo da Vinci, e proponha este desafio aos participantes do evento relacionado ao Produto final do Projeto. Para isso, solicite a ajuda de seu professor.



Ponte autoportante de Leonardo da Vinci.

#ficaadica

Leia a matéria sobre um outro projeto de uma ponte feito por Leonardo da Vinci e que foi testada por pesquisadores do Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT), disponível em: [exame.abril.com.br/ciencia/ponte-projetada-por-leonardo-da-vinci-e-testada-e-aprovada-pelo-mit](http://exame.abril.com.br/ciencia/ponte-projetada-por-leonardo-da-vinci-e-testada-e-aprovada-pelo-mit) (acesso em: 22 fev. 2020).

O projeto de Da Vinci envolvia a construção da ponte que seria a mais comprida do mundo, à época em que foi elaborada por sua mente genial. Seria cerca de dez vezes mais comprida que a média das pontes típicas daquele tempo.

## PASSO 07

# ESTABELECENDO AS REGRAS DO CAMPEONATO

Este Passo da segunda Etapa do Projeto será dedicado à organização das regras que serão adotadas no campeonato e à distribuição de tarefas pelos membros do grupo, após discussão coletiva, de maneira que todos participem e colaborem para que o evento seja um sucesso.

### ESTABELECENDO REGRAS GERAIS!

Antes de iniciar a elaborar o Projeto da ponte é fundamental que sejam combinados, coletivamente, alguns pontos importantes. Em seguida, sugerimos algumas questões que vocês podem tomar como referência para a discussão:

1. Qual será a meta da Competição?
2. Qual material poderá ser usado por cada equipe (tipo e quantidade)?
3. Quem poderá participar e quais as regras de participação?
4. Quem ficará responsável pelas inscrições? Qual o modelo da Ficha de Inscrição? Que informações ela precisa conter?
5. Quem serão os responsáveis pelo controle das regras gerais e pela avaliação dos Projetos (comissão julgadora)?
6. Quais os critérios que comporão a Ficha de Avaliação?

Orientações na página 279.

Não esqueça de definir divisão de responsabilidades na organização do Produto final (Competição) e auxilie na produção do material de divulgação para a comunidade, no qual deve constar, além de local, data e horário, a programação completa do evento. Elabore também o Certificado de premiação para os ganhadores e de participação para todas as equipes presentes no Campeonato.

## PASSO 08

# PLANEJANDO UMA PONTE PARA O CAMPEONATO

Em diversos países, os estudantes dos níveis de escolaridade, correspondentes aos de nossa Educação Básica ou do Ensino Superior, participam de torneios em que são construídas pontes, usando materiais como espaguete crus ou palitos (de picolé ou churrasco) que tenham capacidade de suportar uma determinada carga, definida previamente, vencendo quem conseguir construir a ponte que suportar mais peso. A ponte construída pelos estudantes é colocada entre duas mesas e testada, colocando-se sobre ela, sucessivamente, sacos com massas iguais a 500g. Os elementos utilizados para construir a ponte (macarrão ou palitos), são presos entre si com cola ou fita adesiva, de acordo com normas rígidas definidas previamente.

No Brasil, o Desafio da Ponte de Macarrão vem sendo promovido, com sucesso, por vários cursos de Engenharia, como ilustrado na Figura 15, referente ao evento que ocorre anualmente na Universidade Católica de Brasília (UCB).

Orientações na página 280.

De acordo com as regras disponibilizadas para esse concurso, "[A] construção deve utilizar apenas macarrão do tipo espaguete, cola epóxi, tipo resina, e cola quente de silicone; ter até 1 kg de peso; 1 metro de extensão e 50 cm de altura, e ser capaz de suportar no mínimo 2 kg".



Exemplos de pontes de macarrão.

#ficaudica

No endereço: [www.ebah.com.br/content/ABAAfmxUAF/ponte-macarrao-passo-a-passo-calculos-construcao](http://www.ebah.com.br/content/ABAAfmxUAF/ponte-macarrao-passo-a-passo-calculos-construcao) (acesso em: 22 fev. 2020), há um texto, ensinando como projetar pontes de macarrão. Use-o como referência, mas procure dar o seu diferencial. Na Internet há inúmeras fotos que podem ser tomadas como base para a elaboração de projetos semelhantes.

## VAMOS PESQUISAR!

Faça um levantamento de modelos de pontes de macarrão elaborados para participação em torneios realizados no Brasil. Anote o tipo de material utilizado; a natureza do desafio (suporte de mais massa? maior comprimento?); e o modelo das pontes, por meio de imagens.

Elabore um relatório com os resultados de sua pesquisa, usando-o como base para o projeto da ponte que seu grupo irá elaborar para participar do Campeonato, considerando as regras que foram definidas no Passo anterior.

### ELABORANDO O PROJETO FINAL

Considerando os testes que você já fez, passe para o papel o Projeto da ponte que você fará com a ajuda de um(a) colega ou grupo. Lembrem-se de levar em consideração os objetivos da competição, bem como o limite de materiais que podem ser usados na construção.

No Projeto incluam as medidas das partes que comporão a ponte. Guardem os desenhos para expor no dia da Competição. Os convidados da comunidade gostarão de acompanhar o processo, da fase de planejamento à sua realização.

Utilize como referência para o projeto da ponte a pesquisa feita por você na Internet, mas, embora você possa usar projetos de outras pessoas como fonte de inspiração, tente criar seu próprio modelo, pondo em prática sua imaginação e criatividade. Se utilizar como base o projeto de outra pessoa, não esqueça de fazer referência ao modelo original, em sua ficha de registros, indicando o endereço eletrônico no qual ele pode ser encontrado.

Orientações na página 280.

# ETAPA ③

## CAMPEONATO DE PONTES

Estamos nos aproximando do final do Projeto, com a construção das pontes que participarão do campeonato, a organização do material que será exposto aos convidados e do espaço físico em que o evento ocorrerá.

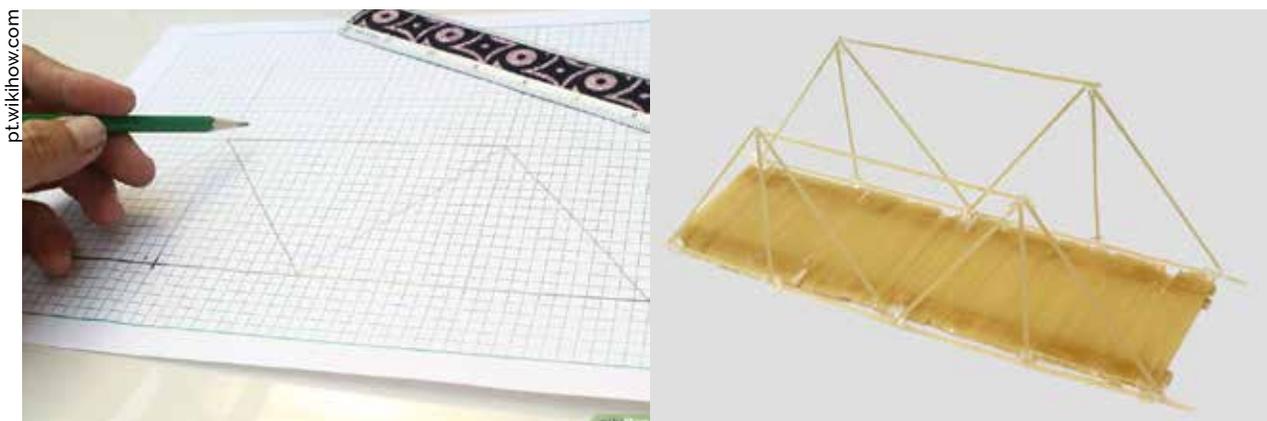
### PASSO 09

### COLOGANDO O PROJETO DA PONTE EM PRÁTICA

Orientações na página 281.

Este passo será dedicado à passagem do projeto para o modelo real, elaborado com o material que foi combinado coletivamente. O professor de Matemática irá acompanhar a execução e fazer a supervisão dos trabalhos, e poderá contar com a colaboração de professores de outras áreas. Registre os diferentes passos do processo em fotografias, até chegar ao modelo final.

Depois de concluir o trabalho, tenha cuidado na hora de guardá-lo até o momento da Competição, que deve acontecer logo após todos os projetos ficarem prontos. Registre em um relatório todos os elementos que fizeram parte do projeto – nome da equipe; material utilizado; esboços (desenhos) do projeto; fotos do passo-a-passo da construção; planilha de materiais e custos; e imagem da ponte depois de pronta, como indicado no exemplo apresentado a seguir:



Etapas do projeto de uma ponte.

Anote no Relatório os conteúdos de Matemática que foram explorados no Projeto e o que você achou mais difícil, interessante e mais divertido de fazer.

## PASSO 10

# O DIA DO CAMPEONATO

Orientações na  
página 281.

Chegou o dia da realização do Campeonato!

Junte os cartazes, desenhos, fotos e outros materiais que foram elaborados por você ao longo do Projeto ao material produzido por todos os outros estudantes da turma e verifiquem se há necessidade de ajustes ou complementações, para apresentação à comunidade. Esse acervo enriquecerá o Campeonato e dará visibilidade a todo o empenho da turma no Projeto.

Os jogos que você explorou também podem ser propostos aos visitantes. Para isso, organize os tabuleiros e os textos com as regras, para facilitar o acesso e uso, em mesas e paredes do local onde ocorrerá o Campeonato. Receba o público, dando-lhe atenção e explicando em detalhes o material exposto, tirando suas dúvidas, recorrendo aos professores, caso necessite de ajuda.

Confira, com a ajuda de colegas, se todos os membros da Comissão Avaliadora dispõem de fichas de avaliação em número suficiente, considerando o total de Projetos inscritos e observe se toda a estrutura necessária está disponível aos grupos no momento do Campeonato, incluindo área de apresentações; estrutura de iluminação e ventilação, dentre outros cuidados.

Verifiquem também as condições de atendimento ao público visitante, como acessibilidade e estrutura de apoio, como cadeiras, para as pessoas prestigiarem o evento com conforto. Preparem toda a estrutura do evento no dia anterior, se for possível, ou logo no começo do dia do Campeonato, observando o horário em que seu início foi programado, para evitar problemas de última hora e garantir que irão receber bem os convidados, com pontualidade e dedicação.

Participe da divisão de tarefas desta última etapa do Projeto, para que o evento seja um sucesso. Não esqueça de fazer o registro fotográfico dos trabalhos dos participantes e do público que prestigiou o Campeonato, que constarão em um Relatório Final do Projeto e poderão ser socializados em espaços dedicados a isso.

Laura Beth Drilling / Demand Media



M. Gaskins



# AVALIANDO O PROJETO

Orientações na página 282.

Terminado o Projeto, o momento agora é de avaliação. Você e seu grupo estão convidados a conversar, refletir e responder às questões que estão apresentadas a seguir. É o momento de avaliar o desenvolvimento do Projeto e a atuação de vocês no mesmo, destacando as aprendizagens desenvolvidas de forma diferenciada e os impactos que o Projeto trouxe à vida, à escola e à comunidade.

## O TEMA DO PROJETO

- Você e seu grupo gostaram do tema do Projeto? Acharam que ele foi relevante para a escola e para a comunidade?
- Em que esse tema pode contribuir para mudar a sua realidade e a da sua escola e comunidade?

## O DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

- Quais foram as Etapas e Passos que vocês consideraram mais interessantes? Tiveram dificuldades em alguns? Por quê? Como superaram?
- Destaquem as aprendizagens mais significativas. O que este projeto acrescentou de conhecimentos para o grupo?
- O grupo conseguiu entender e desenvolver as competências e habilidades da BNCC?

## A PARTICIPAÇÃO DO GRUPO NO PROJETO

- Houve envolvimento de todos os integrantes do grupo durante o desenvolvimento do Projeto?
- Que dificuldades enfrentaram e que estratégias adotaram para superá-las?

- Você e seu grupo entenderam a importância de o Projeto ser trabalhado não como disciplinas isoladas, mas fazendo a integração entre várias áreas do conhecimento?
- Quais sugestões vocês podem apresentar para a melhoria do Projeto?

## O PRODUTO FINAL

- Vocês tiveram êxito ao final do Projeto? Deu certo tudo que estava previsto ou vocês tiveram que fazer alguma mudança ou adequação?
- Quais os benefícios do Projeto e do Produto final para a sua formação no Ensino Médio?
- Pode-se afirmar que vocês, estudantes, foram protagonistas do processo?

## A PARTICIPAÇÃO DA COMUNIDADE

- Em quais momentos a comunidade participou do Projeto?
- Houve adesão da comunidade no momento do Produto final?
- Destaquem os benefícios do Projeto para a escola e para a comunidade.

## AUTOAVALIAÇÃO

- Como você avalia a sua participação no Projeto? De que formas você se envolveu?
- Quais aprendizagens você desenvolveu no trabalho colaborativo? Você enfrentou dificuldades para se integrar ao grupo? Como você as superou?
- Como você avalia o conhecimento adquirido por você no Projeto? Foi significativo para a sua vida?
- Você recomendaria esse modo inovador de estudar a outros colegas? Por quê?
- Com base na sua experiência no Projeto, escreva um texto apontando os pontos positivos e negativos do Projeto e depois converse com o professor.

## REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2018.

*A Base Nacional Comum Curricular é um documento do Ministério da Educação que regulamenta quais são os conhecimentos mínimos a serem desenvolvidos ao longo da Educação Básica, de modo a garantir uma formação adequada para estudantes da rede pública e privada de ensino do país. É importante conhecer o documento, para saber quais as recomendações para o percurso de seu ensino-aprendizagem nesse nível de escolaridade.*

TAHAN, M. **O homem que calculava**. Rio de Janeiro: Record, 2001.

*O livro conta a história de um jovem árabe chamado Beremiz que descobre que tem muitas habilidades matemáticas e as emprega para resolver os problemas e desafios que encontra ao longo de sua jornada em direção a Bagdá. A obra é uma ficção escrita pelo matemático brasileiro Júlio César de Mello e Souza, que ficou mais conhecido pelo pseudônimo de Malba Tahan, e que tem encantado gerações, desde sua publicação, no ano de 1938.*

## REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

LEIVAS, J. C.; SOARES, M. T. C. **Triângulos Diferentes**: Dos Planos Aos Geodésicos. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.13, n.1, pp.77-93, 2011. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/emp/article/download/3843/4022>>. Acesso em 25 jan. 2020.

*O artigo contém detalhes sobre a construção de Geodésicas, ilustrados por meio de fotos e descrição do passo a passo do processo, utilizando materiais de baixo custo e que podem ter suas dimensões adaptadas, de acordo com diferentes demandas.*

OSTAPIV, F.; SALAMON, C.; STAHLSCHNIDT, J.; BETT, C. F.; Estudos iniciais para ensaios e construção de cúpulas geodésicas usando colmos de bambu. **MIX SUSTENTÁVEL (ON LINE)** V. 4, P. 108-116, SC, 2018. Disponível em: <http://www.nexus.ufsc.br/index.php/mixsustentavel/article/view/2506/1549>. acesso em: 12 fev. 2020.

*Neste texto os autores apresentam as adaptações que foram demandadas ao longo do processo de construção de geodésicas com o uso de bambu, detalhando os diferentes recursos e estratégias adotados pela equipe, o que ajuda o leitor a pensar em ajustes que podem ser feitos em seus projetos pessoais relacionados ao tema.*

PROJETO 6

# A MATEMÁTICA E A LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO

TEMA INTEGRADOR: PROTAGONISMO JUVENIL

Shutterstock / patpitchaya

1+6

# CONHECENDO O PROJETO

Orientações na  
página 283.

Você sabia que por trás da tecnologia digital que utilizamos há uma linguagem diferente da que usamos para nos comunicarmos com as pessoas? Ela é denominada de Linguagem de Programação e possibilita a interação com computadores, celulares ou outras máquinas semelhantes.

As Linguagens de Programação são usadas para resolver problemas, gerar informações, coletar e tratar dados, e, também, promover diversão. As imagens e efeitos especiais de jogos de computador, celulares e filmes são produzidas por milhares de códigos gerados por meio de alguma Linguagem de Programação.

Há algumas décadas, os desenhos animados eram totalmente produzidos à mão. Hoje a maioria é produzida apenas no computador, com técnicas de computação gráfica e Linguagens de Programação diversas.

Neste Projeto, você irá estudar princípios básicos da Linguagem de Programação, que ajudam a compreender como as máquinas inteligentes são criadas e como elas funcionam. Qualquer pessoa pode aprender sobre fundamentos da lógica e Linguagem de Programação, mesmo que não seja, necessariamente, um programador profissional.

É importante observar que ao longo das Etapas e Passos em que o Projeto se organiza, você e

seus colegas passam a ter uma atuação protagonista, porque se colocam como parte da solução dos problemas com os quais lida e, usando o poder da organização de suas argumentações, poderão contribuir para geração de novos conhecimentos.

Os objetivos do Projeto, com foco na Linguagem de Programação, serão alcançados pelo uso adequado das competências gerais da Base Nacional Comum Curricular - BNCC e pelas competências e habilidades específicas da Matemática e suas Tecnologias.

Esses conhecimentos permitirão a você, com seus colegas e com o apoio do professor, organizar o Produto final deste Projeto, a criação de fluxogramas e algoritmos que contribuirão para a solução de problemas pessoais, da escola e da comunidade.

E sua socialização em painéis e *slides*, que serão utilizados por você e seus colegas em uma Oficina, que poderá ser realizada com os estudantes de outras escolas.

Finalizando o Projeto, faz-se necessária uma avaliação dos resultados obtidos e de possíveis ajustes quando da realização de um novo projeto, com a supervisão do professor e a participação protagonista, sua e de seus colegas.

Orientações na  
página 284.

# OBJETIVOS A SEREM DESENVOLVIDOS

- 1 Conhecer elementos básicos da linguagem de programação, buscando compreender a linguagem matemática e científica para comunicação de ideias e a socialização de informações, experiências e resultados de reflexões.
- 2 Produzir fluxogramas matemáticos, explorando a capacidade de argumentação em diferentes linguagens.
- 3 Organizar fluxogramas aplicados a problemas e situações diversificados em uma Oficina, com o uso de tecnologias digitais.

# COMPETÊNCIAS E HABILIDADES QUE SERÃO TRABALHADAS

Orientações na  
página 284.

Os objetivos deste Projeto estão associados às Competências e Habilidades da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), para a área de Matemática e suas Tecnologias, etapa do Ensino Médio, como você pode ver a seguir:

## COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DA BNCC QUE SERÃO TRABALHADAS NO PROJETO

OBJETIVOS	COMPETÊNCIAS GERAIS	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS	HABILIDADES ESPECÍFICAS
1	3 e 7	3 e 4	EM13MAT315 EM13MAT405
2	4 e 7	2, 3, 4 e 5	EM13MAT203 EM13MAT315 EM13MAT405 EM13MAT507 EM13MAT510
3	3, 4 e 8	3 e 4	EM13MAT315 EM13MAT405

Fonte: elaborada pelas autoras com base na BNCC, (2018).

As competências e habilidades citadas podem ser consultadas por você nas páginas 7 e 8 deste livro.

No **OBJETIVO 1** do Projeto, procurou-se associar as ações propostas a contextos vinculados a manifestações artísticas e culturais que podem ser ampliadas a outros contextos, a critério da turma, estimulando a capacidade de argumentação para formular e negociar ideias, em procedimentos de tomadas de decisão, baseadas no respeito ao outro. Diferentes conhecimentos das linguagens materna, matemática e científica serão abordadas para comunicar ideias e socializar informações, experiências e resultados de reflexões.

Para realizar o **OBJETIVO 2**, você será convidado a ampliar seu conhecimento acerca da natureza, propriedades, elaboração e aplicações dos fluxogramas, tanto no âmbito da Matemática quan-

to fora dela, associados a outras áreas e ao cotidiano. Você terá a oportunidade de praticar as ideias às quais será apresentado, explorando sua capacidade de argumentação em diferentes linguagens (verbal, escrita e digital).

O **OBJETIVO 3** está voltado à elaboração, de forma protagonista, de uma Oficina que representa o momento final das aprendizagens desenvolvidas ao longo do Projeto. Como ocorrerá ao longo do processo, recomendamos especial cuidado com os registros feitos por você em cada Etapa, de modo a facilitar a definição de elementos como conteúdos, tempo de duração, material necessário e público-alvo ao qual será dirigido o Produto final.

# JUSTIFICATIVA

Em razão da presença da informática em diversas ações desenvolvidas pelo homem, seja no âmbito pessoal ou profissional, a Linguagem de Programação se torna uma ferramenta cada vez mais importante, estando por trás de tarefas simples ou extremamente complexas, em empresas e na Internet, no tratamento de pequenos ou grandes conjuntos de dados. Por esta razão, é importante que você conheça seus princípios!

Embora o domínio pleno da Linguagem de Programação não seja uma tarefa simples e que ocorre, em geral, em cursos de nível superior, a apreensão de elementos dessa linguagem pode e deve ocorrer desde a Educação Básica, uma vez que sua estrutura lógica auxilia a organização do pensamento, em particular quando se trata do pensamento matemático.

No documento que rege atualmente a Educação Básica no Brasil, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), a orientação é que os estudantes desse nível de escolaridade desenvolvam competências relacionadas à leitura e à produção de fluxogramas, que constituem o que poderíamos chamar de estrutura básica da Linguagem de Programação.

Neste Projeto, você irá conhecer e aplicar os elementos de um fluxograma, aprender sobre como fazer a leitura desse tipo especial de representação de fluxos de informação e sobre como produzir fluxogramas com ou sem o apoio de tecnologias digitais.

Esses conhecimentos servirão de base para auxiliá-lo a pensar em respostas a problemas que observa ao seu redor, de modo que você possa sair da posição de expectador e se colocar em uma perspectiva protagonista, como parte da solução desses problemas.

# PRODUTO FINAL

O Produto final deste Projeto será uma **Oficina de Linguagem de Programação** que envolve a criação de fluxogramas e algoritmos para a solução de problemas da escola e/ou da comunidade, e sua socialização em painéis e slides, que poderão ser utilizados por você e seus colegas em uma Oficina. O Produto final poderá ser apresentado para estudantes de outras escolas, com base no aprendizado acumulado sobre Linguagem de Programação.

Após o entendimento do significado da Linguagem de Programação, seguido da compreensão do conceito de fluxograma, sua equipe será convidada a selecionar situações-problema (da própria Matemática, de outras áreas de conhecimento, do cotidiano da comunidade, a partir do recorte de jornais e/ou revistas atuais, do levantamento em livros especializados, ou outras fontes). E poderá também propor uma solução para ele(s), com o auxílio de modelos matemáticos e da lógica da Linguagem de Programação.

Equipes de no máximo quatro participantes identificarão os elementos variáveis principais e secundários do problema e construirão um ou mais fluxogramas, que represente(m) um algoritmo para uma das possíveis soluções para ele. Os problemas abordados e os fluxogramas criados serão apresentados na Oficina.

Se for possível, convide profissionais que atuem em áreas de conhecimento relacionadas aos problemas que foram foco de seu trabalho, para que colaborem com a turma no momento da apresentação da Oficina.

Para o desenvolvimento do Projeto você e seus colegas irão utilizar os seguintes materiais: jornais e revistas atuais, papel A4, lápis grafite e borracha, cartolina, fita adesiva larga, barbante, cola branca, lápis hidrocor coloridos e giz de cera, computadores ou dispositivos móveis com conexão à Internet (se possível), softwares livres para edição de fluxogramas e de programação de computador. Para os materiais necessários ao desenvolvimento do Projeto, você e seus colegas recorrerão às indicações e ao apoio do Professor.

# DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

Orientações na  
página 286.

## ETAPA 1 4 PASSOS

### CONHECENDO OS ELEMENTOS BÁSICOS E AS APLICAÇÕES DOS FLUXOGRAMAS

Esta Etapa está organizada em quatro Passos. No primeiro deles, você terá contato com a definição, os elementos e as características de um algoritmo, entendendo como ele se estrutura e pode ser desenvolvido, por meio de exemplos simples do campo da Matemática. No Passo 2, você irá explorar uma etapa prévia da organização de fluxogramas, que é a produção de descrições narrativas, tanto aplicadas a elementos matemáticos quanto de outras naturezas. Em especial, irá realizar o uso dessa estratégia na prática de um procedimento do tipo passo a passo na produção de uma dobradura. Finalmente, no último Passo da Etapa 1 você conhecerá elementos da simbologia básica da Linguagem de Programação, que irá utilizar nas Etapas seguintes.

## ETAPA 2 4 PASSOS

### PRODUZINDO FLUXOGRAMAS MATEMÁTICOS

Esta Etapa está organizada em quatro Passos e está voltada para a organização e produção de fluxogramas matemáticos e para a exploração de um programa especial denominado Prova-sem-palavras, tradução da proposta que, em língua inglesa, tem a sigla PWW (*Proof Without Words*). Ações sobre esses temas serão desenvolvidas ao longo dos três primeiros Passos. Finalmente, no Passo 8, você estudará sobre como funcionam os pseudocódigos.

## ETAPA 3 2 PASSOS

### OFICINA DE LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO

Na Etapa 3, organizada em dois Passos, será definida a estrutura da Oficina que constitui o momento final das aprendizagens do Projeto. No último Passo, será apresentado o Produto final, que corresponde a uma Oficina elaborada a partir dos elementos estudados ao longo de todos os Passos percorridos.



Vamos considerar inicialmente um exemplo simples: cálculo da média aritmética, quando são dadas duas notas.

#### ALGORITMO PARA O CÁLCULO DA MÉDIA ARITMÉTICA DE DUAS NOTAS:

- Leia a primeira nota
- Leia a segunda nota
- Some as duas notas
- Divida o resultado da adição por dois
- Exiba o resultado da divisão (média)

Os passos descritos equivalem às ações que realizamos, na medida em que seguimos a sequência de operações que necessitamos fazer para obtermos a média aritmética de duas notas que conhecemos. Que tal ampliar um pouco o nível de dificuldade do exemplo?

1. Crie seu próprio algoritmo para o cálculo da média aritmética quando há três notas.
2. O que muda no Algoritmo apresentado inicialmente, dado na forma de uma descrição narrativa? Quais comandos permanecem?
3. Discuta sua solução com a de um colega e observe se ela foi igual ou diferente da sua, analisando a possibilidade de serem elaboradas outras soluções.

Sabemos que não seria preciso um programa de computador para calcular sua média aritmética, você mesmo a faz desde muito cedo, não é mesmo? Entretanto, a secretária da escola talvez não pense assim, pois precisa fazer a média de diversos estudantes. Já imaginou os mercadinhos de antigamente? O pessoal que trabalhava no caixa demorava bastante para “computar” o valor a ser pago pelo cliente.



#### VAMOS REFLETIR!

Observe as situações apresentadas:

1. Em uma escola, os estudantes são submetidos a três avaliações, gerando assim três notas. A média aritmética para aprovação nessa fase, sem que o estudante precise fazer exames finais é 7,0 (sete). Como você faria uma descrição narrativa, para calcular a média aritmética das três notas de um estudante e dizer se ele está aprovado por média ou se precisará realizar o exame final? Neste caso, vamos supor que o estudante não faltou a nenhuma das avaliações.
2. Como é calculada a média em sua escola? Discuta com seu grupo e elabore uma descrição narrativa que forneça a média aritmética das notas e que diga se o estudante precisará, ou não, realizar exames finais, respeitando as regras de sua escola.

Note que em todas as situações apresentadas temos a seguinte estrutura básica:

**ENTRADA → PROCESSAMENTO → SAÍDA**

No exemplo inicial da Média Aritmética, os dados de entrada são as duas notas; o processamento corresponde aos cálculos realizados (adição e divisão) e a saída é a média obtida.

3. Organize cada um dos três problemas que você já resolveu, indicando quem são os dados de Entrada; quais as tarefas do Processamento, e qual(is) o(s) dado(s) de Saída. Registre os dados em um texto ou *slide*.

## PASSO 02

# A DESCRIÇÃO NARRATIVA EM AÇÃO: ALGORITMOS NO COTIDIANO

Orientações na  
página 290.

Realizamos muitos procedimentos do tipo passo a passo, ou algorítmico, em situações do cotidiano, de maneira quase automática, sem atentarmos para cada ação que executamos. Na hora de nos vestirmos, por exemplo, organizamos uma sequência lógica para algumas etapas e sua ordem não pode, em alguns casos, ser invertida ou alterada. Por exemplo, a meia precisa ser calçada antes do sapato e não o contrário.

A melhor forma de organizarmos a sequência de ações que precisamos fazer para resolver um problema é, inicialmente, por meio de uma descrição narrativa, o que possibilita a tomada de consciência dos passos a serem seguidos. Ela é útil independentemente da natureza do problema abordado.

O desafio que vamos lhe propor é elaborar descrições narrativas de uma situação do cotidiano e outra do âmbito da Matemática, como você fez para o cálculo da média aritmética no passo anterior.

Escolha um dos seguintes procedimentos e elabore uma descrição narrativa da sequência de passos a serem seguidos para resolvê-lo (lembre-se dos detalhes essenciais):

1. Escovar os dentes.
2. Fazer um sanduíche com, pelo menos, dois ingredientes, além do pão.
3. Ir a uma farmácia, comprar um medicamento, já estando vestido para sair de casa.

Como você deve ter notado, a quantidade de passos da descrição narrativa dependerá da complexidade da tarefa, mesmo que ela seja aparentemente simples, assim como a possibilidade de variações na forma como uma mesma tarefa pode ser feita por diferentes pessoas e dos detalhes que cada uma consegue lembrar e incluir na descrição!



## VAMOS PESQUISAR!

Vimos que a descrição narrativa se aplica à modelagem de ações cotidianas, cujos passos seguimos de maneira mecânica, sem pensar na sequência de ações que praticamos. Mas ela se aplica também em relação a questões mais complexas do cotidiano. Vamos pesquisar sobre isso.

Como você já deve ter percebido, toda tecnologia tem seu lado bom, mas pode gerar problemas. A evolução e a ampla participação das pessoas nas diversas redes sociais, por exemplo, levantaram uma questão que tem sido amplamente discutida pela sociedade: como lidar com as notícias falsas, mais conhecidas como *fake news*?

Orientações na  
página 291.

As fake news estão relacionadas com um grande problema da atualidade que é o **cyberbullying** ou **bullying digital**, que acontece quando pessoas sofrem deboches, assédios ou intimidações, por meio digital, podendo atingir consequências graves para a saúde física e mental da pessoa que é vítima desse tipo de ataque. Para não promovermos problemas dessa natureza é fundamental sermos capazes de reconhecer e respeitar a diversidade humana e nos colocarmos no lugar do outro, em um exercício constante de empatia.

Que estratégia usar para enfrentar esse problema?

Pesquise na Internet as orientações que já foram elaboradas para combater o problema das *fake news* e de como se prevenir do *cyberbullying*, confrontando-as e fazendo uma descrição narrativa que aborde todos os passos sugeridos, após serem discutidos. Analise, com a colaboração de colegas, se alguma orientação poderia ser acrescentada ao passo a passo. Elabore um roteiro para ser apresentado na Oficina.

#ficaadica

No site do Ministério da Saúde, por exemplo, são indicados oito passos para identificação das *fake news*, disponível em: [www.blog.saude.gov.br/index.php/servicos/53504-8-passos-para-identificar-fake-news](http://www.blog.saude.gov.br/index.php/servicos/53504-8-passos-para-identificar-fake-news) (acesso em: 18 fev. 2020).

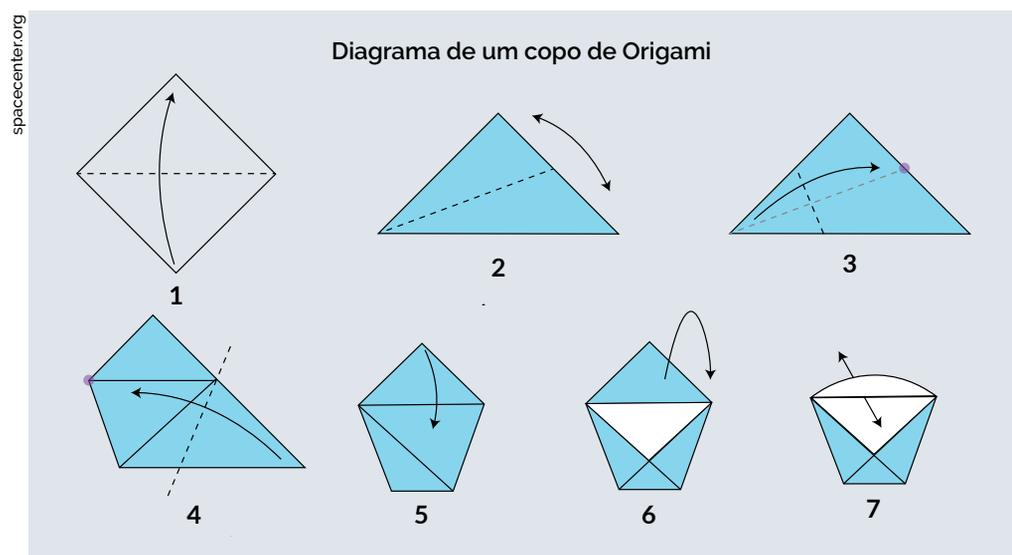
### PASSO 03

## A PRÁTICA DA DESCRIÇÃO NARRATIVA NO ORIGAMI

Orientações na página 291.

Agora vamos ampliar nosso trabalho com algoritmos básicos, explorando um contexto diferente: a produção de uma dobradura em papel, arte conhecida como Origami.

Você certamente já deve ter produzido algum Origami antes. No Brasil são bastante populares as dobraduras do barquinho e do avião, obtidas a partir de uma folha de papel retangular. Vamos propor inicialmente a observação da sequência de passos presente no diagrama apresentado em seguida, de um copo de papel, a partir de um quadrado de papel (na figura a seguir).



Usando a nomenclatura adequada do campo da Geometria, como podemos fazer a descrição narrativa de cada passo do processo de confecção do copo? O primeiro passo poderia, por exemplo, ser descrito da seguinte forma:

**ENTRADA:** Quadrado de papel (a SAÍDA esperada: copo de papel).  
**PROCEDIMENTO:** Dobre o quadrado de papel ao longo de uma de suas diagonais, fazendo coincidir dois vértices opostos. Você obterá como resultado um triângulo retângulo isósceles.

Agora é com você: continue fazendo a descrição dos passos seguintes, até chegar ao resultado final, no caso, a produção de um copo de papel!

1. Como você descreveria os passos seguintes da dobradura, observando como foi feito no caso do Passo 1?
2. Que instruções você acha que seriam mais fáceis de serem seguidas, caso você quisesse que outra pessoa reproduzisse o procedimento de modo a obter o mesmo resultado final, por meio do diagrama ou das instruções na linguagem usual?
3. Que conhecimentos a pessoa precisaria ter para conseguir realizar o passo a passo do diagrama pelas instruções por meio da linguagem usual?
4. Na realização da dobradura, vendo como um procedimento algorítmico, o que corresponderia à Entrada, ao Procedimento e à Saída?

Orientações na página 292.



## VAMOS PESQUISAR!

Agora é hora de selecionar o diagrama de uma dobradura na Internet ou em um livro ou revista especializada, que tenha, no máximo, seis ou sete passos, e elaborar as instruções na linguagem usual, ou seja, elaborar sua descrição narrativa. Depois que fizer isto, troque de instruções com um colega e vejam se um consegue fazer a dobradura que o outro descreveu em sua narrativa. Caso isso não ocorra, analisem o que houve para o processo não ter tido êxito.

Elabore, junto com os colegas, cartazes com descrições narrativas de diagramas de Origamis escolhidos por você e pela turma, para propor como desafio na Oficina que as equipes ministrarão ao final do Projeto!

Orientações na página 293.

## AMPLIANDO A DISCUSSÃO

Neste Passo, associamos a descrição narrativa à sequência de dobraduras de um Origami, mas você pode ampliar essa associação considerando outros tipos de manifestação artística ou cultural, como, por exemplo, a coreografia de uma música ou as diferentes etapas vivenciadas na organização de uma exposição de pinturas ou desenhos. No caso da coreografia de uma música, como seria a forma mais fácil de indicar a sequência de movimentos, por meio da descrição narrativa ou de imagens (desenhos ou fotos)?

Em parceria com um colega, selecione um videoclipe de alguma música e elaborem e registrem a descrição dos cinco primeiros passos da coreografia apresentada pelos participantes, da forma como acharem mais fácil de ser compreendida pelas pessoas que fizerem a leitura das informações registradas por vocês. No dia da oficina vocês podem propor a reprodução dos movimentos como desafio para o público que irá prestigiar o evento.

## PASSO 04

# A SIMBOLOGIA DA LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO

Orientações na página 294.

Você praticou, até o momento, uma fase importante do desenvolvimento da Linguagem de Programação, que é a descrição narrativa. Agora você irá conhecer a simbologia própria, utilizada na elaboração de algoritmos computacionais e fluxogramas, a partir da sequência definida na descrição narrativa. Para isso, vamos conhecer uma história bastante interessante sobre um empreendedor norte-americano que atuou no campo da Engenharia Civil.

Frank Gilberth (1868-1924) foi um engenheiro norte-americano que utilizou pela primeira vez uma estrutura de organização de dados na forma de um fluxograma. A estrutura gráfica utilizada por ele foi muito útil para a organização de procedimentos em sua empresa, do ramo da construção civil. Os fluxogramas também foram usados por Gilberth para melhorar a organização do trabalho e otimização do funcionamento de processos gerais desenvolvidos por sua equipe (HERNÁNDEZ, TORRERO e HERNÁNDEZ, 2014). Os fluxogramas auxiliam a pensar na estruturação de fases de uma operação a ser realizada e nos procedimentos que envolvem etapas a serem seguidas até a

obtenção de um resultado final, em um raciocínio do tipo passo a passo, quando a sequência de ações precisa ser cuidadosamente observada, de forma a garantir o êxito do processo.

A ideia de Gilberth ganhou popularidade e “[O] método foi rapidamente introduzido na ciência da engenharia para a representação e análise de fluxos de trabalho” (HERNÁNDEZ, TORRERO e HERNÁNDEZ, 2014, p.116). Com o desenvolvimento da tecnologia computacional, nas décadas seguintes, os fluxogramas passaram a ser largamente utilizados na Linguagem de Programação. Essa estrutura torna compreensíveis alguns proces-

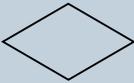
sos que, caso fossem representados de outra maneira, não seriam tão fáceis de serem entendidos por quem não está diretamente envolvido.

Na Linguagem de Programação usamos os fluxogramas para representar as etapas a serem seguidas em um algoritmo e, para isso, utilizamos símbolos próprios, conectando-os entre si por linhas e setas. Para cada elemento de um algoritmo a ser construído, símbolos específicos são utilizados, seguindo o padrão determinado pelo Instituto de Padronização Americano (ANSI). No quadro, a seguir, trazemos os símbolos mais usados na elaboração de fluxogramas, embora existam outros.



Shutterstock / Yuriy Golub

## SÍMBOLO E FUNÇÃO CORRESPONDENTE NA LINGUAGEM DE ELABORAÇÃO DE FLUXOGRAMAS

SÍMBOLO	FUNÇÃO
	Indica o início e o final de um fluxograma.
	Indica a entrada de dados fornecidos.
	Indica a saída de dados, ou seja, os resultados dos processos.
	Decisão. Geralmente uma pergunta, cuja resposta, <b>sim</b> ou <b>não</b> , está escrita nesse símbolo. Dependendo da resposta obtida, o fluxo do diagrama segue para a próxima etapa do processo.
	Processo. Indica a execução de uma operação aritmética, por exemplo.
	Indica o fluxo dos dados no processo.

Fonte: SANTOS (2018, p. 26).

### #ficaaudica

Para conhecer outros símbolos utilizados na elaboração de um fluxograma, você pode pesquisar recursos disponíveis na Internet para a produção digital de fluxogramas, embora você possa fazê-los sem problema de maneira analógica e desplugada. Existem régua vazadas com a maioria dos símbolos e que facilitam muito a construção de fluxogramas.

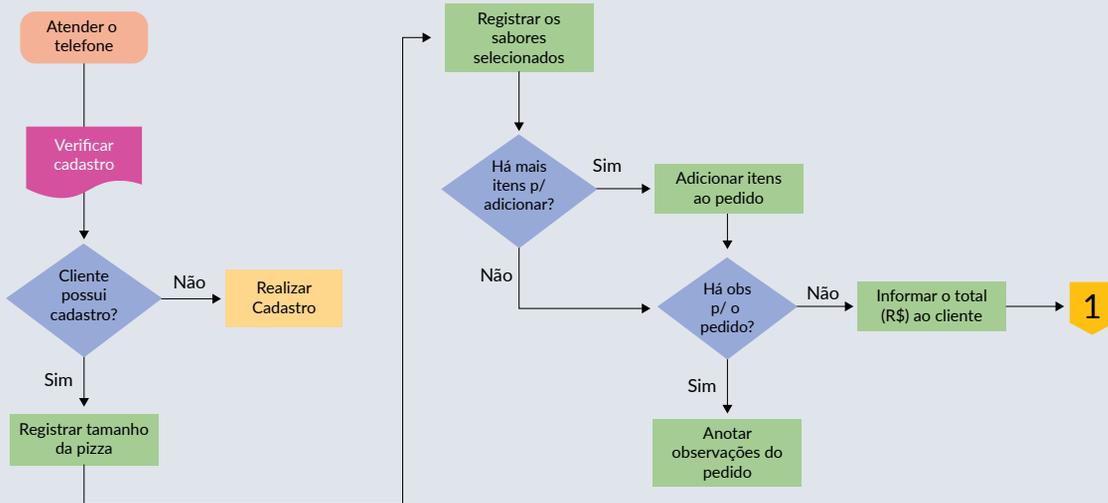
## INTERPRETANDO O FLUXOGRAMA

Você já deve ter compreendido que tão importante quanto saber elaborar um fluxograma, depois de fazer a identificação dos passos por meio da descrição narrativa, é saber ler e interpretar um fluxograma produzido por outras pessoas, com a sequência (fluxo) de ações de execução de um procedimento.

Acompanhe o exemplo dado, nas duas figuras a seguir, no qual é descrito o processo de venda de uma pizza por telefone, elaborado com a simbologia que acabamos de apresentar.

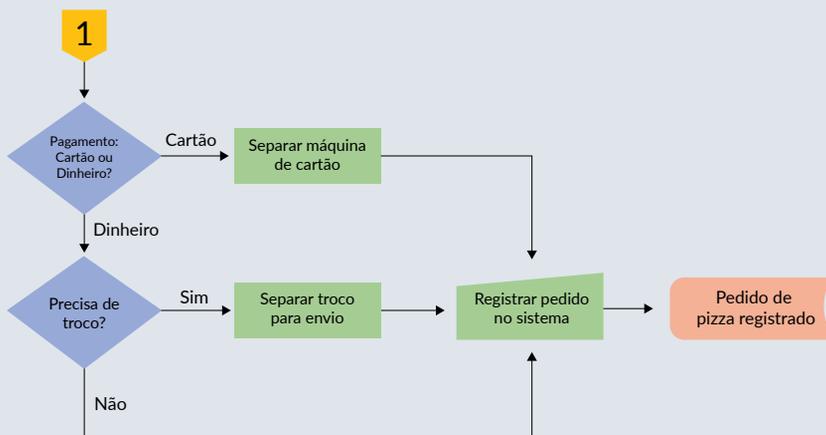
Orientações na página 294.

### Fluxograma da venda de uma pizza por telefone - início



A parte inicial do fluxograma representa o processo de venda, do momento em que o telefone é atendido pelo vendedor até o momento em que ele informa o total da compra ao cliente. Observe a continuidade e conclusão do procedimento, do instante em que o cliente define a forma e efetua o pagamento da compra, até o registro final do pedido pelo vendedor.

### Fluxograma da venda de uma pizza por telefone - conclusão



1. Observando o fluxograma, qual seria o conteúdo de Entrada?
2. Quais os elementos que compõem o Procedimento?
3. Qual o conteúdo da Saída?
4. Você conseguiu seguir a sequência de ações ao longo do procedimento e entendeu todos os passos do fluxograma?
5. Elabore, em conjunto com um colega, um fluxograma complementar ao apresentado nas figuras anteriores, com a produção da pizza e a entrega do produto ao cliente.
6. Represente, na forma de um fluxograma, a descrição narrativa elaborada coletivamente sobre o problema das *fake news*.

Orientações na página 295.

# ETAPA ②

## PRODUZINDO FLUXOGRAMAS MATEMÁTICOS

Esta Etapa do Projeto é compreendida pelo aprofundamento da prática de elaboração de fluxogramas matemáticos. Esta demanda faz parte das habilidades indicadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), a serem desenvolvidas a partir do 6º Ano do Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

Orientações na página 295.

### PASSO 05

## A ORGANIZAÇÃO DE FLUXOGRAMAS MATEMÁTICOS

Orientações na página 296.

Vamos selecionar alguns dos objetivos da BNCC, relacionados à construção de fluxogramas para explorar neste Passo.

Para iniciar, apresentamos, um conjunto de cartões com palavras ou afirmações. Como você poderia organizá-los para construir um fluxograma que indicasse o processo de construção de um triângulo, conhecidas as medidas L1, L2 e L3 dos três lados?

Fim

Com o compasso em B, tracei uma circunferência de raio L3

Em r marquei as extremidades do segmento AB de comprimento L1

Início

Tracei uma reta r

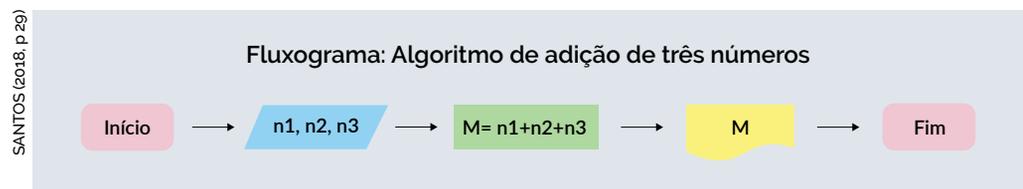
Nomeei um dos pontos de interseção das circunferências, de C

Liguei os pontos A, B e C com segmentos de reta

Com o compasso em A, tracei uma circunferência de raio L2

Depois de organizar o fluxograma, registre-o abaixo da habilidade da Base destacada em um slide ou cartaz, para a Oficina no Projeto final.

Agora, observe no fluxograma, a seguir, a representação de um algoritmo voltado para a área de Matemática, que descreve o processo de adição de três números naturais.



Entendeu como cada informação foi inserida no símbolo correspondente do fluxograma? Usando o sistema de codificação apresentado, represente a descrição narrativa que você produziu no Passo 1, relativo ao problema da aprovação por média ou a indicação de realizar avaliação final, na forma de um fluxograma.

Observe se há algum passo que indique a necessidade de tomada de decisão e quais seriam as opções a serem adotadas! Produza um texto colocando lado a lado as duas produções relacionadas a cada problema, começando pelo enunciado.

### AS REGRAS PARA CONSTRUÇÃO DE FLUXOGRAMAS

1. Todo diagrama tem um início e um fim.
2. As linhas de conexão que indicam fluxos (setas) devem ser sempre retas e, sempre que possível, apenas verticais e horizontais (não cruzadas ou inclinadas).
3. Os símbolos devem estar conectados entre si, de acordo com o fluxo que desejam representar.
4. Os símbolos devem ser desenhados de modo que o processo possa ser seguido visualmente de cima para baixo e da esquerda para a direita.
5. Produza um fluxograma claro, de modo que o fluxo central de ações ocupe a parte central da folha de papel.
6. Evite a terminologia específica de Linguagem de Programação de máquina, nos fluxogramas, para que eles possam ser lidos por um número maior de pessoas.
7. Em operações lógicas (tomadas de decisão), use preferencialmente a afirmação, em vez da negação.
8. A saída de cada símbolo é única, exceto nos casos dos símbolos de decisão.

HERNANDÉZ, L. M. M; TORRERO, P. E. C (Org.) *Lo que se de: mapas mentales, mapas conceptuales, diagramas de flujo y esquemas*. 2014. Disponível em: [www.upd.edu.mx/PDF/Libros/Mapas.pdf](http://www.upd.edu.mx/PDF/Libros/Mapas.pdf). Acesso em 21 dez. 2019.

## PASSO 06

# A PRODUÇÃO DE FLUXOGRAMAS MATEMÁTICOS

Orientações na página 297.

Quando fazemos uma descrição narrativa de um procedimento matemático, também precisamos ter o mesmo cuidado observado quando realizamos essa ação na representação do passo a passo de uma ação do cotidiano, pois há passos que não podem deixar de ser percorridos e há uma sequência lógica de ordenação para os passos.

Para exemplificar como se dá o processo de descrição narrativa no campo da Matemática, vamos tratar do procedimento de cálculo do volume de um cilindro reto. Vamos inicialmente pensar sobre o que precisamos saber para calcular o volume do cilindro! Temos que conhecer: a maneira de calcular o volume do cilindro (fórmula ou outro procedimento); a medida do comprimento do diâmetro ou do raio do círculo da base; a medida da altura do cilindro.

A descrição narrativa do processo poderia ser a seguinte:

- **Passo 1** - Selecionar o procedimento de cálculo a ser realizado (no caso, poderia ser a aplicação da fórmula:  $V = \text{área da base} \times \text{altura}$ ),
- **Passo 2** - Identificar a medida do raio da base (em cm),
- **Passo 3** - Calcular a área do círculo que forma a base do cilindro ( $A = \pi r^2$ ) (o resultado será dado em  $\text{cm}^2$ ),
- **Passo 4** - Efetuar a medição da altura do cilindro (em cm),
- **Passo 5** - Calcular o volume do cilindro multiplicando a área da base por sua altura (o resultado será dado em  $\text{cm}^3$ ).

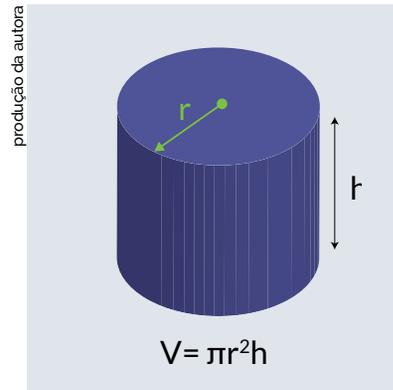
Agora é sua vez de elaborar a descrição narrativa de um procedimento matemático um pouco mais complexo.

A ideia é você elaborar uma descrição narrativa da sequência de passos a serem seguidos para resolvê-los (lembre-se dos detalhes essenciais). Você pode fazer isso sozinho ou interagindo com os colegas!

1. Calcular o volume de um prisma reto, cuja base é um triângulo equilátero.
2. Produzir um gráfico, dada a representação algébrica da função:  $f(x) = 3x + 5$ ;
3. Identificar as raízes da equação:  $x^2 - 10x + 24 = 0$ .

Considerando o que você aprendeu até agora, elabore um fluxograma que possibilite determinar um termo qualquer da seguinte sequência numérica: 10, 7, 4, 1, ... , respondendo antes as seguintes questões:

1. Como você explicaria para um estudante do 8º Ano o que é uma sequência numérica recursiva?
2. Do modo como a sequência numérica foi construída, que nome especial ela recebe?
3. Como sugestão, faça uma descrição narrativa do processo e somente depois dessa etapa elabore o fluxograma.



Orientações na página 298.

Orientações na página 299.

## PASSO 07

# EXPLORANDO O PROGRAMA PWW

Orientações na página 300.

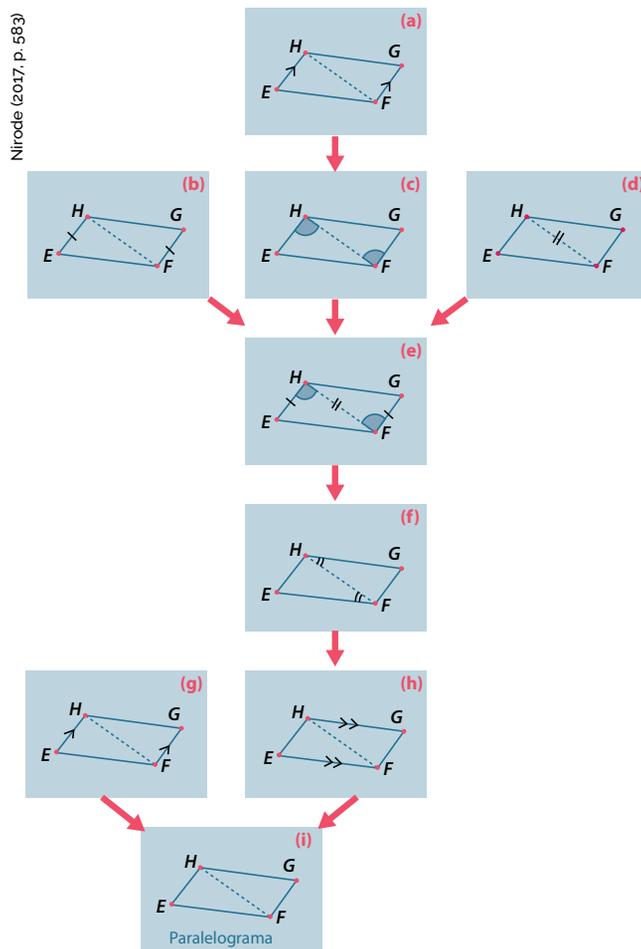
Você irá conhecer, neste Passo, um tipo especial de algoritmo associado a fluxogramas que representam a sequência de passos de uma demonstração matemática. Muitos estudantes desconhecem a importância de compreenderem uma demonstração matemática ou mesmo de realizarem demonstrações simples, ao longo da Educação Básica, mas elas são importantes para o desenvolvimento do raciocínio denominado dedutivo, que nos ajuda a construir cadeias lógicas de raciocínio e argumentação!

Neste Passo você irá conhecer um procedimento de demonstração de resultados matemáticos com um forte apelo visual e muito interessante!

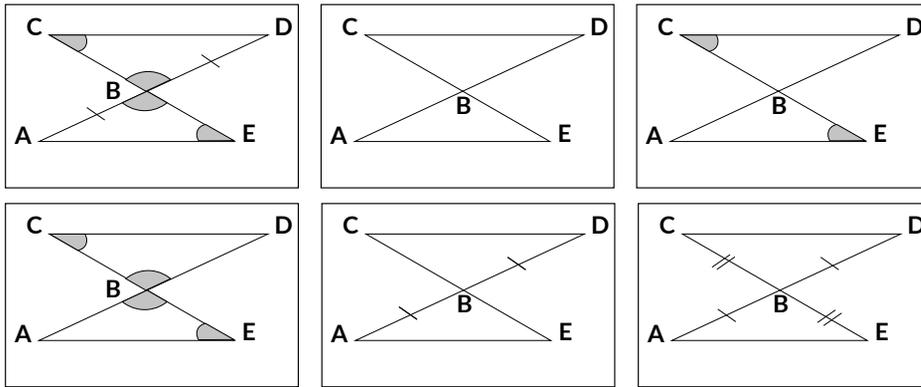
A partir da década de 1970 começaram a ser utilizados nos Estados Unidos os princípios do programa denominado *Proofs Without Words* (PWW), que poderia ser traduzido como "Prova Sem Palavras", que corresponderia a fluxogramas que contêm apenas figuras na descrição de cada passo de uma demonstração matemática.

No exemplo apresentado na figura a seguir, temos a sequência de passos da demonstração do seguinte Teorema da Geometria: "Se um quadrilátero tem um par de lados congruentes e paralelos, então ele é um paralelogramo".

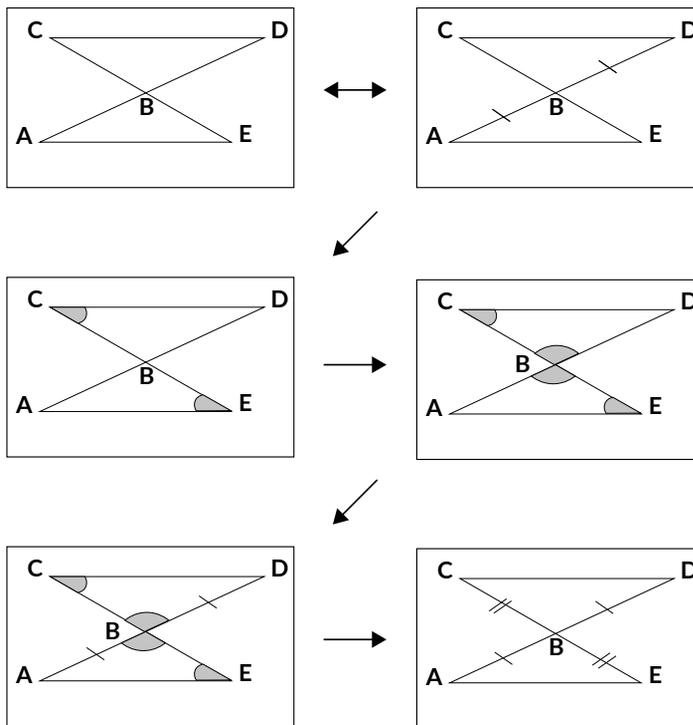
PWW de Teorema da Geometria



Para entender o PW/W, considere os seis cartões apresentados abaixo:



Veja como podemos organizá-los de modo a indicar o fluxo de passos da demonstração de que: **"se o segmento AE é paralelo ao segmento CD e B é ponto médio do segmento AD, então B é ponto médio do segmento CE"**. Acompanhe:



A descrição em palavras poderia ser:

- Sabendo que CD é paralelo a AE e que B é ponto médio de AD, temos que os ângulos alternos internos C e E congruentes e, o vértice B, comum aos triângulos CBD e ABE determinando dois ângulos iguais, pois são opostos pelo vértice. Assim, se AB é congruente a BD e os triângulos têm dois ângulos congruentes, os dois outros lados também são congruentes nos dois triângulos. Podemos dizer então que B é ponto médio de CE, pois CB é congruente a BE.

## PASSO 08

# ENTENDENDO COMO FUNCIONAM OS PSEUDOCÓDIGOS

Uma linguagem intermediária para a representação de procedimentos algorítmicos, situada entre os fluxogramas e a Linguagem de Programação avançada, é denominada de pseudocódigo. Esta forma de representação de algoritmos se aproxima da maneira como os programas de computador são elaborados, usando-se linguagens de programação avançadas, mas ainda nos remete à descrição narrativa.

Para facilitar a prática de uso de pseudocódigos você pode usar um programa de edição, leitura, interpretação e execução de algoritmos

Os comandos básicos dessa linguagem são:

- **algoritmo**: palavra usada para indicar o passo inicial do programa;
- **escreva (" ")**: comando usado para imprimir uma mensagem na tela;
- **leia ()**: comando usado para ler valores digitados no teclado;
- **< (ou <= ou > ou >=)**: comandos de atribuição;
- **var** = palavra usada para declarar as variáveis envolvidas;
- **inicio**: palavra usada para iniciar o programa principal;
- **fimalgoritmo**: palavra usada para indicar o fim do algoritmo;

```
algoritmo "exemplo 1"  
var  
x: inteiro  
inicio  
leia (x)  
escreva (x)  
fimalgoritmo
```

Com base nos exemplos a seguir você poderá entender como funciona a sintaxe de linguagens do tipo pseudocódigo:

Acompanhe, agora, um exemplo de programa relativo ao cálculo da Média Aritmética de três notas: nota1, nota2 e nota3:

```
algoritmo "media aritmética de três números"  
var  
nota1, nota2, nota3, media: real  
inicio  
escreva ("entre com a primeira nota: ")  
leia (nota1)  
escreva ("entre com a segunda nota: ")  
leia (nota2)  
escreva ("entre com a terceira nota: ")  
leia (nota3)  
media <- (nota1+nota2+nota3)/3  
escreva ("a média aritmética entre as notas fornecidas é ", media)  
fimalgoritmo
```

Agora elabore a sequência de comandos que determine o resultado da adição (soma) de dois números n1 e n2, para execução em um pseudocódigo, com base nos exemplos apresentados. Compare sua resposta com a resposta de seus colegas discutindo sobre os comandos utilizados por vocês.

Orientações na  
página 300.

# ETAPA ③

## OFICINA DE LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO

Nesta Etapa, você e seus colegas irão organizar a Oficina que constitui o ponto culminante deste Projeto. Vocês são os protagonistas desse processo de formação. A ideia é levantar o que já foi produzido e providenciar o que ainda for demandado, dependendo das decisões que tomarem coletivamente.

Orientações na página 301.

### PASSO 09

## REALIZANDO OS AJUSTES FINAIS DA OFICINA

Orientações na página 302.

Como vimos nas Etapas anteriores deste Projeto, os fluxogramas correspondem à representação gráfica de um algoritmo, que, como vimos, também pode ser representado por uma sequência de expressões na linguagem usual (descrição narrativa) ou em uma linguagem de pseudocódigo, que é próxima de uma linguagem avançada de programação.

Você observou vários exemplos que evidenciam a aplicabilidade dos algoritmos (em suas diferentes formas de representação), não apenas na Matemática, mas em situações do cotidiano ou na indicação

de etapas de um procedimento em uma empresa ou na resolução de problemas pessoais ou técnicos. A capacidade de elaborar fluxos de ações para resolver um problema, de qualquer área, é útil, portanto, qualquer que seja o caminho profissional que você escolher. Além disso, se você pretender ampliar ou aprofundar seus estudos em relação à Linguagem de Programação, as questões que foram propostas neste Projeto certamente constituirão uma boa base.

O processo vivenciado nas duas Etapas iniciais, se organizado adequadamente, propiciou um acúmulo de produções, suas e de seus colegas, que os ajudarão a estruturar a Oficina, que constitui o ponto de culminância do Projeto. A perspectiva é que ela possa ser apresentada a estudantes de sua escola, de outros anos de escolaridade e a estudantes de outras escolas, assim como a jovens da comunidade que tenham interesse em iniciar estudos sobre Linguagem de Programação ou, ainda, a comerciantes e pequenos empresários da região, ou à comunidade em geral, dependendo da natureza dos problemas abordados.

Shutterstock / Daniélaia



Neste último caso, você e seus colegas precisariam fazer um levantamento de problemas de fluxo de ação/informação de interesse dos participantes, e, juntos, discutirem o que poderia ser melhorado no processo, ou que respostas propor para eles. Em alguns casos, uma ação simples pode agilizar sequências que levam à melhoria do andamento do conjunto de tarefas a serem executadas.

Se, ao realizar as ações vinculadas a cada Passo, você e seus colegas tiveram o cuidado de fazer os registros indicados, neste momento sua equipe só precisa definir alguns detalhes. Dentre eles, selecionar o material a ser apresentado nos *slides* (com definições e exemplos) e elaborar as ações que serão propostas aos participantes.

Estabeleça, você e seus colegas, com o apoio do professor, a duração da Oficina e programem tudo pensando na execução de todas as Etapas, no tempo programado. Depois que a Oficina estiver pronta, o próximo passo é fazer a divulgação, com indicação de local, data, horário e perfil do público-alvo. A divulgação pode ser feita por meio de cartazes, *flyers* (pequenos folhetos) e/ou pelas mídias sociais.

## PASSO 10

### REALIZANDO A OFICINA

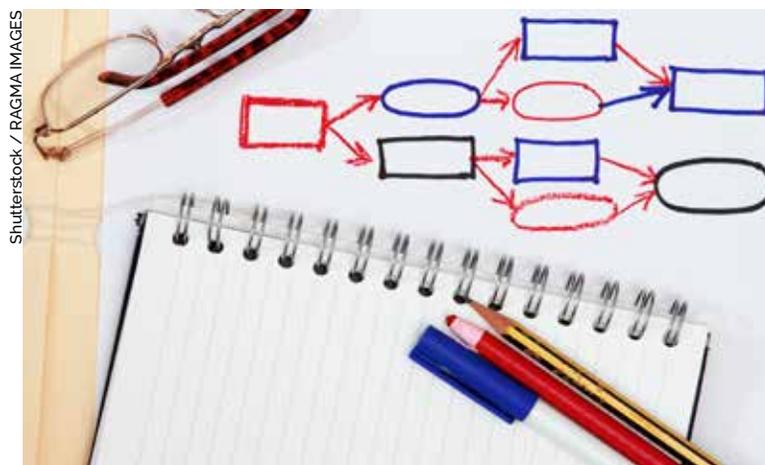
Orientações na página 302.

É o dia de realização da Oficina.

Pelo menos uma hora antes do início, verifique, junto com seus colegas, se todo o material necessário está pronto e se o espaço físico onde ela ocorrerá está devidamente organizado (mesas, cadeiras, iluminação e ventilação), para que os participantes se sintam devidamente acolhidos.

Não esqueçam de fazer o registro da Oficina com fotografias e assinatura de lista de presença, para elaboração de um Relatório Final ou divulgação posterior, solicitando que os participantes façam uma avaliação, indicando o que mais gostaram de fazer, o que aprenderam, o que gostariam de saber mais, dentre outros pontos que considerarem importantes.

Não esqueçam de incluir a realização de práticas para os participantes na Oficina, para motivá-los e facilitar a compreensão das ideias que serão apresentadas por você e seus colegas! Capriche no planejamento da ação, para que o evento seja um sucesso!



# AVALIANDO O PROJETO

Orientações na página 303.

Terminado o Projeto, o momento agora é de avaliação. Você e seu grupo estão convidados a conversar, refletir e responder às questões que estão apresentadas a seguir. É o momento de avaliar o desenvolvimento do Projeto e a atuação de vocês no mesmo, destacando as aprendizagens desenvolvidas de forma diferenciada e os impactos que o Projeto trouxe à vida, à escola e à comunidade.

## O TEMA DO PROJETO

- Você e seu grupo gostaram do tema do Projeto? Acharam que ele foi relevante para a escola e para a comunidade?
- Em que esse tema pode contribuir para mudar a sua realidade e a da sua escola e comunidade?

## O DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

- Quais foram as Etapas e Passos que vocês consideraram mais interessantes? Tiveram dificuldades em alguns? Por quê? Como superaram?
- Destaquem as aprendizagens mais significativas. O que este projeto acrescentou de conhecimentos para o grupo?
- O grupo conseguiu entender e desenvolver as competências e habilidades da BNCC?

## A PARTICIPAÇÃO DO GRUPO NO PROJETO

- Houve envolvimento de todos os integrantes do grupo durante o desenvolvimento do Projeto?
- Que dificuldades enfrentaram e que estratégias adotaram para superá-las?

- Você e seu grupo entenderam a importância de o Projeto ser trabalhado não como disciplinas isoladas, mas fazendo a integração entre várias áreas do conhecimento?
- Quais sugestões vocês podem apresentar para a melhoria do Projeto?

## O PRODUTO FINAL

- Vocês tiveram êxito ao final do Projeto? Deu certo tudo que estava previsto ou vocês tiveram que fazer alguma mudança ou adequação?
- Quais os benefícios do Projeto e do Produto final para a sua formação no Ensino Médio?
- Pode-se afirmar que vocês, estudantes, foram protagonistas do processo?

## A PARTICIPAÇÃO DA COMUNIDADE

- Em quais momentos a comunidade participou do Projeto?
- Houve adesão da comunidade no momento do Produto final?
- Destaquem os benefícios do Projeto para a escola e para a comunidade.

## AUTOAVALIAÇÃO

- Como você avalia a sua participação no Projeto? De que formas você se envolveu?
- Quais aprendizagens você desenvolveu no trabalho colaborativo? Você enfrentou dificuldades para se integrar ao grupo? Como você as superou?
- Como você avalia o conhecimento adquirido por você no Projeto? Foi significativo para a sua vida?
- Você recomendaria esse modo inovador de estudar a outros colegas? Por quê?
- Com base na sua experiência no Projeto, escreva um texto apontando os pontos positivos e negativos do Projeto e depois converse com o professor.

## REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2018.

*A Base Nacional Comum Curricular é um documento que define os conhecimentos e habilidades mínimos que devem ser desenvolvidos pelos estudantes ao longo da Educação Básica, nas diferentes áreas do currículo escolar brasileiro. Aprovado em sua versão completa em 2018, o documento passa a reger a organização dos currículos das escolas do país e a organização de materiais didáticos e de sistemas de avaliação de larga escala.*

HERNANDÉZ, L. M. M; TORRERO, P. E. C (Org.) **Lo que se de:** mapas mentales, mapas conceptuales, diagramas de flujo y esquemas. (2014) Disponível em: <<http://www.upd.edu.mx/PDF/Libros/Mapas.pdf>>. Acesso em 21 dez. 2019.

*O texto de Hernández e Torrero trata de mapas mentais, mapas conceituais, fluxogramas e outras estruturas de organização de informações, por meio de definições e exemplos diversos, servindo de importante fonte para pesquisas ou produção de ações para a sala de aula.*

RÊGO, R.G; RÊGO, R.M; GAUDÊNCIO JÚNIOR, S. A. **Geometria do Origami**. 02. ed. João Pessoa: CCTA, 2018.

*Além de apresentar um breve recorte histórico e as diversas variantes da arte das dobraduras, em diferentes materiais, o livro contém sugestões de uso do Origami no ensino de Matemática e outras disciplinas, bem como um conjunto de propostas de ações para o trabalho com conteúdos matemáticos da Educação Básica. Traz, ainda, indicação de endereços eletrônicos com fontes de diagramas e sugestões de uso de dobraduras em sala de aula.*

SANTOS, A.N. **Fluxogramas no ensino de Matemática para as séries finais do Ensino Fundamental**. Trabalho de Conclusão de Curso. Licenciatura em Matemática. João Pessoa, PB: UFPB, 2018.

*O trabalho de Conclusão de Curso de Santos traz um breve histórico do desenvolvimento de fluxogramas como forma de organização e representação de dados e informações e aborda as indicações de uso de fluxogramas no ensino de Matemática presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com exemplos que ilustram cada recomendação, para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio.*

## REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

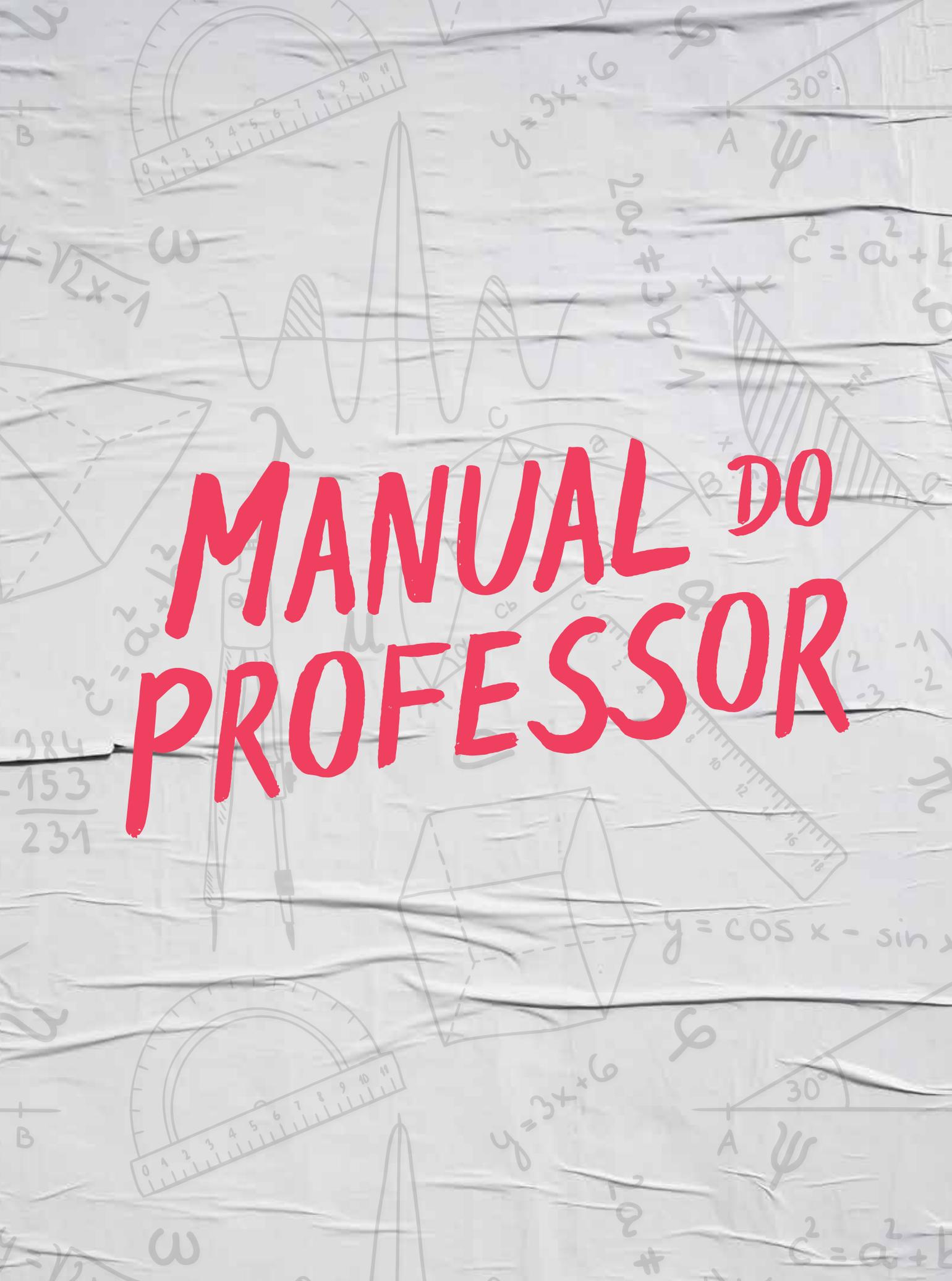
ANDRÉ, C. O pensamento computacional como estratégia de aprendizagem, autoria digital e construção da cidadania. **Revista Digital de Tecnologias Cognitivas**, n. 18, jul./dez. 2018, p. 94-109. Disponível em: <[https://www.pucsp.br/pos/tidd/teccogs/artigos/2018/edicao\\_18/teccogs18\\_artigo05.pdf](https://www.pucsp.br/pos/tidd/teccogs/artigos/2018/edicao_18/teccogs18_artigo05.pdf)>. Acesso em 20 dez. 2019.

*Neste artigo o autor discute o paradigma do pensamento computacional e sua relação com ações envolvendo o pensamento crítico e reflexivo, com argumentos que envolvem a autoria digital e as competências que proporcionam o desenvolvimento da autonomia.*

KELLY, K; YAMAGAMI, C. **Inevitável: As 12 forças tecnológicas que mudarão nosso mundo**. Rio de Janeiro: Alta Books, 2018.

*O texto aborda as mudanças radicais vividas pela humanidade, nas últimas décadas, e discute sobre as possíveis mudanças que ocorrerão nas relações pessoais, de produção, consumo e trabalho, com os novos avanços da realidade virtual e da inteligência artificial.*

# MANUAL DO PROFESSOR



## APRESENTAÇÃO

Prezado(a) Professor(a), é com satisfação que lhe entregamos o **Manual do Professor**. Este livro é fruto de um intenso trabalho de estudos e pesquisas realizado por profissionais que, como você, são professores de sala de aula, seja na educação básica ou na educação superior. Sabemos bem do desafio da educação em uma sociedade complexa, marcada pela globalização, pelo avanço da ciência, da tecnologia, e das mídias digitais, mas também por muitos percalços. Sabemos, porém, que é pela educação, vista numa perspectiva de formação integral, que podemos construir uma sociedade mais democrática, justa e inclusiva, como afirma a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018). Seguindo o pensamento da estudiosa da educação, Isabel Baptista, compreendemos que educar é entusiasmar, é encher de esperança, alegrar dias de descoberta, animar fomes novas, despertar desejos (2005, pág. 93). Então, que seja essa a nossa maior meta, enquanto educadores e educadoras: despertar desejo de saber, vontade de aprender, de conhecer, de evoluir, de se desenvolver.

Os Projetos Integradores deste livro buscam concretizar esse ideal, tornando a aprendizagem significativa para os estudantes do Ensino Médio, por meio da contextualização das práticas e conhecimentos, organizados de modo interdisciplinar. O estudante é o centro do processo de ensino e aprendizagem, na direção da sua formação integral, estimulando o seu protagonismo, na escola e fora dela.

Os projetos apontam para uma prática inovadora, pois articulam o conhecimento escolar a temáticas contemporâneas da vida dos jovens, como mídiameducação, mediação de conflitos, protagonismo juvenil. A temática STEAM (*Science, Technology Engineering, Arts and Mathematics*), uma abordagem educacional que adota a Ciência, Tecnologia, Engenharia, Arte e Matemática, como pontos de acesso para orientar o diálogo, a pesquisa e o pensamento crítico, também é contemplada.

Os projetos integram diferentes conhecimentos, ideias pedagógicas, visões de mundo e valores, e integram, também, diferentes sujeitos em torno dele: estudantes, professores e comunidade escolar. Práticas colaborativas entre professores da mesma área de conhecimento são ensejadas, dado o caráter interdisciplinar dos Projetos. Dividir com a comunidade os resultados das aprendizagens e dos trabalhos finais também está previsto.

Tudo se encontra organizado com muita clareza nas diferentes fases do Projeto – Planejamento, Desenvolvimento e Avaliação – e com diversidade de estratégias e dinâmicas, como forma de promover o envolvimento e, especialmente, o protagonismo dos estudantes, na perspectiva da sua autonomia e responsabilidade, como agente de transformação dentro e fora da escola.

Com os Projetos, a sala de aula se transforma. Mais do que um lugar de mera transmissão de conhecimentos, ela se torna uma comunidade de práticas, não apenas uma comunidade do fazer, mas que questiona o que faz, que partilha experiências e conhecimentos, que busca em conjunto soluções para problemas reais a partir dos conhecimentos científicos; um lugar de escuta, diálogo e de reflexão permanente. Um lugar que acolhe as culturas juvenis e os estudantes em suas singularidades e pluralidades.

O **Livro do Estudante** é bastante prático. Possibilita, sobretudo, uma atividade prazerosa, de estudo, de pesquisa, de sistematização de conhecimentos, com o desenvolvimento de um Produto final, como culminância de cada Projeto, que deverá ser exposto à escola e à comunidade.

Estamos convictos de que sua atuação, nesses Projetos, será um diferencial na sua atividade profissional. É pelo seu trabalho, dedicação e envolvimento que os estudantes poderão desenvolver cada um dos Projetos.

Assim, elaboramos este **Manual do Professor**, com textos orientativos e explicativos, e também com sugestões de referências complementares, como um suporte às suas práticas e como apoio à sua formação continuada.

## PROJETOS INTEGRADORES NA EDUCAÇÃO: INTEGRAR PARA INOVAR

A adoção de projeto no âmbito educacional não é algo novo, e vem sendo usado em diferentes esferas, seja nos contextos institucionais, seja nos processos de ensino e aprendizagem. É intrínseco ao conceito de projeto o conceito de inovação. No caso dos Projetos Integradores, a inovação que se pretende está relacionada à integração dos saberes e conhecimentos, e a uma nova metodologia, capaz de gerar um novo processo educativo.

Vamos conhecer os fundamentos e a metodologia, a estrutura e a organização dos Projetos Integradores deste livro, assim como orientações para o planejamento e gestão dos Projetos.

## Projetos integradores: fundamentos e metodologia do Livro do Estudante

No nosso caso específico, os Projetos Integradores relacionam diversos aspectos (superação de problemas, satisfação de necessidades educacionais, oportunidades) e apontam para a inovação metodológica e para a melhoria da prática pedagógica. Contribuem também para a superação de *déficits* de aprendizagens e redução do abandono escolar, de modo a cumprir o propósito constitucional de garantia do direito à aprendizagem para o desenvolvimento humano, para o exercício da cidadania e para atuação no mundo do trabalho.

Como um empreendimento de duração finita, com início e fim previamente definidos, o projeto difere daquilo que é cotidiano e rotineiro, que é a atividade da sala de aula. No caso deste livro cada Projeto tem objetivos definidos, que se desdobram em Etapas e Passos, com o intuito de alcançar os resultados esperados.

A metodologia de projetos é uma ferramenta que você encontra disponível na educação para direcionar a aprendizagem guiada por projetos, que são desenvolvidos pelos estudantes, sob a orientação do professor, de caráter inovador, envolvendo diferentes componentes curriculares, com o propósito de aprendizagem de conceitos e desenvolvimento de competências gerais e específicas e habilidades.

Nessa metodologia, coloca-se em relevo uma situação geradora, que deve ser problematizada, estudada e pesquisada. Uma vez compreendida, deve-se desenhar possíveis formas de resolução do problema, migrando da análise em direção à proposição. Conclui-se com um processo de sistematização e comunicação dos conhecimentos aprendidos. O registro para a memória do Projeto é relevante, assim como a avaliação, que será o elemento alicerçador do caminho trilhado e das possíveis novas questões que venham a ser geradas. Dessa forma, podemos afirmar que os projetos se estruturam a partir da pesquisa como um princípio educativo, e nesse processo se tece a aprendizagem.

Quanto às competências e habilidades a serem trabalhadas e aprendidas, tomamos a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) como o nosso norte, o guia das nossas práticas. É importante que você se aproprie das dez (10) competências gerais apontadas por esse documento para o desenvolvimento integral do estudante, envolvendo as dimensões intelectual, física, social, emocional e cultural.

Destaca-se que a competência 7 tem centralidade nos Projetos Integradores. Esta competência trata da aprendizagem do pensamento argumentativo, a ser construído com base na confiabilidade das informações, fatos e dados. Isso permitirá ao estudante formular, negociar e defender suas ideias, pontos de vista e decisões comuns, de forma qualificada, com respeito ao outro e com posicionamentos éticos que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável.

Além do mais, tenha sempre presentes as competências e as habilidades da área de conhecimento que estão sendo trabalhadas. Em cada Etapa/Passo dos Projetos, evidencie para os estudantes as competências e habilidades que estão sendo desenvolvidas, para que eles possam fazer a gestão das suas aprendizagens.

Nos Projetos Integradores, valoriza-se a organização interdisciplinar dos componentes curriculares, por meio de estratégias mais dinâmicas, interativas e colaborativas. Também, busca-se integrar os conhecimentos científicos com a realidade do lugar e do tempo nos quais as aprendizagens estão situadas. Essa contextualização ajuda a dar mais sentido ao que se estuda, estando prevista na BNCC, especialmente pela implementação dos Temas Contemporâneos Transversais (TCTs).

A adoção da metodologia de projetos requer uma mudança na postura pedagógica, pois as situações de aprendizagem são construídas por docentes e estudantes, em conjunto. Rompe-se o tratamento disciplinar e fragmentado, bem como a pretensa homogeneização dos estudantes, pois cada um acumula uma trajetória de aprendizagem própria, uns mais avançados, outros com muitas lacunas. Com os Projetos, torna-se mais fácil evidenciar os sentidos do estudo, pois os conhecimentos e informações vinculam-se entre si e em relação a um eixo temático, o que motiva e facilita a compreensão por parte dos estudantes.

Importante que você se aproprie dessa metodologia, compreenda-a e domine-a. E que você crie, imagine novos e possíveis caminhos e estratégias diferenciadas, em função do contexto em que você se encontra inserido, da realidade da escola e do nível de aprendizagem do seu alunado.

Você tem em suas mãos um potencial de mudança da prática pedagógica escolar. Não se trata apenas de uma atividade nova, mas de um novo conceito, que enseja movimento diferente da ação cotidiana, em direção a um futuro que se almeja. Cada Projeto Integrador conduzirá a um Produto final próprio, que levará a marca de cada contexto escolar, o jeito próprio de fazer e de pensar

de cada professor e grupo de estudantes envolvidos. Por isso, o anseio de arriscar-se, de lançar-se no inusitado torna-se relevante, tendo a avaliação como a grande companheira de jornada, que refletirá e analisará, de forma permanente e com caráter formativo, todo o processo construído.

### A estrutura e a organização dos Projetos Integradores

Os Projetos estão organizados articulando os componentes curriculares a eixos integradores, que são temáticas da vida cotidiana dos jovens. Conheça o conceito de cada eixo integrador e as competências gerais da BNCC com as quais está articulado.

EIXOS INTEGRADORES E AS COMPETÊNCIAS DA BNCC		
Eixo Integrador	Definição do eixo	Competências da BNCC
STEAM	Tema que busca relacionar Ciência, Tecnologia, Engenharia, Arte e Matemática, estimulando a criatividade para a resolução de problemas reais. Os projetos articulam todos ou parte desses cinco campos de conhecimento.	7 (argumentação), 1 (conhecimento) e 2 (pensamento científico, crítico e criativo)
Protagonismo juvenil	Tema integrador que aborda as culturas juvenis, estimulando a participação ativa do jovem em perspectiva cidadã. Os projetos possibilitam aos jovens a produção de dados sobre eles próprios e o mundo que os cerca, bem como dos meios de intervenção social. É dada especial atenção às manifestações artísticas e culturais que configuram esses mundos juvenis e como os jovens podem atuar com protagonismo nesses diversos coletivos.	7 (argumentação), 3 (repertório cultural) e 8 (autoconhecimento e autocuidado)
Mídiaeducação	Tema integrador que busca oferecer aos jovens a oportunidade de entender como funciona a produção, circulação, apropriação de informações nas diversas mídias que existem contemporaneamente. O Projeto visa ensinar a análise crítica (no sentido de diagnóstico), e também a análise criativa e propositiva. Aprende-se sobre mídias produzindo mídias.	7 (argumentação), 4 (comunicação) e 5 (cultura digital)
Mediação de conflitos	Tema integrador que busca apresentar diferentes caminhos de reflexão e ação para conflitos diários que os jovens possam viver em seus cotidianos. Compreende-se que os conflitos são inerentes à vida em sociedade. Como cidadãos e cidadãs, exige-se a busca incessante por instrumentos que permitam conciliar diferenças, tanto do ponto de vista pessoal e coletivamente, em nome de uma cultura da paz que se retroalimenta dos valores democráticos. Reconhece-se a dificuldade de lidar no dia a dia com esses valores de forma profunda.	7 (argumentação), 9 (empatia e cooperação) e 10 (responsabilidade e cidadania)

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

Todos os Projetos possuem uma estrutura organizativa similar – dividida em três fases: Conhecendo o Projeto, Desenvolvendo o Projeto e Avaliando o Projeto. Todos partem de uma situação geradora. Problematicize a questão, instigue a curiosidade dos alunos, o desejo de conhecer.

A avaliação é parte integrante de cada Projeto, revestida de duas dimensões: de um lado, como avaliação da aprendizagem, no sentido da apropriação e uso dos conceitos, processos e procedimentos específicos da área de conhecimento, como um processo diagnóstico, formativo e contínuo; por outro, como avaliação do Projeto, por meio da análise dos resultados obtidos em cada Etapa/Passo, verificando se os objetivos foram alcançados.

Lembre-se de avaliar aspectos relativos ao envolvimento e ao protagonismo juvenil, e de sempre dar um *feedback* aos estudantes das atividades desenvolvidas, orientando-os na reflexão de suas aprendizagens. Estimule a autoavaliação dos seus estudantes. Sugerimos que você também proceda a uma permanente autoavaliação, isso o ajudará a visualizar melhor seus conhecimentos e práticas na área de conhecimento e na gestão de projetos interdisciplinares.

## Planejamento e gestão dos Projetos Integradores

Para que o Projeto se desenvolva com êxito, vamos apresentar a você algumas pautas de planejamento e gestão que consideramos relevantes e sugerimos que adote na sua prática pedagógica:

- 1. Conhecer os Projetos:** O estudo e o conhecimento prévio de cada Projeto são de grande valia para o processo. Você tem todo um saber acumulado da prática, use-o para uma melhor compreensão do Projeto. Enriqueça suas informações sobre o tema lendo as referências indicadas. Veja o **Livro do Estudante**, veja os textos básicos e complementares postos no **Manual do Professor**, assista previamente a todos os vídeos. Isso lhe dará segurança e autonomia. Ou seja, vivencie este momento como um processo de formação continuada.
- 2. Planejar e organizar o cronograma:** O planejamento é uma antecipação intelectual de um futuro desejado. Nosso futuro desejado é o desenvolvimento do Produto final com êxito como culminância de um processo de aprendizagens. Após conhecer o Projeto, veja as condições de que você dispõe para implantá-lo juntamente com os estudantes. Lembre-se de solicitar com antecipação todo o material necessário à equipe gestora da escola. Os projetos fazem uso de tecnologias informatizadas da educação, verifique sua viabilidade. Procure adequar os projetos às suas condições. Consideramos relevante, ainda, que sejam desenvolvidos procedimentos para mapear os conhecimentos, habilidades, atitudes e valores que o estudante detém ao chegar à sala de aula (avaliação diagnóstica). Isso o ajudará num planejamento mais contextualizado, considerando as reais necessidades dos estudantes, demonstradas a partir desses diagnósticos. Organize cada Etapa e cada Passo previamente. Planeje-se. Veja, em conjunto com os demais professores, como vai se dar a inserção do Projeto em sala de aula: em qual(ais) disciplina(s), com qual(is) professor(es), com qual carga horária, em que turno. Apresente o Projeto aos estudantes, motivando-os. Organize o cronograma com a participação deles. Todas essas definições prévias são relevantes para o êxito do desenvolvimento do Projeto.
- 3. Professor mediador:** Você é o mediador de todo esse processo, como facilitador da aprendizagem e da participação. O planejamento, a execução, o acompanhamento e controle, bem como a avaliação e o seu replanejamento, se necessário, estão sob a sua responsabilidade intelectual e profissional. Mas, recorde: são os estudantes os protagonistas do Projeto. Ajude-os a imaginar soluções novas e diferentes, quando as dificuldades surgirem. O seu desafio será elevar o seu grupo de estudantes, estimulá-los, garantir as condições necessárias para o desenvolvimento do Projeto, saber dialogar e planejar com os demais professores da área, com a comunidade e com a equipe gestora da escola.
- 4. Fazer da sala de aula uma comunidade de práticas.** O desenvolvimento de um Projeto Integrador implica em tornar a sala de aula um ambiente de práticas e aprendizagens, por meio de um processo participativo de trabalho. Isso requer a instauração de um ambiente de diálogo, de reflexividade, de trabalho colaborativo, de avaliação permanente, de modo que os estudantes possam ir ganhando em autonomia intelectual e em solidariedade ativa e responsável com os demais colegas, no compromisso e na realização com êxito do Projeto. Em muitas atividades, está previsto que o estudante possa interagir com a escola, com a comunidade, com o bairro e a cidade. Isso é muito positivo. A vinculação afetiva que possa ser gerada no processo também é relevante e deve ser estimulada.
- 5. Registro e memória do Projeto:** O registro do Projeto é importante, ajudará a organizar as informações sobre todas as suas fases, podendo ser feito de várias formas: fotos, vídeos, blogs etc. Essas atividades devem ser construídas em conjunto com os estudantes. Faça um portfólio com a produção realizada, com os materiais usados, e com as atividades desenvolvidas, suas reflexões e suas sugestões de melhoria. Tudo isso ajudará nas novas edições do Projeto. Também poderá ser objeto de publicação, como relato de experiências.

## MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

A área de Matemática e suas Tecnologias está incluída no **Livro do Estudante**, em uma perspectiva inovadora, na medida em que são valorizadas as conexões dos conhecimentos da área com o mundo em uma perspectiva de formação do estudante do Ensino Médio, para o desenvolvimento de competências e habilidades essenciais para uma atuação protagonista na sociedade, tal e como apregoa a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018).

O ensino de Matemática tem sido associado, com frequência, à memorização de procedimentos, definições e regras, que, muitas vezes, sequer são compreendidas pelo estudante. Em razão das transformações cada vez maiores e mais rápidas, pelas quais o mundo vem passando, são demandadas práticas que promovam um maior protagonismo do estudante em sua formação e a elaboração de conhecimentos matemáticos que valorizem suas potencialidades, visando à sua inserção em um universo de permanentes novidades.

Consideramos, nessa direção, a perspectiva que orienta no sentido da exploração de problemas como essencial para o processo de construção de conceitos pelos estudantes, tomando como base a proposição de questões como disparadores da motivação, ação, reflexão e generalização, em uma perspectiva crítica e voltada para a promoção de sua autonomia.

As ações propostas nas Etapas que compõem cada Projeto Integrador da área de Matemática e suas Tecnologias visam ao desenvolvimento de competências gerais, bem como de competências e habilidades específicas, apontadas na BNCC, por meio de aplicações práticas que valorizam contextos sociais e culturais diversos e ressaltam o processo de construção histórica dos conceitos explorados.

No âmbito da Matemática, são inseridas propostas de ação e reflexão que envolvem habilidades vinculadas às cinco competências específicas da área e objetivam promover o desenvolvimento do estudante, na direção da valorização do conhecimento escolar para a estruturação de suas ações como cidadão crítico, ciente de suas responsabilidades como agente de transformação positiva do mundo.

Esses princípios pedagógicos norteiam os seis Projetos Integradores que compõem aquela Obra Didática:

- **No Projeto 1 - A beleza da Matemática e as conexões com a Arte**, você realizará ações que farão os estudantes enxergarem os padrões na Matemática. Essa perspectiva se aplica, inclusive, àquilo que foge das regras gerais de percepção, e por meio da conexão que propomos com diferentes formas de manifestação artística, eles irão desenvolver uma nova maneira de ver as coisas que estão à sua volta. Os pontos de intersecção que ligam a Matemática à Arte integram a abordagem STEAM (Ciência, Tecnologia, Engenharia, Arte e Matemática).
- **No Projeto 2 - Empreendendo com a Matemática**, você terá a oportunidade de desenvolver uma postura de protagonismo juvenil nos estudantes, usando a criatividade na elaboração de ideias simples, mas que podem fazer a diferença na forma como empreendedores da comunidade estruturam seus negócios.
- **O Projeto 3 - A Matemática nas mídias**: entendendo os números irá tratar da maneira como os números são utilizados na construção de notícias e como eles podem evidenciar ou esconder informações. No Projeto, são propostas ações que ajudarão os estudantes a refletirem sobre como lidar com esses elementos, com os quais todos nós temos cada vez mais contato.
- **No Projeto 4 - A resolução de conflitos mediada por representações matemáticas**, os estudantes irão descobrir a estreita relação que existe entre a Teoria dos Jogos, pensada inicialmente para o mundo dos negócios, e a prática da Mediação de Conflitos, estratégia adotada inicialmente no campo jurídico. Ambos lidam com a discussão sobre ganhos e perdas, e eles aprenderão como conciliar interesses em processos construtivos e pedagógicos de negociação, com o auxílio da linguagem matemática.
- **No Projeto 5 - Matemática, Engenharia e Arquitetura: construindo pontes** o estudante será convidado a olhar atentamente para a região em que mora e a refletir sobre elementos que compõem a paisagem urbana ou rural, a partir de conceitos matemáticos. A

abordagem adotada, a STEAM, no Projeto, ajudará o estudante a compreender a ligação entre a Matemática, a Engenharia e a Arquitetura, por meio do estudo das estruturas (pontes) elaboradas pelo homem, ao longo dos séculos.

- **O Projeto 6 - A Matemática e a Linguagem de Programação** propõe que você oriente o estudante num mergulho no mundo do pensamento computacional, conhecendo elementos que o ajudarão a entender os fundamentos básicos de como funciona a linguagem que possibilita a comunicação entre homem e máquinas.

Para um bom desenvolvimento da aprendizagem matemática, estimule os estudantes a fazerem registros dos procedimentos adotados (em textos, imagens, diagramas, dentre outras possibilidades). Isso os ajudará a organizar melhor o pensamento e, ainda, possibilitará uma avaliação contínua de seu desenvolvimento, a partir do que você identifica como objetivos já alcançados, em processo ou que demandam retomadas os aprofundamentos.

Estimule os estudantes a investirem permanentemente em sua formação, o que decorre da compreensão da importância do conhecimento escolar para suas vidas, seja em função da possibilidade de aplicações práticas, para o desenvolvimento de seu raciocínio e capacidade de comunicação e argumentação, ou para práticas de convivência harmoniosa com os outros.

Aproveite as sugestões de leituras complementares para ampliar sua formação sobre os temas abordados nos Projetos, enriquecendo seu repertório de estratégias didático-metodológicas para o ensino de Matemática, convidando professores de outras áreas para dividirem com você esta experiência e compartilhando com a comunidade os resultados obtidos por seus estudantes.

É isso, professor. Esperamos que faça um bom proveito deste Manual, que possa ajudar a formar jovens do Ensino Médio motivados para o aprender, com sentido cidadão e sentido acadêmico para a vida, que possam forjar a sua biografia com base nos princípios da aprendizagem ao longo da vida, com posicionamento ético e responsável diante dos amigos, da família, da comunidade, da sociedade como um todo.

## REFERÊNCIAS

BAPTISTA, Isabel. **Dar rosto ao futuro: a educação como compromisso ético**. Porto: Proedições, 2005. *O livro da educadora e escritora portuguesa trata da educação, com uma linguagem muito própria, como uma organização ética, democrática e humanista que confere centralidade à pessoa humana, ao aprender com suas práticas.*

## REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

HERNÁNDEZ, Fernando; VENTURA, Montserrat. **A organização do currículo por projetos de trabalho: o conhecimento é um caleidoscópio**. Tradução de Jussara Haubert Rodrigues. 5. ed. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

*Livro de referência na área, desde a década dos 1990. Aborda os fundamentos e as práticas da pedagogia de projetos. Importante para a compreensão dos projetos integradores.*

LUCK, Heloísa. **Metodologia de projetos: uma ferramenta de planejamento e gestão**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2003.

*O livro aborda os fundamentos do método de projetos, apresentando aspectos específicos do seu processo de elaboração. Conheça os eixos, as dimensões, a estruturação e a implementação de projetos educacionais.*

MOURA, Dácio G.; BARBOSA, Eduardo F. **Trabalhando com projetos: planejamento e gestão de projetos educacionais**. 5. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

*O livro está dividido em três partes. Na primeira, aborda a concepção e planejamento dos projetos; na segunda, trata da execução, do controle e avaliação dos projetos; e na terceira, do ensino, aprendizagem e formação de competências em projetos.*

PROJETO 1

# A BELEZA DA MATEMÁTICA E AS CONEXÕES COM A ARTE

TEMA INTEGRADOR: STEAM

## CONHECENDO O PROJETO

Prezado(a) professor(a), o tema explorado neste Projeto é naturalmente motivador para os estudantes, uma vez que os jovens sempre se identificam com algum tipo de manifestação artística, seja a pintura, o desenho, a música, a poesia, o teatro, dentre outras possibilidades mas, nem sempre têm a clareza sobre o modo como se dão essas conexões.

Será muito importante incentivar os alunos a procurarem fazer suas descobertas no que diz respeito à importância da Matemática para as artes. Incentive os estudantes a ficarem atentos à conexão existente entre o mundo das artes e a relação existente entre elas e a tecnologia presente no mundo da Matemática.

Para que os estudantes possam perceber melhor a importância e a beleza da Matemática é fundamental conhecer como ela se manifesta em contextos, inclusive fora da escola.

Sendo assim, seria seguramente proveitosa uma visita organizada aos monumentos ou prédios históricos ou igrejas ou museus para que os estudantes possam observar os traços artísticos nesses equipamentos históricos, e se darem conta, visualmente, da importância dos cálculos matemáticos que se fizeram necessários para a construção desses equipamentos e, ainda, a presença de formas geométricas, de traços harmoniosos, de medidas, entre outros traços visíveis, que só se fizeram possíveis por meio dos conhecimentos matemáticos.

É importante motivar os estudantes para irem sempre além do que é proposto no Projeto, complementando sua formação com leituras e pesquisas que ampliem os temas tratados, dando sempre atenção especial à realidade da sala de aula em que você atua e à possibilidade de intervenção na realidade, envolvendo a comunidade externa nas ações do Projeto, sempre que possível, de modo a estreitar os laços com a escola e evidenciar a importância da formação escolar dos estudantes como ferramenta de transformação.

Oriente a turma a registrar sua produção, com dedicação e zelo, de modo a compor material, com a melhor qualidade possível, para a exibição da produção dos estudantes à comunidade, na preparação e na execução do Produto final, uma Exposição, para que se possa esclarecer aos convidados as conexões existentes entre a Matemática e as diversas manifestações artísticas. Estimule-os a trabalharem em pequenos grupos, de forma colaborativa, trocando ideias e argumentando cientificamente ao levantarem e testarem hipóteses.

Avalie a necessidade de fazer adaptações em alguns passos do Projeto, caso sua turma conte com a presença de estudantes com deficiência visual, já que as atividades pro-

ESTE PROJETO CONTEMPLA  
O TEMA TRANSVERSAL  
CONTEMPORÂNEO

DIVERSIDADE CULTURAL

postas têm um forte apelo ao campo visual, em razão da natureza do próprio tema. Se for este o caso, oriente os estudantes a produzirem materiais com referências táteis e sonoras, de modo a garantir a participação de todos.

Para concluir, é fundamental acompanhar os estudantes na avaliação pessoal do seu empenho e do seu aproveitamento durante a execução do Projeto.

## OBJETIVOS, COMPETÊNCIAS E HABILIDADES

Professor, verifique, no quadro a seguir, a relação entre os objetivos do Projeto e as Competências Gerais e as Específicas, indicadas na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), bem como as Habilidades da área de Matemática e suas tecnologias, que serão desenvolvidas neste Projeto:

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DA BNCC TRABALHADAS NO PROJETO			
OBJETIVOS	COMPETÊNCIAS GERAIS	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS	HABILIDADES
1. Conhecer e produzir conexões da Matemática com as Artes, considerando-a como uma construção histórica e como uma forma de entender e explicar a realidade.	1 e 2	5	EM13MAT501 EM13MAT508
2. Explorar padrões matemáticos em uma perspectiva interdisciplinar, promovendo a curiosidade intelectual, a imaginação e a criatividade, para conhecer as relações entre a Matemática e a Arte.	4 e 7	3, 4 e 5	EM13MAT305 EM13MAT314 EM13MAT403 EM13MAT506 EM13MAT509
3. Aplicar conhecimentos matemáticos em manifestações artísticas diversas, subsidiando a construção de diferentes pontos de vista sobre o uso da Matemática na sociedade.	3 e 7	1 e 3	EM13MAT105 EM13MAT316

Fonte: elaborada pelas autoras com base na BNCC (2018).  
As competências e habilidades citadas podem ser consultadas por você nas páginas 7 e 8 deste livro.

O **objetivo 1** está relacionado ao desenvolvimento das Competências Gerais da BNCC, de número 1 e 2. As atividades propostas envolvem a utilização e valorização de conhecimentos que foram historicamente construídos, relativos à relação entre a Matemática e o mundo real. As ações propostas envolvem vivências que ampliem o conhecimento de mundo dos estudantes, visando ajudá-los a entender e explicar a realidade e a investigação, por meio da reflexão, da imaginação e criatividade.

No âmbito da Matemática, serão realizadas ações envolvendo a análise e o estabelecimento de relações associadas a padrões observados nas atividades e sua representação por meio de funções e progressões geométricas (PG), além da resolução de problemas envolvendo médias.

Para atingir o **objetivo 2**, relacionado às competências 4 e 7 da BNCC, propomos atividades que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras grandezas, assim como a utilização de noções relativas a transformações isométricas e homotéticas com aplicação na arte e outros contextos. As atividades propostas podem ser desenvolvidas manualmente ou com a ajuda de aplicativos gráficos.

O **objetivo 3**, relacionado às competências 3 e 7 da BNCC, visa à organização do momento final do Projeto, compreendido pela apresentação de uma Exposição da produção dos estudantes, ao longo da realização do Projeto, para a comunidade. Nesta fase, é importante ressaltar mais o processo do que o produto, avaliando elementos como motivação dos estudantes, participação, capacidade de argumentar, dialogar e promover consensos.

Estimule os estudantes a fazerem reflexões acerca dos avanços promovidos em sua formação geral e específica, a partir do envolvimento nas ações propostas no Projeto (atividades, pesquisas, trabalhos em equipe), solicitando que registrem o que mais gostaram de fazer, o que não foi tão motivador realizar e o que gostariam de aprender mais.

## JUSTIFICATIVA

As atividades deste Projeto visam ampliar a lente por meio da qual os estudantes enxergam a relação da Matemática com o mundo, explorando conexões entre ideias matemáticas e manifestações artísticas diversas. Nas orientações que acompanham cada atividade proposta são evidenciados os conteúdos matemáticos envolvidos e as competências específicas que objetivamos que sejam desenvolvidas.

Os contextos de aplicação são limitados, mas apresentaremos possibilidades de ampliações para outros contextos artísticos, além dos aqui propostos. Os estudantes podem ser consultados quanto a ações complementares que gostariam de realizar, considerando as identificações que têm com outros campos das artes, como o teatro, a poesia (em especial a poesia concreta), o cinema, a escultura, dentre outras possibilidades.

Aproveite a oportunidade para prestigiar os estudantes que têm identidade com diferentes formas de manifestação artística (música, desenho, pintura, escultura, cinema, teatro, poesia, dentre outras possibilidades), valorizando suas produções e estimulando a apresentação delas ao público em geral. Proponha a produção de músicas relativas a conteúdos matemáticos ou a criação de uma peça de teatro sobre algum fato da História da Matemática, ou, com a ajuda de professores de outras disciplinas, promova a elaboração de textos voltados para a análise da relação entre Matemática e o mundo das artes.

## PRODUTO FINAL

Como o Produto final deste Projeto será compreendido pela organização de uma Exposição para a escola e para a comunidade, com a produção dos estudantes, a partir das atividades realizadas. É importante que desde o início da primeira Etapa sejam dadas orientações relativas a essa produção: cuidados para a manutenção da produção; capricho nos textos e imagens selecionadas para os cartazes; realização de pesquisas complementares; elaboração de materiais que possibilitem a interação dos visitantes da Exposição (como quebra-cabeças, desafios e jogos), deixando-a mais dinâmica e atrativa. Alguns materiais, de pequeno custo, serão necessários, tais como papel A4, lápis, papel quadriculado ou milimetrado, cartolina ou cartão, cola branca e fita adesiva.

## DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

Para Realização deste Projeto, sugerimos um planejamento trimestral, com carga-horária prevista de 20 horas-aula, devendo o Projeto ser conduzido sob a liderança do professor de Matemática, de forma interdisciplinar, em conjunto com os professores dos componentes curriculares Arte, Biologia, História, Geografia e Língua Portuguesa (se a escola contar com professor da área de Informática, solicite sua colaboração), conforme apresentado na tabela a seguir:

### SUGESTÃO DE PLANEJAMENTO TRIMESTRAL PARA O PROJETO

ETAPA	PASSOS	NÚMERO DE AULAS	COMPONENTE(S) ASSOCIADO(S)
<b>Conhecendo o Projeto</b>			
Apresentação do Projeto	-	1	Matemática
<b>Desenvolvendo o Projeto</b>			
<b>Etapa 1:</b> A Matemática e os padrões	<b>Passo 1:</b> Explorando a Sequência de Fibonacci	7	Matemática e Biologia
	<b>Passo 2:</b> A Matemática da Sequência de Fibonacci		Matemática
	<b>Passo 3:</b> O Teorema de Pitágoras e a Sequência de Fibonacci		Matemática
	<b>Passo 4:</b> As descobertas de Pitágoras e o mundo da Música		Matemática e Arte
<b>Etapa 2:</b> Explorando o padrão matemático de beleza	<b>Passo 5:</b> Conhecendo o Número de Ouro	8	Matemática Arte e História
	<b>Passo 6:</b> A beleza traduzida em números		Matemática e Arte
	<b>Passo 7:</b> A Sequência de Fibonacci, a relação áurea e o número de ouro na natureza e no cotidiano		Matemática, Biologia e Arte
	<b>Passo 8:</b> A beleza das anamorfozes		Matemática e Geografia
<b>Organizando e Apresentando o Produto final</b>			
<b>Etapa 3:</b> Exposição "Matemática e Arte: pontos de Intersecção"	<b>Passo 9:</b> Organizando a Exposição Matemática e Arte	3	Matemática e Língua Portuguesa
	<b>Passo 10:</b> A Exposição para o público		Matemática
<b>Avaliando o Projeto</b>			
Avaliação e autoavaliação	-	1	Matemática

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

Antes de iniciar as etapas deste Projeto, recomendamos a realização de uma avaliação diagnóstica, que lhe permita identificar conhecimentos, habilidades, atitudes e valores até então desenvolvidos pelos estudantes, relativos ao campo da Matemática básica. Sugerimos algumas pautas para uma conversa com os estudantes: como é sua relação com a Matemática? Que conteúdos achou mais difíceis de aprender, no Ensino Fundamental?, que conteúdos gostou mais de estudar? Avalie, também, sua relação com o mundo das Artes: qual seu tipo de manifestação artística preferido – música, poesia, pintura, fotografia, desenho etc.?, O que mais gosta de estudar em aulas de Artes?. Como vê a relação entre a Matemática e a Arte?

Análise o resultado do levantamento inicial e o utilize para fazer os ajustes que entender necessários no planejamento das aulas do Projeto, a partir desse diagnóstico, ou seja, observe a necessidade de revisão de conteúdos básicos, antes ou durante as ações

que demandam conteúdos matemáticos prévios. Explore as potencialidades artísticas dos estudantes, ampliando alguns dos estudos aqui propostos, considerando seus interesses. Estimule-os a inserir a realidade do seu entorno nas manifestações artísticas que estudarem e produzirem ao longo do Projeto.

### **ETAPA 1 - A MATEMÁTICA: E OS PADRÕES**

A primeira Etapa será composta de quatro Passos, sendo os três primeiros relacionados ao trabalho com a identificação e sistematização de padrões matemáticos, por meio do estudo de elementos da Sequência de Fibonacci, tanto em uma perspectiva interna (intra-disciplinar), quanto externa, na medida em que as atividades podem ser aprofundadas por meio de conexões com as Ciências da Natureza.

Nos comentários que acompanham cada atividade proposta, são feitas indicações de como os temas envolvidos podem ser aprofundados ou ampliados, assim como são apresentadas as demandas relativas a materiais específicos para cada ação.

Quando forem utilizados vídeos, para introdução do estudo de algum tema ou como fonte complementar de informações, recomendamos seu *download* antecipado, evitando dependência do funcionamento da Internet no momento da atividade.

### **ETAPA 2 - EXPLORANDO O PADRÃO MATEMÁTICO DE BELEZA**

A segunda Etapa do Projeto será desenvolvida por meio de quatro Passos, sendo os três primeiros relacionados ao trabalho com o Número de Ouro da Matemática, remetendo-se a seu uso nas artes plásticas (pintura e desenho). Depois que os estudantes conhecerem esse Número, oriente-os a organizarem os materiais de apoio da Exposição com base na proporção áurea, contribuindo para a melhoria destes.

Como são feitas referências a artistas que produziram suas obras à época do Renascimento, caracterizado pela retomada dos antigos ideais gregos, recomendamos a parceria com professores que lecionam História, que poderão dar sua contribuição aprofundando a apresentação desse período da história.

Os estudantes serão convidados a conhecer e produzir imagens lançando mão de deformações que proporcionam efeitos especiais, com estratégias simples ou com a ajuda de recursos digitais. Procure incentivar os estudantes a irem além do que está sendo proposto para reflexão, ampliando o estudo dos temas abordados por meio de pesquisas, entrevistas, matérias de jornais e revistas ou disponibilizados nas mídias digitais. Estimule-os, sempre que possível, a fazerem uso de recursos como calculadora, planilhas e aplicativos, embora a maior parte das atividades possa ser realizada com recursos analógicos.

### **ETAPA 3 - EXPOSIÇÃO "MATEMÁTICA E ARTE: PONTOS DE INTERSECÇÃO"**

Os dois últimos Passos constituem a terceira e última Etapa do Projeto e são dedicados à organização final da Exposição, pensando-se na estrutura do espaço físico que será utilizado; na disposição do material que será apresentado; nos *kits* que comporão a Exposição, bem como no material de apoio que os acompanhará (textos, cartazes, explicações e imagens).

A Exposição representa o momento de culminância do processo de elaboração e reelaboração de conhecimentos matemáticos, em uma perspectiva intra e interdisciplinar. O objetivo central é proporcionar a ampliação da percepção dos estudantes acerca do que é Matemática e sobre como ela se relaciona com diferentes manifestações artísticas, valorizando, se possível, produções das comunidades locais (artes; artesanatos; produções literárias e musicais, dentre outras).

A socialização dos resultados com a comunidade constitui também um momento de promoção de novas aprendizagens, uma vez que os estudantes precisarão aprender a lidar com o público, atuando como monitores da Exposição. Para isto, precisarão entender como se dirigir aos visitantes, como proporcionar explicações claras e motivadoras sobre o material exposto, bem como evidenciar a relação entre Matemática e Arte.

## ETAPA ①

# A MATEMÁTICA E OS PADRÕES

Professor, como queremos enfatizar a relação entre Matemática e Arte, muitas ações desta Etapa irão explorar conhecimentos matemáticos na análise de fenômenos do mundo da arte, em especial por meio da observação e representação de padrões e regularidades. Acompanhe os procedimentos adotados pelos estudantes e avalie a necessidade de rever conteúdos básicos ou já estudados em anos anteriores.

### PASSO 01

## EXPLORANDO A SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

As respostas da questão proposta são pessoais, mas elas devem traduzir o padrão indicado, ou seja, que a partir do terceiro termo da Sequência de Fibonacci, cada valor é dado pela soma dos dois anteriores.

### FUNÇÃO MATEMÁTICA

Este momento pode ser propício para discutir com os estudantes sobre as características centrais das funções como estratégias de modelagem de padrões. Destaque as diferentes formas de representação das funções e, se possível, proponha atividades ou questões em que o estudante possa transitar em diferentes direções, entre essas representações (do gráfico para a equação; do gráfico para a tabela; da tabela para a equação; e assim por diante).

#### OS NÚMEROS DA SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

ORDEM DO TERMO NA SEQUÊNCIA (n)	NÚMERO DA SEQUÊNCIA $f(n)$	ESCRITA EM FUNÇÃO DOS DOIS TERMOS ANTERIORES
0	0	-
1	1	-
2	1	$f(1) + f(0)$
3	2	$f(2) + f(1)$
4	3	$f(3) + f(2)$
5	5	$f(4) + f(3)$
...	...	...
n	$f(n)$	$f(n-1) + f(n-2)$

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

## VAMOS REFLETIR!

No caso, a solução mais simples para o problema seria dado pela seguinte função recursiva:  $f(0) = 0$ ;  $f(1) = 1$  e  $f(n) = f(n-1) + f(n-2)$ , para  $n > 1$ . Verifique se as respostas que os estudantes apresentam constituem realmente funções recursivas ou se têm algum problema em sua elaboração, que demande reestruturação, o que pode ser feito de modo coletivo.

Como as funções recursivas são pouco exploradas no Ensino Médio, a atividade aqui proposta constitui oportunidade para abordar seu estudo em um contexto significativo de aplicação prática. Amplie o trabalho com essas funções, por meio de atividades complementares.

Sugira aos estudantes para, no dia da Exposição, caso seja possível, apresentarem uma sessão de vídeos aos visitantes, relacionados aos temas estudados no Projeto.

Embora as atividades sejam acompanhadas de questões de aprofundamento, procure deixar espaço para novos questionamentos, propostos pelos estudantes ou por você, visando ampliar a abordagem dos temas ou a abrangência das aplicações, de acordo com as características da região ou a realidade do entorno da escola.

Após reunir os registros dos estudantes, solicite que elaborem cartazes com os elementos que destacaram em suas respostas e discussões, incluindo desenho ou colagens com os elementos da Sequência de Fibonacci: definições matemáticas e exemplos que enriqueçam a abordagem das ideias postas em discussão.

### PASSO 02

## A MATEMÁTICA DA SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

### ELEMENTOS MATEMÁTICOS DOS QUADRADOS DOS NÚMEROS DA SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

QUADRADO	Nº DE FIBONACCI	LADO	PERÍMETRO	DIAGONAL	ÁREA
1	1	L	4L	$1L\sqrt{2}$	$L^2$
2	1	L	4L	$1L\sqrt{2}$	$L^2$
3	2	2L	8L	$2L\sqrt{2}$	$4L^2$
4	3	3L	12L	$3L\sqrt{2}$	$9L^2$
5	5	5L	20L	$5L\sqrt{2}$	$25L^2$
6	8	8L	32L	$8L\sqrt{2}$	$64L^2$
*****	*****	*****	*****	*****	*****
Termo geral	$a_n$	$a_n L$	$(4a_n)L$	$a_n L\sqrt{2}$	$(a_n)^2 L^2$

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

O Teorema de Pitágoras é um conteúdo matemático que tem muitas aplicações ao cotidiano e a ele estão associadas muitas curiosidades, que podem ser apresentadas aos estudantes, para motivá-los. Aproveite a oportunidade para avaliar se todos os estudantes conhecem o Teorema e se sabem aplicá-lo para resolver problemas, verificando se preencheram correta-

mente o quadro anterior. Neste momento, oriente os estudantes a observarem os padrões numéricos que surgem no processo, associados aos elementos explorados (diagonal, perímetro e área de quadrados).

Texto com informações gerais e curiosidades sobre o teorema de Pitágoras estão presentes em: [www.bbc.com/portuguese/geral-47436677](http://www.bbc.com/portuguese/geral-47436677) (acesso 18 fev. 2020).

Texto com sugestão de atividade para sala de aula você encontra nos seguintes endereço: [tede.pucsp.br/bitstream/handle/18486/1/dissertacao\\_irma\\_verri\\_bastian.pdf](http://tede.pucsp.br/bitstream/handle/18486/1/dissertacao_irma_verri_bastian.pdf) (acesso em: 18 fev. 2020).

## PASSO 03

# O TEOREMA DE PITÁGORAS E A SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

1. Escolha quatro termos consecutivos e verifique se vale a conclusão de Charles Raine. Registre seus cálculos, indicando quais foram os números escolhidos.

As respostas a esta questão dependerão dos números escolhidos. Verifique se todos escolheram corretamente números consecutivos da Sequência e se realizaram os cálculos da maneira certa – estimule-os a utilizarem uma calculadora, pois é importante que eles aprendam a manipular essa ferramenta ainda na Educação Básica.

2. Tendo em conta a conclusão de Charles Raine, determine as medidas do comprimento dos catetos de um triângulo retângulo, cuja hipotenusa tem comprimento igual ao número de Fibonacci que ocupa a posição de número 29.

Se o número ocupa a vigésima nona posição na Sequência de Fibonacci, ele pode ser escrito como  $F_{29}$ , assim, teríamos  $F_{29} = F_{2n+3}$ , portanto,  $2n + 3 = 29$ , resultando em  $n = 13$ . A sequência de termos seria, então:  $F_{13}$ ;  $F_{14}$ ;  $F_{15}$  e  $F_{16}$ ; que são, respectivamente: 233; 377; 610; e 987 (se os estudantes tiverem dificuldade para identificá-los, sugira que consultem o seguinte endereço: [www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm41/os100.htm](http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm41/os100.htm). Acesso em: 18 fev. 2020). Concluimos, então, que os catetos têm as seguintes medidas:  $233 \times 987$  (produto dos elementos externos da quadra) e  $2(377 \times 610)$  (dobro do produto dos elementos centrais da quadra), ou seja, 229.971 e 459.940, respectivamente.

3. Qualquer número da Sequência de Fibonacci pode ser hipotenusa de um triângulo retângulo? Como você justifica sua resposta?

Para ser hipotenusa de um triângulo retângulo, o número  $x$  que indica a posição do elemento da Sequência precisa ser solução inteira da equação  $2n + 3 = x$ . O valor  $n$  indicará a posição do primeiro termo da quadra de números que comporão os catetos, como indicado por Raine.



## VAMOS PESQUISAR!

Essa atividade deve ser realizada individualmente ou em dupla. Oriente os estudantes a apresentarem a atividade dos *esticadores de corda* em uma pequena encenação teatral no dia da Exposição, para o público que prestigiará o evento. O texto de Machado e Giraffa (2011) pode ser utilizado como fonte de dados.

Outras atividades relacionadas à Sequência de Fibonacci para sala de aula podem ser encontradas no texto disponível em: [www.mat.uc.pt/~nep/PagWebEscola/ProjetoEII.pdf](http://www.mat.uc.pt/~nep/PagWebEscola/ProjetoEII.pdf) (acesso em: 18 fev. 2020).

## PASSO 04

# AS DESCOBERTAS DE PITÁGORAS E O MUNDO DA MÚSICA

Como a música é um dos passatempos prediletos dos jovens, o tema é naturalmente motivador, mas é importante chamar a atenção para a diferença de gostos pessoais em relação aos muitos estilos de música, discutindo com os estudantes a necessidade de respeitá-los e de adotarmos algumas atitudes que evidenciam educação e consideração nas relações com os outros como, por exemplo, evitarmos obrigar as pessoas próximas a ouvirem as músicas das quais gostamos.

É fundamental, também, alertar os jovens sobre os problemas de audição provenientes do uso inadequado de fones de ouvido ou a exposição frequente a sons muito altos, que provocarão o desgaste dos elementos que possibilitam o funcionamento adequado do ouvido humano.

Uma reportagem interessante sobre o tema está disponível no endereço que segue: [www.hospitalsaolucas.pucrs.br/uso-excessivo-dos-fones-de-ouvido-pode-causar-perda-auditiva](http://www.hospitalsaolucas.pucrs.br/uso-excessivo-dos-fones-de-ouvido-pode-causar-perda-auditiva) (acesso em: 18 fev. 2020).

Se achar necessário, dependendo das dúvidas que surgirem, reveja com os estudantes as definições e aplicações das Médias Aritméticas e Geométricas, propondo problemas aplicados.

Sugira também que os estudantes realizem uma pesquisa sobre Média Harmônica na Internet. Muitos estudantes não conhecem a Média Harmônica. Aproveite, então, para trabalhar com eles esse conceito, lançando mão de situações aplicadas, o que facilitará sua compreensão. Exemplos de aplicação de Média Harmônica você encontra no seguinte endereço: [www.matika.com.br/media/media-harmonica](http://www.matika.com.br/media/media-harmonica) (acesso em: 18 fev. 2020).

Se a escola contar com professores ou estudantes que entendam um pouco de teoria musical, convide-os para colaborarem nesta Etapa do Projeto, ampliando a exploração da relação entre Matemática e Música, embora as atividades aqui apresentadas possam ser realizadas e supervisionadas mesmo por quem não tem este tipo de formação específica.



## VAMOS PESQUISAR!

Incentive os estudantes a fazerem um monocórdio para apresentação na Exposição. O monocórdio é um instrumento simples e fácil de ser reproduzido e há muitos textos na Internet ensinando como construir um. Recomendamos o texto disponível no endereço: [clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-construcao-de-um-monocordio](http://clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-construcao-de-um-monocordio) (acesso em: 18 fev. 2020).

No texto de Camargos (2010), há orientações para a construção de um monocórdio e de uma marimba com garrafas de vidro, com sugestões sobre o tratamento matemático do tema. O texto está disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1QupFYbPcaORIT-6jSagG2hrvVk95WNmLU/view> (acesso em: 18 fev. 2020)

Se sua escola atende estudantes do Ensino Fundamental, o material resultante da pesquisa dos estudantes do Ensino Médio pode ser apresentado a eles, relacionando Música ao estudo de frações. Para estudantes mais jovens, recomendamos o vídeo *Donald no país da Matemática*, que apresenta a construção do monocórdio (o vídeo completo ou partes dele estão disponíveis no Youtube – lembrar a recomendação de fazer o *download* do vídeo antes da atividade) e da escala musical de sete notas, por Pitágoras.

## FREQUÊNCIAS DA ESCALA CROMÁTICA

Nota musical	Nota musical	Frequência
Dó	C	261,63
Dó#	C#	277,18
Ré	D	293,66
Ré#	D#	311,13
Mi	E	329,63
Fá	F	349,23
Fá#	F#	369,99
Sol	G	391,99
Sol#	G#	415,31
Lá	A	440
Lá#	A#	466,16
Si	B	493,88
Dó	C	261,63

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

## ESCALA DODECAFÔNICA TEMPERADA

No preenchimento do quadro, os valores obtidos são aproximações, portanto, podem variar de um grupo de estudante para outro. Diferenças nos resultados obtidos decorrerão de truncamentos feitos em cada passo.

1. Qual foi o procedimento que você utilizou repetidamente, para gerar o valor seguinte de cada linha da tabela?

Multiplicação do número anterior por 1,0595.

2. Você sabe como denominamos uma sequência numérica obtida do modo como você procedeu para chegar aos valores solicitados?

Progressão Geométrica Finita (PG finita).

3. Qual é o primeiro termo da sequência? E o último?

261,63 e 493,88, respectivamente.

4. Que nome damos ao valor que você utilizou como multiplicador para gerar o valor seguinte?

Razão da PG (neste caso, ela é igual a 1,0595).

Se você achar pertinente e necessário, pode ampliar a exploração do trabalho com Progressão (incluindo as Aritméticas), propondo e discutindo a resolução de problemas aplicados, envolvendo os dois tipos de sequência numérica e os cálculos a serem realizados, o que pode ser feito com a ajuda de calculadoras, uma vez que a ênfase que se quer dar é aos padrões e generalizações correspondentes (fórmulas).

O recomendável é assistir aos vídeos, antecipadamente, para avaliar o que você pode discutir com os estudantes, considerando a realidade de cada sala de aula e os interesses do grupo.

## A MÚSICA ELETRÔNICA

Caso queira ampliar o estudo da relação entre matemática e Música, com seus estudantes, podem ser explorados os vídeos disponíveis em: [www.youtube.com/watch?v=ETPzsN-vgE8](http://www.youtube.com/watch?v=ETPzsN-vgE8) e [www.youtube.com/watch?v=GFZngfZU6Yk](http://www.youtube.com/watch?v=GFZngfZU6Yk) (acessos em: 18 fev. 2020).

O recomendável é assistir aos vídeos, antecipadamente, para avaliar o que você pode discutir com os estudantes, considerando a realidade de cada sala de aula e os interesses do grupo.

Você pode ainda associar o estudo da relação entre Matemática e Música, levando a discussão para o campo da elaboração de rimas. Um material muito interessante para subsidiar esse trabalho são os cordéis. Veja o que diz o texto que trata da Matemática nas estrofes de cordéis, disponível em: [minasfazciencia.com.br/2017/06/22/matematica-no-cordel-quando-os-numeros-dao-rima](http://minasfazciencia.com.br/2017/06/22/matematica-no-cordel-quando-os-numeros-dao-rima) (acesso em: 18 fev. 2020).



Exemplos de diferenças de capacidade auditiva de homens e animais são apresentadas no texto que segue.

A capacidade auditiva varia bastante entre os animais. O ser humano pode ouvir entre 20 e 20.000 Hz. Já um cão tem a audição muito superior à dos seres humanos, sendo capaz de detectar um som quatro vezes mais distante. Sua capacidade auditiva está entre 15 e 40.000 Hz (ultrassons).

O **morcego** pode ouvir entre 1.000 e 120.000 Hz. Certas aranhas conseguem ouvir ondas infrassônicas (frequências inferiores a 20 Hz), o que lhes permite detectar a aproximação de presas e predadores. Além disso, podem ser sensíveis a ondas sonoras de frequências acima dos 40.000 Hz. Os **golfinhos** emitem **ultrassons** para se orientar debaixo da água. Alguns são sensíveis a ultrassons de frequências superiores a 120.000 Hz.

A audição dos **gatos** é muito apurada e é mais sensível aos sons agudos. Eles podem ouvir frequências de 60 Hz até cerca de 65.000 Hz e, por isso, conseguem perceber movimentos a alguns metros de distância.

Dessa forma, a audição, assim como os outros sentidos, é muito importante para a interação dos animais com o meio em que vivem.

Fonte: [escola.britannica.com.br/artigo/audi%C3%A7%C3%A3o/483285](http://escola.britannica.com.br/artigo/audi%C3%A7%C3%A3o/483285). Acesso em: 18 fev. 2010..

No texto disponível no endereço apresentado em seguida, há indicação dos volumes de sons do cotidiano e uma interessante reportagem sobre a audição e comunicação dos elefantes, pelo som: [santuariodeelefantes.org.br/comunicacao-acustica-dos-elefantes](http://santuariodeelefantes.org.br/comunicacao-acustica-dos-elefantes) (acesso em: 18 fev. 2020).

Sugira que os estudantes organizem um cartaz com dois quadros, capacidades auditivas de diferentes animais e sons do ambiente, alertando para os problemas que podemos ter, quando expostos a sons que superam o nível agradável aos nossos ouvidos.

Discuta com eles sobre o uso correto de fones de ouvido (colocação e volume do som), para evitar problemas posteriores de perda de audição, evitando que os estudantes façam parte das estatísticas que apontam aumento no número de jovens com problemas auditivos, em razão de mau uso desses aparelhos. Mais informações podem ser encontradas em: [www.terra.com.br/noticias/dino/segundo-pesquisa-uso-excessivo-do-fone-de-ouvido-pode-causar-surdez-precoce,e78a45d14d5301ad671e8a5c476c024d0c2qnnx2.html](http://www.terra.com.br/noticias/dino/segundo-pesquisa-uso-excessivo-do-fone-de-ouvido-pode-causar-surdez-precoce,e78a45d14d5301ad671e8a5c476c024d0c2qnnx2.html) (acesso em: 18 fev. 2020).

## ETAPA 2

# EXPLORANDO O PADRÃO MATEMÁTICO DE BELEZA

Motive os estudantes para as discussões desta Etapa, apresentando inicialmente o vídeo: [www.youtube.com/watch?v=XyPVQiO5wBk](https://www.youtube.com/watch?v=XyPVQiO5wBk) (acesso em 18 fev. 2020), sobre os grafismos indígenas, evidenciando a beleza e complexidade da Geometria envolvida na arte de tribos indígenas brasileiras.

Esta conversa inicial deve girar em torno da diversidade de manifestações artísticas, neste caso enfatizando desenho, escultura e pintura, nas diversas culturas do mundo e, em especial, no Brasil, dando ênfase àquelas que apresentam padrões estudados na Matemática, em especial na Geometria.

Estimule os estudantes a fazerem cartazes, álbuns de fotos e colagens para a Exposição, a partir dos resultados das atividades e das pesquisas que realizarem na comunidade.

### PASSO 05

## CONHECENDO O NÚMERO DE OURO

O preenchimento do quadro depende das escolhas dos estudantes quanto aos pares sucessivos da Sequência, mas é importante observar se eles conseguem verificar que quanto maiores forem os valores do par de números selecionados, mais o quociente se aproxima do Número Áureo. Se for o caso, apresente aos estudantes os 100 primeiros termos da Sequência de Fibonacci, disponível em: [www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm41/os100.htm](http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm41/os100.htm) (acesso em: 18 fev. 2020), para que eles escolham à vontade os pares de números que desejarem, utilizando uma calculadora para obter o resultado do quociente entre os números escolhidos.

Por exemplo, escolhendo o par 34 (9º termo) e 55 (10º termo), o quociente será:  $55/34 = 1,61764...$  Se escolhermos os números 3.524.578 (33º termo) e 5.702.887 (34º termo), o resultado do quociente será:  $5702887/3524578 = 1,6180339...$  A observação da tabela de valores possibilita que os estudantes percebam o padrão de crescimento dos números, na Sequência.

### PASSO 06

## A BELEZA TRADUZIDA EM NÚMEROS

### IDENTIFICANDO O PADRÃO ÁUREO DE BELEZA



## VAMOS PESQUISAR!

Recomende que os estudantes elaborem cartazes com os resultados da pesquisa envolvendo pinturas e desenhos de Leonardo da Vinci, como a *Monalisa*, evidenciando as medidas tomadas no quadro. No endereço eletrônico: [clubes.obmep.org.br/blog/atividade-a-razao-aurea](http://clubes.obmep.org.br/blog/atividade-a-razao-aurea) (acesso em: 18 fev. 2020), há indicação de vídeos e imagens que podem ser exploradas pelos estudantes.

Lembre-se sempre de que o padrão de beleza que Leonardo da Vinci, outros pintores e outros profissionais, como arquitetos, utilizaram em suas obras, era o padrão grego de beleza, mas é importante destacar que beleza é um conceito que varia entre os grupos culturais e entre os indivíduos de um mesmo grupo, assim como variam em um mesmo grupo, em função do tempo.

O tema possibilita um debate importante sobre os padrões que são impostos pelas mídias que utilizamos no dia a dia, e que algumas vezes têm gerado problemas sérios de adequação para algumas pessoas. Os jovens precisam ser orientados a respeitarem a diversidade, assim como a se verem de forma positiva.

Uma discussão sobre a variação do conceito de beleza ao longo do tempo está disponível em: [novaescola.org.br/conteudo/3414/como-o-conceito-de-beleza-se-transformou-ao-longo-dos-seculos](http://novaescola.org.br/conteudo/3414/como-o-conceito-de-beleza-se-transformou-ao-longo-dos-seculos) (acesso em: 18 fev. 2020).

O escritor Umberto Eco também escreveu um livro que é referência sobre a história da beleza e que está indicado nas referências complementares. Vale a pena consultá-lo!

## PASSO 07

# A SEQUÊNCIA DE FIBONACCI, A RELAÇÃO ÁUREA E O NÚMERO DE OURO NA NATUREZA E NO COTIDIANO

## ANALISANDO OS ESPIRAIS DA NATUREZA

A dissertação de Celuque (2004), indicada nas referências complementares, traz uma ampla discussão sobre a relação áurea em diversos contextos, que você pode apresentar para complementar as ideias que forem trazidas pelos estudantes para a sala de aula. Alguns deles já foram explorados em nosso texto, mas mesmo eles podem ser ampliados e/ou aprofundados, dependendo do interesse da turma.

## A RELAÇÃO ÁUREA NOS QUASICRISTAIS



### VAMOS PESQUISAR!

O texto citado apresenta outras discussões importantes para a formação geral do estudante. Como exemplo citamos a discussão sobre os Desafios do Futuro, presente no texto, e sua relação com as pesquisas feitas no campo da cristalografia.

Para enriquecer as discussões geradas pelo tema em questão, solicite a colaboração de professores de outras disciplinas, como Química e Física, que poderão ajudar a tirar dúvidas dos estudantes e enriquecer o debate, trazendo novas informações ou propondo questões pertinentes ao que os estudantes registraram em suas Linhas de Tempo.

## PASSO 08

# A BELEZA DAS ANAMORFOSES

## ANAMORFOSES NO MUNDO DA ARTE E NA PROPAGANDA

Para exemplificar a presença das anamorfoses no mundo das artes e da propaganda, recomendamos a apresentação do vídeo: [www.youtube.com/watch?v=qSCAOEZgivU](http://www.youtube.com/watch?v=qSCAOEZgivU) (acesso em: 18 fev. (2020).

Você pode apresentar, também, reportagens sobre as faixas de pedestre com pintura 3D, usando efeito de anamorfose, no Brasil e no mundo, disponível em: [www.cimentoitambe.com.br/faixa-de-pedestre-3d-lembra-elementos-de-concreto](http://www.cimentoitambe.com.br/faixa-de-pedestre-3d-lembra-elementos-de-concreto) (acesso 18 fev. 2020).

Discuta com os estudantes sobre os efeitos que a pintura provoca nos motoristas e por que elas funcionam para prevenir acidentes de trânsito.

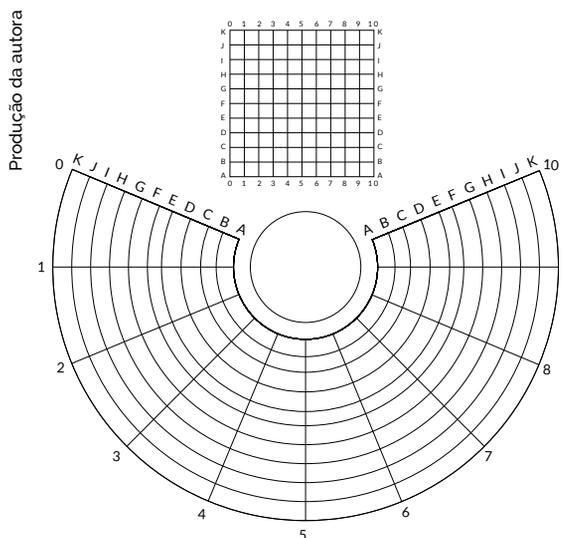
Estimule os estudantes a produzirem anamorfoses para a Exposição, tanto lineares quanto cilíndricas. As técnicas utilizadas em cada caso envolvem o uso de instrumento de desenho e de medida, além de raciocínio lógico e o desenvolvimento da capacidade de visualização. Eles podem realizar pesquisas na Internet sobre anamorfoses lineares e cilíndricas produzidas por outras pessoas, para usarem como referência para suas próprias produções. Para facilitar o processo, disponibilize a malha usada como base para o traçado das anamorfoses cilíndricas, como a apresentada no endereço: [vacioesformaformaesvacio.blogspot.com/2012/09/jean-francois-niceron-anamorfosis.html](http://vacioesformaformaesvacio.blogspot.com/2012/09/jean-francois-niceron-anamorfosis.html) (acesso em: 18 fev. 2020).

Com base nesse modelo, você pode sugerir que os estudantes tracem bases mais simples (com uma menor quantidade de círculos, divididos em um número menor de faixas. A quantidade de divisões nos círculos concêntricos sobre os quais será desenhada a anamorfose depende da quantidade de subdivisões horizontais e verticais feitas na figura que será deformada.

Para as primeiras anamorfoses é fundamental propor a elaboração de deformações mais simples, para não desestimular os estudantes, e que não demandam experiência prévia com desenho ou pintura, como no caso apresentado na figura da anamorfose cilíndrica simples, de um coração.

Recomendamos, ainda, a exibição do vídeo: *Física – Experiência ANAMÓRFICA com espelho cilíndrico*, disponível em: [www.youtube.com/watch?v=pUaAwOVMvcg](http://www.youtube.com/watch?v=pUaAwOVMvcg) (acesso em: 18 fev. 2020).

O texto disponível na página: [www.tudointeressante.com.br/2015/01/23-pecas-de-arte-que-so-podem-ser-vistas-com-um-cilindro-espelhado.html](http://www.tudointeressante.com.br/2015/01/23-pecas-de-arte-que-so-podem-ser-vistas-com-um-cilindro-espelhado.html) (acesso em: 18 fev. 2020). Também contém imagens bi e tridimensionais, que são corrigidas com o auxílio de um cilindro (anamorfoses cilíndricas).



Malha da anamorfose cilíndrica.

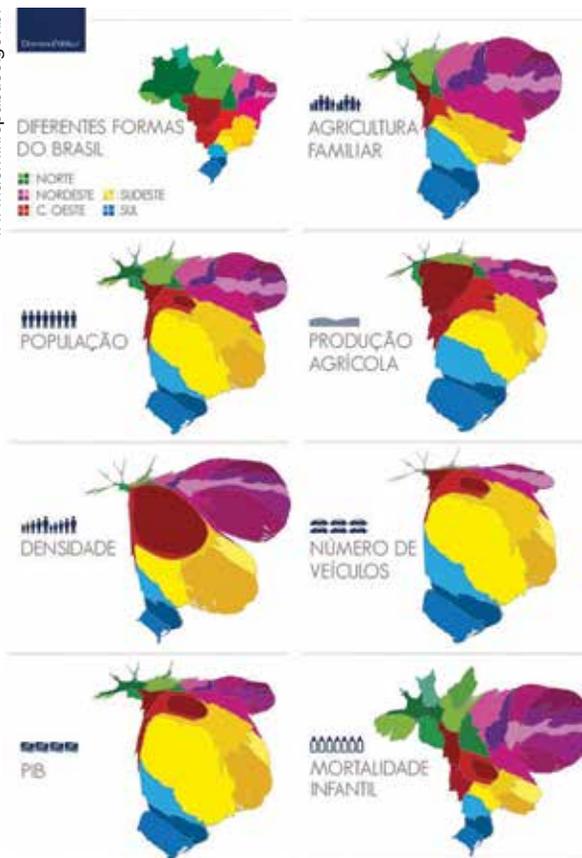
## VAMOS REFLETIR!

As respostas podem variar, mas, em geral, as pessoas têm mais facilidade para escrever, do modo indicado, figuras que têm simetria vertical, como A, H, M, O, T, U, V, W, Y ou simetria horizontal, como B, C, D, E, I. As demais letras, que não são simétricas verticalmente nem horizontalmente, seriam mais difíceis.

Oriente os estudantes a produzirem desafios como os que eram feitos pelos chineses, que percorriam trajetória inversa no processo de elaboração das anamorfoses, ou seja, guiavam-se pela imagem refletida no cilindro, para produzir o desenho no plano à sua frente, o que é muito mais difícil. Recomende que proponham desafios com níveis diferenciados de complexidade, de modo a garantir a participação de diferentes públicos de visitantes da exposição.

## FAZENDO SUA PRÓPRIA ANAMORFOSE

O estudo das anamorfoses pode ser ampliado em uma relação interdisciplinar com a Geografia, explorando-se as deformações cartográficas. Para isso, recomendamos a leitura das orientações disponíveis no seguinte endereço: [novaescola.org.br/plano-de-aula/5585/as-diversas-formas-da-anamorfose-geografica-interpretando-fenomenos-quantitativos](http://novaescola.org.br/plano-de-aula/5585/as-diversas-formas-da-anamorfose-geografica-interpretando-fenomenos-quantitativos) (acesso em 18 fev. 2020).



Brasil: anamorfoses geográficas.

Oriente os estudantes a realizarem pesquisas de aprofundamento sobre este tema, elaborando cartazes com os diferentes tipos de deformação cartográfica utilizados na produção de mapas. Para tanto, solicite a colaboração de colegas que ensinam Geografia e proporcione a exibição de vídeos sobre o tema. Sugestão de vídeo no endereço: [www.youtube.com/watch?v=eJLHN1DyoMM](http://www.youtube.com/watch?v=eJLHN1DyoMM) (acesso em: 18 fev. 2020).

Aproveite, também, para trabalhar com exemplos de anamorfoses geográficas (ou cartográficas), que são deformações feitas em um mapa, de acordo com o tipo de fenômeno que se deseja representar, evidenciando desigualdades de dados entre diferentes áreas. No endereço abaixo você encontra orientações sobre o uso de um aplicativo para gerar anamorfoses geográficas: [www.geoaplicada.com/blog/mapa-de-anamorfose-no-qgis](http://www.geoaplicada.com/blog/mapa-de-anamorfose-no-qgis) (acesso em: 18 fev. 2020).

Na figura apresentada ao lado, observamos o mapa do Brasil e anamorfoses geográficas diversas, que evidenciam as diferenças, em vários estados brasileiros, dos valores indicados.

Esse tipo de deformação no mapa produz um grande impacto visual, na medida em que é possível enxergarmos, de modo direto, as diferenças entre os estados do território nacional.

### ETAPA ③

## EXPOSIÇÃO "MATEMÁTICA E ARTE: PONTOS DE INTERSECÇÃO"

### PASSO 09

## ORGANIZANDO A EXPOSIÇÃO MATEMÁTICA E ARTE

Nesta etapa, se necessário, solicite a colaboração de colegas que ensinam Língua Portuguesa na escola, para que acompanhem a produção dos estudantes, de modo que o material apresentado para a comunidade não apresente problemas de grafia, concordância e que os textos sejam objetivos, claros e motivem a leitura pelos visitantes.

Dicas como tamanho de letras nos cartazes; quantidade de textos informativos; uso de cores e ilustrações que chamem a atenção, são de grande utilidade. Os vídeos que serão apresentados ao público também deverão ser selecionados sob a supervisão dos professores, para evitar problemas de adequação dos títulos.

Acompanhe as discussões sobre os passos finais relacionados à organização da Exposição com a produção dos estudantes ao longo do desenvolvimento do Projeto. Sempre

que necessário, promova a mediação dos diálogos, levantando questões e convidando os estudantes a refletirem sobre aspectos diversos e específicos demandados pela Exposição.

Estimule os estudantes a realizarem levantamento na comunidade sobre formas de manifestações artísticas, elaboradas por seus membros, e que remetam ao uso de conhecimentos matemáticos ou a elementos que estudamos na Matemática e que foram explorados ao longo do Projeto. Se possível, convide-os a participarem da Exposição, estreitando os laços da escola com a comunidade.

Solicite a colaboração de professores de outras áreas, como Artes (cênicas, plásticas etc.), Geografia, ou outras, e juntos planejem atividades em outras turmas de escolaridade da Educação Básica, atendidas na escola, e que podem ser apresentadas no dia da Exposição, juntamente com a produção dos estudantes do Ensino Médio.

## PASSO 10

# A EXPOSIÇÃO PARA O PÚBLICO

É importante acompanhar e supervisionar a organização da Exposição, antecipadamente e no dia de sua realização, procurando observar se os estudantes respeitam a divisão de tarefas combinada antecipadamente e se todos os detalhes foram observados, em relação ao material a ser apresentado ao público visitante.

Se possível, solicite a colaboração de outros professores da escola ou de membros da comunidade escolar, como pais e/ou responsáveis, trazendo-os para interagirem com os estudantes, avaliando as demandas e pertinências de cada caso.

Recomende aos estudantes que registrem a atividade por meio de fotografias e filmagens, para exibição posterior.

## AVALIANDO O PROJETO

Professor(a), a avaliação no Projeto Integrador possui um caráter diagnóstico e formativo, sem um caráter classificatório. O processo deve preponderar mais que o produto. Nesse sentido, é relevante o acompanhamento progressivo dos estudantes durante a construção de todo o Projeto. A avaliação processual colaborará para que se verifique, mais de perto, se os estudantes estão se envolvendo, estão desenvolvendo as aprendizagens previstas, apoiando-os nas suas dificuldades. Recorde, sempre, que a proposta é que o estudante seja o protagonista do Projeto, o centro do processo de ensino e aprendizagem.

Sua participação também é relevante ao término do Projeto, acompanhando a avaliação de desempenho de cada estudante e também dos grupos que foram formados. É importante conduzir este momento estando perto dos estudantes, provocando-os a realizar uma avaliação qualitativa, envolvendo todo o Projeto. Busque verificar se compreenderam as competências gerais e específicas e as habilidades da BNCC previstas no Projeto.

Avaliar a aprendizagem na escola é um veículo para tornar bem-sucedidas as ações de ensinar e aprender. Portanto, não se pode desconectar a avaliação do estudante do processo de ensino do docente. Acompanhe com carinho o processo de avaliação do Projeto dos grupos de estudantes bem como a autoavaliação de cada um deles.

## REFERÊNCIAS

CAMARGOS, C. B. R. **Manual didático para projetos envolvendo Matemática e Música**. 2010. Disponível em: <[www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/produtos\\_2010/Produto\\_Chrisley.pdf](http://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/produtos_2010/Produto_Chrisley.pdf)>. Acesso em 20 jan. 2020

*A dissertação de Camargos contém discussão teórica e sugestões de ações para sala de aula em projetos aplicados de Matemática envolvendo música. O texto pode servir de fonte de consulta para ampliação de temas trabalhados no Projeto.*

## REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

CELUQUE, L. **A Série de Fibonacci**: Um Estudo das relações entre as ciências da complexidade e as artes. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências UFBA /UEFS. Salvador: UFBA, 2004. Disponível em: <[https://ppgefhc.ufba.br/sites/ppgefhc.ufba.br/files/leonardo\\_ribeiro\\_celuque\\_-\\_dissertacao\\_-\\_a\\_serie\\_de\\_fibonacci\\_um\\_estudo\\_das\\_relacoes\\_entre\\_as\\_ciencias\\_da\\_complexidade\\_e\\_as\\_artes.pdf](https://ppgefhc.ufba.br/sites/ppgefhc.ufba.br/files/leonardo_ribeiro_celuque_-_dissertacao_-_a_serie_de_fibonacci_um_estudo_das_relacoes_entre_as_ciencias_da_complexidade_e_as_artes.pdf)>. Acesso em: 06 fev. 2020.

*A Dissertação de Celuque contém várias ilustrações da relação entre Matemática e Arte, que podem servir como fonte para a elaboração de ações complementares, no Projeto, ou em aulas regulares de Matemática.*

ECO, U. **História da beleza**. São Paulo: Record, 2004.

*Umberto Eco nos leva a passear, em sua obra, pelas mudanças do conceito de beleza, ao longo dos séculos, contextualizando a discussão no mundo das artes, da filosofia, da ciência, da política e da economia.*

MACHADO, C. P; GIRAFFA, L.M.M. Ensino de Geometria: da corda com 12 nós ao Google Sketchup. **Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM)**. Recife: 2011. Disponível em: <<http://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/8693/2/Ensino%20de%20Geometria.pdf>>. Acesso em: 20 maio 2019.

*Esse artigo compreende um recorte histórico sobre o ensino de Geometria, destacando os diferentes recursos que o professor pode utilizar para facilitar a compreensão de conceitos deste ramo da Matemática.*

RÊGO, R. G; RÊGO, R. M. **Matematicativa**. 4ª Edição. São Paulo: Autores Associados, 2016.

*O livro Matematicativa contém sugestões de ações, desafios e jogos para a sala de aula, envolvendo conteúdos de Aritmética, Álgebra e Geometria explorados na Educação Básica.*

TEIXEIRA, A. C. S. **Matemática na Música**: a Escala Cromática e as Progressões Geométricas. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT). Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, 2015.

*A Dissertação de Teixeira contém elementos que possibilitam aprofundar o tratamento da relação Matemática e Música, presente no Projeto, por meio da adaptação de propostas trazidas pelo autor em seu texto.*

## PROJETO 2

# EMPREENDENDO COM A MATEMÁTICA

TEMA INTEGRADOR: PROTAGONISMO JUVENIL

## CONHECENDO O PROJETO

Prezado(a) Professor(a), o tema explorado neste Projeto traz uma motivação para os estudantes, uma vez que os jovens necessitam de uma projeção para o mundo do trabalho e, de maneira autônoma, eles se encontram na fase da escolha profissional. A conexão do conhecimento matemático com o empreendedorismo traz para seus estudantes várias possibilidades, que podem ser apontadas na fase de motivação para participação no Projeto.

O protagonismo juvenil, isto é, a participação ativa dos jovens, de modo que desenvolvam o seu potencial para o empreendedorismo, é um dos elementos centrais deste Projeto. A proposta é fazer com que os estudantes tenham a possibilidade de interagir com situações reais, momento em que colocarão em prática as suas competências e habilidades pessoais, para desenvolverem pesquisas e análises de empreendimentos, bem como realizarem intervenções, por meio de ações no processo, evidenciando a integração da escola com a comunidade.

A orientação para a turma é que o registro é peça fundamental, como também a participação e o cuidado no passo a passo. Procure estimular os estudantes a dialogarem e confrontarem os seus pontos de vista, tendo posturas colaborativas e argumentativas para construir produções comuns ao grupo.

Procure apoiar os estudantes a exercerem seu protagonismo, especialmente no contato com empresas da sua comunidade, para terem a oportunidade de tê-las como parceiras e, mais que isso, um campo especial de pesquisa, podendo os estudantes, inclusive, oferecer sugestões para um melhor desempenho das empresas de sua comunidade.

Sua experiência e seu apoio serão fatores decisivos para que os jovens estudantes possam encontrar caminhos adequados no novo mundo do trabalho, em que o protagonismo seja uma força interior no sentido de buscarem alternativas de empreendedorismo e não apostarem todas as suas energias apenas na busca de um emprego, algo que vem se tornando mais difícil no mercado de trabalho, além de se caracterizarem, em muitos casos, como extremamente transitórios.

A sua experiência como professor de Matemática e os conhecimentos adquiridos serão de extrema utilidade para apoiar os estudantes a adquirirem o hábito de realizarem análises técnicas, transformando-as em planilhas, gráficos, estatísticas, relatórios, que serão, entre outras, peças fundamentais para a condução correta de uma empresa.

O Produto final, que será a organização de um Ciclo de Palestras, será a culminância do Projeto, dando oportunidade a seus estudantes de utilizarem os conhecimentos da Matemática financeira, a consolidarem a interação com empresários e reforçar a interação entre a escola e a comunidade.

ESTE PROJETO CONTEMPLA  
OS TEMAS TRANSVERSAIS  
CONTEMPORÂNEOS

TRABALHO E  
EDUCAÇÃO FINANCEIRA

O momento final será marcado pela avaliação do desempenho dos alunos, verificando o grau de aproveitamento que tiveram ao longo da execução do Projeto.

## OBJETIVOS, COMPETÊNCIAS E HABILIDADES

Professor, verifique no quadro a seguir a relação entre os objetivos do Projeto e as Competências Gerais indicadas na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), bem como as Competências e Habilidades Específicas da área de Matemática e suas tecnologias, que serão desenvolvidas neste Projeto:

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DA BNCC TRABALHADAS NO PROJETO			
OBJETIVOS	COMPETÊNCIAS GERAIS	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS	HABILIDADES
1. Estudar o conceito de empreendedorismo em uma perspectiva ampla, com foco no recorte do empreendedorismo econômico.	7 e 8	1, 2 e 3	EM13MAT104 EM13MAT202 EM13MAT203
2. Conhecer práticas empreendedoras, reconhecendo nelas a importância e o uso de conhecimentos matemáticos.	4 e 7	1 e 2	EM13MAT101 EM13MAT203
3. Compartilhar experiências sobre os conhecimentos desenvolvidos no Projeto, por meio de um Ciclo de Palestras, no qual os estudantes assumem uma ação protagonista.	3 e 7	4	EM13MAT406

Fonte: elaborada pelas autoras com base na BNCC, 2018.  
As competências e habilidades citadas podem ser consultadas por você na página 7 e 8 deste livro.

Os objetivos deste Projeto buscam fortalecer, na formação do estudante, uma projeção acerca do mundo do protagonismo juvenil, identificando, por meio das competências da Matemática que se utilizam das estratégias, conceitos e procedimentos para identificação e solução de problemas, em diversos contextos, neste caso, no mundo dos negócios. Para isso, sob sua orientação, os estudantes, organizados em equipes, utilizarão aplicações da Matemática Financeira e irão interpretar, construir modelos e resolver problemas no mundo empreendedor, analisando os resultados financeiros e a adequação das soluções necessárias, de modo a construir, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemática.

O **Objetivo 1** é o mais abrangente, e perpassa todas as Etapas e Passos do Projeto, na medida em que pretendemos que o estudante desenvolva um conceito amplo acerca do termo “empreendedorismo”, percebendo-o como a formação para lidar de modo criativo, resiliente e crítico sobre os desafios que surgem na realidade, colocando-se como parte de sua solução. Para isso, propomos um recorte para o empreendedorismo em sua visão atual, ligada ao mundo dos negócios, explorando situações em que o estudante poderá refletir sobre a realidade social, cultural e econômica do entorno; conhecer-se melhor e interagir com sua comunidade; pensar de forma autônoma e crítica e argumentar com fundamento em informações e dados relevantes.

Do ponto de vista matemático, estimula-se o uso de conhecimentos e representações que ajudam o estudante a organizar o pensamento e a fazer deduções e generalizações. Nessa direção, recomenda-se que os estudantes elaborem e registrem os resultados de suas pesquisas, discussões e sínteses reflexivas, que o ajudarão a avaliar seu desempenho e evolução ao longo do Projeto.

Quanto ao **Objetivo 2**, mais direcionado a elementos específicos do recorte proposto e de elementos práticos que ajudarão o estudante a ampliar sua visão geral sobre empreen-

dedorismo, são sugeridas ações que visam estimular seu raciocínio crítico, criatividade e reflexão pessoal, acerca de como se organiza o mundo produtivo e do consumo e qual seu papel nesse contexto. O uso de diferentes linguagens (verbal, visual, digital, dentre outras) o ajudarão a externar a maneira como pensa, ampliando sua capacidade de argumentação, com base em informações sobre o mundo. A reflexão sobre informações veiculadas na linguagem matemática é proposta em diversos Passos do Projeto.

O **Objetivo 3** do Projeto está vinculado ao seu Produto final que, neste caso, sugere-se que seja um Ciclo de Palestras protagonizado pelos estudantes. No final do texto são apresentados diferentes arranjos de organização do Ciclo, sendo o formato final definido coletivamente, em uma roda de discussão promovida em sala de aula. A elaboração das palestras que serão apresentadas pelos estudantes envolve o uso de diferentes linguagens, em função da diversidade social e cultural da comunidade. A expectativa é que o evento propicie avanços não apenas para a formação dos estudantes mas, também, implique em melhorias para a comunidade.

## JUSTIFICATIVA

A execução deste Projeto visa conectar o mundo do estudante, muitas vezes limitado ao ambiente escolar, com a comunidade externa, ampliando a relação da Matemática com diferentes contextos, como o mundo empreendedor das pessoas e dos negócios, intensificando ideias matemáticas e empreendimentos locais. Nas orientações que acompanham cada Passo proposto são direcionados os conteúdos matemáticos necessários e as competências e habilidades específicas que serão desenvolvidas.

Os contextos de aplicação são oportunidades de integração da comunidade em práticas pedagógicas, ampliando para o estudante as oportunidades de interagir e aprender com situações do dia a dia, em particular com o mundo do trabalho.

Este é o momento de propiciar ao estudante a visão da Matemática como uma ciência necessária à sociedade, integrando conceitos e aplicações em realidades diversas, tendo como princípio a necessidade de interação da economia, política tributária, trabalho e escola.

A metodologia de ensino por meio de projetos, embora não seja nova, ainda é pouco explorada em nossas salas de aula, mas temos certeza de que você irá aproveitar muito esta experiência em suas atividades docentes.

## PRODUTO FINAL

O Produto final deste Projeto será compreendido pela organização de um Ciclo de Palestras protagonizado pelos estudantes. Mesmo sendo possível e interessante que pessoas externas à comunidade escolar apresentem palestras no evento, entendemos ser fundamental que os estudantes assumam parte dessa ação, socializando com os colegas e a comunidade os conhecimentos desenvolvidos ao longo do Projeto.

Recomenda-se, ainda, que seja valorizada a socialização de experiências vivenciadas por membros da comunidade, no Ciclo de Palestras, bem como a participação de instituições públicas de pesquisa, como Universidades e Institutos Federais, e de apoio a pequenas e médias empresas, como o SEBRAE.

Sua mediação na organização do evento será fundamental, acompanhando sua definição e a distribuição de responsabilidades entre os estudantes. O apoio da direção e de outros profissionais que atuam na escola, bem como de membros da comunidade, como pais e responsáveis dispostos a colaborar, também será importante.

Para realizar as ações propostas ao longo das Etapas que compõem o Projeto, o aluno vai precisar dos seguintes materiais e equipamentos: papel quadriculado, lápis e régua comum, para a construção de gráficos, computador com software editor de planilhas, xerox de questionários e datashow. Se a escola não dispõe de projetor multimídia, por exemplo, o

Ciclo de Palestras poderá ocorrer por meio da apresentação de painéis, cartazes ou outras estratégias semelhantes. Outros materiais poderão ser adicionados, a critério dos estudantes, sob sua orientação. Fica aqui a sugestão de providenciarem os materiais e equipamentos necessários com a devida antecedência.

Na fase de desenvolvimento do Projeto, verifique se todos os recursos indicados estarão disponíveis para o trabalho dos estudantes, avaliando possíveis substituições, caso seja necessário.

## DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

Para a realização deste Projeto, sugerimos um planejamento trimestral, com carga-horária prevista de 20 horas-aula. O Projeto será desenvolvido sob a liderança do professor de Matemática, de forma interdisciplinar, em conjunto com os professores dos componentes curriculares Língua Portuguesa, Geografia e Biologia. Conforme apresentado na tabela a seguir:

SUGESTÃO DE PLANEJAMENTO TRIMESTRAL PARA O PROJETO			
ETAPA	PASSOS	NÚMERO DE AULAS	COMPONENTE(S) ASSOCIADO(S)
<b>Conhecendo o Projeto</b>			
Apresentação do Projeto	-	1	Matemática
<b>Desenvolvendo o Projeto</b>			
<b>Etapa 1:</b> Conversando sobre empreendedorismo	<b>Passo 1:</b> O que é empreendedorismo?	4	Matemática e Língua Portuguesa
	<b>Passo 2:</b> Empreendedorismo sustentável		Matemática, Geografia e Biologia
	<b>Passo 3:</b> Orçamento familiar e orçamento empresarial		Matemática
<b>Etapa 2:</b> Práticas empreendedoras para transformar pequenos negócios em sustentáveis	<b>Passo 4:</b> Transformando os pontos fracos em oportunidades	4	Matemática
	<b>Passo 5:</b> Ações empreendedoras: estabelecendo metas		Matemática
	<b>Passo 6:</b> A importância do capital de giro		Matemática
	<b>Passo 7:</b> A Matemática Financeira como ferramenta de controle		Matemática
<b>Organizando e Apresentando o Produto final</b>			
<b>Etapa :</b> Ciclo de Palestras: compartilhando experiências	<b>Passo 8:</b> Organizando o Ciclo de Palestras	10	Matemática e Língua Portuguesa
	<b>Passo 9:</b> A estrutura de uma palestra		Matemática e Língua Portuguesa
	<b>Passo 10:</b> A realização do Ciclo de Palestras		Matemática e Língua Portuguesa
<b>Avaliando o Projeto</b>			
Avaliação e autoavaliação	-	1	Matemática

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

Antes de iniciar o desenvolvimento das Etapas que constituem o Projeto, recomendamos explorar os conhecimentos prévios dos estudantes acerca de empreendedorismo e a importância da Matemática para o mundo dos negócios. Para tanto, sugerimos alguns questionamentos para guiar o processo:

1. O que é empreender?
2. Empreender é característica apenas de empresários?
3. Ser empreendedor está relacionado apenas a ter controle das finanças?
4. O conhecimento matemático facilita o controle financeiro das famílias e das empresas?
5. Como um jovem pode ser empreendedor?

Após realizar o levantamento de conhecimentos prévios, organize o seu planejamento, em conjunto com os demais colegas professores da área, considerando o resultado deste diagnóstico, que ajudará a contextualizar melhor o Projeto. Procure motivar os estudantes para a vivência das Etapas do Projeto, momento em que serão evidenciados os conhecimentos matemáticos no mundo jovem empreendedor. É importante destacar que esse crescimento não surge apenas por necessidade, mas o acesso à informação traz oportunidades e inovação para o mercado, e os jovens buscam, no empreendedorismo, nichos que não são tão explorados pelos experientes empresários, principalmente na área tecnológica.

A avaliação do Projeto será desenvolvida em dois momentos. No primeiro momento, o estudante irá analisar as contribuições que o Projeto trouxe para a turma, na sua totalidade, com registros a partir de reflexões individuais e do grupo, trazendo sugestões, caso necessite de novas propostas para o Projeto. O segundo momento deve ser dirigido a uma autoavaliação pelos estudantes. Solicite que eles identifiquem os conhecimentos matemáticos elaborados ao longo do percurso, vinculando-os com os saberes vivenciados do cotidiano empreendedor, nas ações desenvolvidas no Projeto.

## **ETAPA 1 - CONVERSANDO SOBRE EMPREENDEDORISMO**

A primeira Etapa do Projeto está dividida em três passos, estando os dois primeiros dirigidos à discussão sobre o que é empreendedorismo e, particularmente, o que é empreendedorismo sustentável. Neste início é fundamental que o estudante compreenda que o conceito de empreendedorismo é amplo e está relacionado à realização de ações transformadoras da realidade. Para isso, propomos a realização de uma pesquisa cujo objetivo é levar o estudante a refletir sobre o perfil de um empreendedor, no Passo 1.

No Passo 2 trazemos para a pauta de discussão do tema, o conceito de sustentabilidade, que o estudante tomará como base para uma autoavaliação de sua postura como consumidor. Propomos que pesquisem sobre a produção de elementos que fazem parte de seus hábitos de consumo, refletindo sobre, por exemplo, a quantidade de água utilizada. Amplie as discussões proporcionando uma roda de conversa sobre a produção de lixo associada ao consumo e os problemas ambientais e nossa responsabilidade sobre eles.

No Passo 3 as ações propostas possibilitam estabelecer um paralelo entre os elementos que compõem o orçamento familiar e o que ele difere do orçamento empresarial.

## **ETAPA 2 - PRÁTICAS EMPREENDEDORAS PARA TRANSFORMAR PEQUENOS NEGÓCIOS EM SUSTENTÁVEIS**

A segunda Etapa está organizada em quatro Passos que visam aprofundar a abordagem do tema, considerando a análise da relação entre potencialidades e fragilidades de um empreendimento e na importância do planejamento para a superação de problemas e o alcance de metas de crescimento estabelecidas, nos dois primeiros Passos (Passo 4 e Passo 5).

No Passo 6 os estudantes irão discutir sobre a importância do capital de giro para a saúde de uma empresa e utilizará, neste e no Passo 7, conhecimentos matemáticos e, em especial, conhecimentos do âmbito da Matemática Financeira, para a elaboração e uso de ferramentas de controle de orçamentos, sejam eles familiares ou de empresas.

Estimule a reflexão acerca de pontos comuns entre elementos particulares e gerais, relacionados a um fenômeno, uma vez que esses paralelos ajudam a compreensão de que o todo é constituído de partes, ou seja, as ações individuais compõem o conjunto de ações de uma sociedade, possibilitando sua transformação. Oriente os estudantes a registrarem os tópicos tratados e os resultados de suas reflexões em cartazes ou textos que poderão compor a base das palestras que eles poderão apresentar no evento que constitui o Produto Final do Projeto.

### **ETAPA 3 - CICLO DE PALESTRAS: COMPARTILHANDO EXPERIÊNCIAS**

No Passo 8 os estudantes irão se dedicar à organização do Produto Final do Projeto, que propomos que seja um Ciclo de Palestras que poderão ter como público alvo outros estudantes da escola ou a comunidade em geral. O objetivo do Ciclo de Palestras é estimular o protagonismo dos estudantes, na organização do evento, selecionando os temas das palestras e o público ao qual cada palestra será dirigida, e assumindo o papel de palestrante junto com os colegas da turma. No processo é fundamental acompanhar as discussões e mediar os casos em que ocorrerem impasses, estimulando os estudantes a participarem ativamente da organização e do evento. Caso os estudantes decidam pela participação de pessoas de fora da comunidade escolar, ajude-os na elaboração dos convites, considerando a pertinência do perfil dos convidados para o público que prestigiará o evento.

No nono Passo do Projeto os estudantes irão aprender sobre como se organiza uma palestra, quais são os elementos essenciais que precisam ser observados e os cuidados ao se elaborar cartazes ou slides para auxiliar na apresentação das ideias que se deseja comunicar. Se necessário, apresente para a turma vídeos que ilustram as estratégias que podem ser adotadas para chamar e prender a atenção do público.

O Passo 10 é constituído pelo dia do Ciclo de Palestras, assim, nos dias que o antecederem, todas as providências relacionadas ao evento já deverão ter sido tomadas, incluindo a organização dos espaços em que ocorrerão as palestras e o material necessário para que elas ocorram com sucesso. Acompanhe a Programação estabelecida pelos estudantes no Passo 8, observando se todos estão cumprindo com sua parte na divisão de responsabilidades, definida coletivamente.

Se possível, organize com os estudante a impressão de materiais que as pessoas que prestigiarem o evento possam receber, relativos aos temas abordados nas palestras, com dicas, recomendações e orientações sobre elementos que os estudantes destacarem como mais relevantes, dentre os conhecimentos que foram elaborados por eles ao longo do Projeto.

A Avaliação do Projeto deve ocorrer durante todas as Etapas, de forma contínua, mas ao final propomos que os estudantes registrem sua percepção acerca de dois processos avaliativos. No primeiro caso a turma avaliará coletivamente o processo, considerando os objetivos que foram delimitados e aspectos que podem ser revistos, ampliados ou aprofundados em futuras versões do Projeto. Os estudantes poderão indicar que outros temas gostariam de ter tratado, que ações mais gostaram de realizar e que conceitos consideraram mais complexos para aprender.

No segundo deles, cada estudante fará uma autoavaliação, posicionando-se sobre sua participação e desempenho nas ações propostas no Projeto, indicando os avanços em sua formação e conhecimentos desenvolvidos no processo e que ele desejaria que fossem ampliados. Estimule-o a apresentar sua visão sobre empreendedorismo, depois de ter vivenciado todas as Etapas do projeto, estabelecendo uma relação com a ideia de protagonismo.

# ETAPA 1

## CONVERSANDO SOBRE EMPREENDEDORISMO

Nesta Etapa, apresentamos conceitos básicos sobre a relação entre o empreendedorismo e os conhecimentos matemáticos. É importante a vinculação dos conceitos com a realidade do estudante para que eles consigam visualizar elementos mais abstratos do conceito de empreendedorismo (como, por exemplo, inovação). A discussão do texto inicial e a consulta às caixas de texto são importantes para os estudantes construírem seus próprios conceitos de empreendedorismo e, em seguida, os visualizarem na prática, por meio das ações propostas. Ao final, os estudantes compreenderão o que constitui um empreendedor.

### PASSO 01

## O QUE É EMPREENDEDORISMO?

Ao discutir sobre os conceitos iniciais de empreendedorismo e sua aplicabilidade no dia a dia, será interessante fazer um mapa conceitual sobre as ideias relatadas pelos estudantes, em seguida direcionar para uma definição real do que é ser empreendedor, em seguida fazer com que os jovens se vejam dentro da sua comunidade e tragam exemplos de pessoas próximas que tenham este perfil empreendedor.

Com a descrição realizada pelos jovens, chega o momento de o estudante identificar que características empreendedoras ele tem ou que gostaria de ter. Para tanto, vamos traçar metas imediatas, de curta e de longa duração, em que os alunos devem descrever no mínimo três ações que possam torná-lo um empreendedor. Neste momento, o professor pode começar a atividade. Sugerimos que o registro deve ser realizado em um caderno, pois retornaremos para verificar se as ações foram concretizadas.



### VAMOS REFLETIR!

1. Quais são as características de um empreendedor?

Algumas características estão listadas nos textos e quadros apresentados adiante, como, por exemplo, ser planejador, persistente e sociável. Avalie se as características indicadas pelos estudantes se encaixam nas informações neles contidas.

2. Você já ouviu falar de um empreendedor de sucesso no Brasil? Se já, o que sabe sobre ele ou sua atividade?

Resposta pessoal. Espera-se que o estudante reconheça o empreendedor de destaque, porém, caso isso não ocorra, cite exemplos, podendo ser locais, nacionais ou internacionais. Nesse caso, pode ser feita uma comparação em relação à repercussão da divulgação nas mídias.

3. Você conhece algum empreendedor na sua comunidade? Caso conheça, o que sabe sobre ele ou sua atividade?

Resposta pessoal. Espera-se que o estudante conheça algum empreendedor. Caso não conheça, procure citar alguém do seu convívio que tenha característica empreendedora.

4. Qual a importância dos números neste contexto empreendedor?

Resposta pessoal. Espera-se que o estudante reconheça que as decisões de um empreendedor podem ser baseadas em intuição, criatividade e dados numéricos sobre clientes, faturamento, lucratividade, entre outros.

## VAMOS PESQUISAR!

Solicite aos estudantes que escolham, no mínimo, dois empreendimentos na sua comunidade e façam uma visita, para identificar características empreendedoras e o trabalho realizado por este empreendedor, através de entrevista. Na aula seguinte cada grupo descreve o empreendimento e o empreendedor, e faz uma avaliação sobre o futuro deste empreendimento, em sua visão, justificando-a.

Depois que todos relatarem suas vivências, os estudantes podem ser provocados a pensar sobre o que poderia ser feito por esses empreendedores para melhorar seus negócios. Registrar as ideias colocadas por eles e numa roda de conversa expor para a turma. Neste momento, pode ser feito um diálogo sobre a importância do empreendedorismo diante do contexto econômico atual do nosso país, trazendo gráficos que mostrem o desemprego no período de cinco anos recentes, e colocar os alunos em um debate sobre empreender em situações adversas, buscando identificar oportunidades e o crescimento dos jovens nas atividades empreendedoras, podendo finalizar através de um mapa conceitual para finalizar este momento.

### PASSO 02

## EMPREENDEDORISMO SUSTENTÁVEL

Neste passo, apresentamos uma lista de ações a serem seguidas por potenciais empreendedores sustentáveis, bem como um teste de consumo consciente. Por fim, propomos a estratégia da pesquisa sobre ações realizadas por empreendedores sustentáveis que, depois de concluídas, os estudantes apresentarão para os colegas da turma.

Como a sustentabilidade é frequentemente associada ao consumidor e aos cidadãos, é importante evidenciar que as empresas também podem e devem adotar práticas sustentáveis com menos danos aos consumidores, ao ambiente e à sociedade.

## VAMOS REFLETIR!

1. Você é um consumidor sustentável?

Resposta pessoal. O estudante pode exemplificar ações diárias como: cuidado no uso da água e da energia, não usar sacolas plásticas nem canudos, entre outros.

2. O seu poder de consumo pode influenciar a sua vida?

Neste momento o estudante pode explicar se tem um consumo consciente daquilo que necessita ou até mesmo relatar consumos exagerados ou supérfluos em alguns momentos.

3. Seu tipo de consumo pode afetar a vida do planeta?

Espera-se que o estudante relate sobre o aquecimento global, fale do lixo e aterros sanitários, entre outras consequências.

4. Depois da discussão, faça um relatório autoavaliativo, apontando em que aspectos você poderia melhorar como consumidor sustentável.

Neste momento pode ser feita com a turma por meio de uma roda de conversa, resposta coletiva, colocando aspectos comuns e diferentes de mudança do consumo do grupo e, em seguida, fazer um levantamento das atitudes que foram mais relatadas e necessárias de tornar esse consumo sustentável.



## VAMOS PESQUISAR!

1. Forme grupo com mais de três colegas e procure na Internet outros exemplos de empreendedorismo sustentável.

Neste momento os estudantes podem citar exemplos de empresas que se destacam com algumas ações de responsabilidade sustentável em nosso país, podendo fazer uma comparação entre elas, e identificar políticas públicas que gerem esta consciência sustentável.

2. Elaborem um cartaz com os resultados da pesquisa e o apresentem para a turma, destacando as ações mais utilizadas pelos empreendedores.

Pode ser feita uma apresentação sobre a pesquisa realizada e abrir um debate: será que estas ações fazem diferença no dia a dia? A sustentabilidade deve ser trabalhada pelos alunos a partir de ideias empreendedoras, podendo exemplificar através de ações individuais ou até mesmo empresariais, para que os alunos possam identificar a possibilidade de pequenas ações diárias que fazem diferença no meio ambiente, até mesmo no cuidado com o lixo produzido por cada cidadão ou até mesmo no consumo da água e da energia.

### PASSO 03

## ORÇAMENTO FAMILIAR E ORÇAMENTO EMPRESARIAL

Os conceitos de orçamento familiar e empresarial são discutidos neste Passo, bem como suas aplicações. Inicialmente, fala-se sobre a relevância de se definir um orçamento e ter um planejamento financeiro. Usamos o orçamento familiar como forma de aproximar os conceitos que serão estudados à realidade dos estudantes. Como dificilmente já tiveram contato com orçamentos no âmbito das empresas, buscamos aqui o entendimento de que uma empresa pode funcionar como no âmbito doméstico, em termos de definição de orçamento.

Posteriormente, falamos sobre o controle de gastos e oferecemos sugestões sobre como não desequilibrar as finanças domésticas. Em seguida, são apresentadas as diferenças entre gastos, custos e despesas. Nessa mesma linha, propomos um teste para os estudantes identificarem seu perfil como consumidor, entendendo que esse comportamento pode se refletir também em uma prática empresarial.

A postura de diálogo, de compreensão e de empatia deve ser buscada, principalmente nas tarefas que envolvem a exposição de gastos, despesas e custos familiares. A todo momento, o foco deve ser como evitar situações negativas como o descontrole financeiro, a falta de crédito e o endividamento.

## VAMOS REFLETIR!

1. Você consegue diferenciar orçamento empresarial de orçamento familiar?  
Espera-se que o estudante compreenda que o orçamento empresarial se aplica à empresa, o orçamento familiar se aplica às despesas domésticas.
2. Usando um quadro semelhante ao apresentado acima, registre a receita da sua família (rendimentos de todos os membros da família; gastos; despesas, fixas e variáveis; e custos familiares.  
Espera-se que o estudante consiga identificar o consumo necessário e o "consumismo" injustificado em seu registro familiar. Neste momento, pode-se fazer um trabalho de conscientização sobre os consumos de água e de energia, por exemplo.
3. Analise os valores das receitas e despesas, e verifique o que está acontecendo com esses números. Qual dos dois é maior? O que acontece se não houver equilíbrio entre eles?  
Neste momento deve-se estimular a prática saudável de se gastar menos do que se ganha, regra básica para as finanças pessoais. Para enriquecer a discussão, sugerimos que você apresente os resultados da Pesquisa de Orçamento Familiar (POF) 2008-2009, realizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), no qual se verificou que 68,4% das famílias brasileiras tinham despesas mensais superiores aos rendimentos.
4. Muitas vezes acontecem situações que não podemos prever, por exemplo, a quebra de um eletrodoméstico. Como chamamos esta despesa? O que você sugere que pode ser feito nessas situações?  
Respostas variáveis. Planejar melhor os gastos e incluir valores para despesas não previstas. O ideal é registrar todas as despesas – matematicamente. Tudo que é medido é melhor controlado.

Para as discussões é fundamental diferenciar os seguintes elementos:

1. Rendimentos: o total das importâncias recebidas, por pessoa física ou jurídica, durante certo período, como remuneração de trabalho ou de prestação de serviços;
2. Despesas fixas: são aquelas que sempre existem, independentemente de qual seja sua produção ou de qualquer outra coisa que aconteça.
3. Despesas variáveis: mudam de acordo com cada período, já que não possuem uma constância.

### A adolescência e as tentações do mercado

Para ampliar a formação dos estudantes em relação aos temas tratados nesta Etapa, sugerimos a leitura e discussão dos materiais disponibilizados nos endereços indicados em seguida:

- Para saber mais sobre orçamento doméstico: [www.sicoobprevi.com.br/download/orcamento-domestico-planilha](http://www.sicoobprevi.com.br/download/orcamento-domestico-planilha) (acesso em 20 fev. 2020).
- Para saber mais sobre orçamento empresarial: [www.excelsolucao.com.br/planilha-excel-download-gratis/planilha-orcamento-empresarialplanejamento-financeiro-previsto](http://www.excelsolucao.com.br/planilha-excel-download-gratis/planilha-orcamento-empresarialplanejamento-financeiro-previsto) (acesso em 20 fev. 2020).

O estudante também pode ser chamado a refletir sobre o consumismo entre os jovens, fazendo alguns questionamentos: qual a rotatividade na compra de celulares, roupas, tênis, acessórios tecnológicos, entre outros produtos do interesse deles? Qual a diferença

entre consumo e consumismo? A propaganda influencia o poder de compra do jovem? O que está na moda é consumido? Com essas perguntas é momento de dialogar sobre o poder de compra da juventude.

## ETAPA 2

# PRÁTICAS EMPREENDEDORAS PARA TRANSFORMAR PEQUENOS NEGÓCIOS EM SUSTENTÁVEIS

Esta Etapa foca na apresentação dos conceitos relacionados à análise SWOT, ferramenta utilizada para fazer uma análise de cenário (ou análise de ambiente), como base para gestão e planejamento estratégico. É um sistema muito simples para verificar a posição estratégica de uma entidade qualquer, seja pessoa física ou jurídica, em um determinado ambiente. Em resumo, a análise *SWOT* auxilia a eliminar os pontos fracos em áreas onde existem riscos e fortalecer os pontos fortes em áreas onde se identificam as oportunidades.

O termo *SWOT* é uma sigla oriunda do idioma inglês – *strengths* (forças), *weaknesses* (fraqueza), *opportunities* (oportunidades), e *threats* (ameaças). Partindo do princípio de que tudo aquilo em que acreditamos influencia a nossa realidade, a análise *SWOT*, realizada em nível pessoal, leva ao autoconhecimento e ao desenvolvimento da capacidade empreendedora. Também permite uma constante conscientização do indivíduo, levando-o a uma vida mais equilibrada, produtiva e feliz. É uma ferramenta baseada no aprendizado constante, bastante usada no âmbito profissional, mas que também é muito válida para o desenvolvimento pessoal.

Estimule os estudantes a fazerem reflexões de âmbito pessoal sobre os conceitos trazidos no texto, voltados para o mundo empresarial, na gestão de ações desenvolvidas no ano letivo, para ter melhores resultados em seu desempenho escolar - disciplina na realização das tarefas diárias de classe e casa; a organização de ambientes de estudo; a organização das rotinas e, acima de tudo, seu *feedback* em relação ao percurso trilhado por eles.

## PASSO 04

# TRANSFORMANDO OS PONTOS FRACOS EM OPORTUNIDADES

Neste Passo, apresentamos os pontos fracos de empreendedores, em especial o desconhecimento do mercado consumidor, falta de conhecimento do ramo e falta de experiência na área. Para visualizarem os pontos fracos dos empreendedores, deve ser feita discussão após a leitura do texto inicial. A discussão do texto inicial e a consulta às caixas de texto são importantes para os estudantes construírem sua visão do que pode dar errado em empreendimentos e de como os conhecimentos matemáticos podem ajudar a prevenir os erros na gestão.

## O QUE SÃO STARTUPS?

### VAMOS REFLETIR!

1. O que você acha de investimentos por *startups* em empreendimentos brasileiros?  
Espera-se que o estudante identifique as *startups* como oportunidades viáveis.
2. Qual a importância de investimentos para melhorar o orçamento empresarial?  
Espera-se que o estudante identifique o investimento no orçamento empresarial como estratégia de desenvolvimento.
3. Você já ouviu falar de pontos fortes e fracos em um empreendimento? Exemplifique  
Espera-se que o estudante identifique em pequenas situações pontos fortes e fracos. Exemplos disso são uma rampa de acesso na entrada de uma empresa, localização próxima a uma avenida principal, entre outras situações.
4. Neste momento, em grupo, elaborem uma definição sobre capital de giro e a coloquem na lousa. Em seguida, confrontem as definições apresentadas e dialoguem sobre a importância deste capital para qualquer empreendimento, registrando as frases da lousa, a definição de consenso e as respostas à reflexão proposta.  
Espera-se que o estudante entenda este capital como essencial para o desenvolvimento da empresa e para a manutenção do estoque.

## PASSO 05

### AÇÕES EMPREENDEDORAS: ESTABELECENDO METAS

Este Passo trata de duas ações fundamentais para o sucesso de qualquer empreendimento: definir metas e desenvolver relacionamentos com os clientes. Por isso, iniciamos a discussão pela definição do que é uma meta e sobre os elementos essenciais para sua caracterização. As questões propostas relacionam a definição de metas com o estabelecimento de metas de vida pelos próprios estudantes, de modo a evidenciar sua relevância tanto na vida prática, quanto nos negócios. Em seguida, focamos no relacionamento com os clientes e no desenvolvimento de confiança para tal. Os estudantes compreenderão a relação entre os dois temas, definindo ações para atingir a meta de crescimento da empresa.

### VAMOS REFLETIR!

1. Você já definiu metas importantes na sua vida?  
Espera-se que o estudante tenha metas a curto prazo como, por exemplo, passar de ano na escola; médio prazo: comprar uma bicicleta; e longo prazo: ingressar na universidade ou no mercado de trabalho.
2. Você definiu precisamente "o quanto" e em "quanto tempo" deveria alcançar essas metas?  
Espera-se que o estudante, assim que traçar suas metas de curto, médio e longo prazo, tenha a ideia do tempo e do custo para essas ações.

**3.** Como você fez (ou faz) o acompanhamento dessas metas? Elas foram alcançadas?

Espera-se que essas metas sejam registradas. Você pode propor a criação de uma cápsula do tempo, onde os estudantes coloquem suas metas dentro de uma garrafa pet, consigam um lugar na escola para enterrar e estipular um tempo para poder desenterrar e verificar se as metas foram alcançadas.

**4.** Construa uma linha do tempo para verificar o que já vivenciou e projetar novas perspectivas para os próximos quatro anos. Em seguida, exponha sua linha do tempo em um mural com as produções de todos os estudantes.

Apesar de as respostas serem pessoais, promova a discussão sobre pontos comuns acerca do comportamento dos jovens da turma, em relação às suas metas pessoais e profissionais.

## RELACIONAMENTO COM OS CLIENTES: COMUNICAÇÃO E CONFIANÇA



### VAMOS PESQUISAR!

**1.** Inicialmente, forme um grupo com mais três colegas, e identifique na Internet um exemplo de empresa reconhecida por sua capacidade de estabelecer relacionamentos com os clientes.

Os estudantes podem chegar a essa resposta consultando empresas ganhadoras de prêmios ou reconhecidas por instituições como SEBRAE, por exemplo.

**2.** Liste as ações que esta empresa desenvolve para o alcance desta meta.

Apesar de as respostas serem pessoais, as ações listadas podem contemplar a existência de SAC na empresa, ações de fidelização, *feedback* aos clientes, tratamento de reclamações etc.

**3.** Agora, em uma roda de conversa, apresente para os colegas suas descobertas, pensando como empresas da comunidade poderiam adotar as mesmas ações para melhorar o relacionamento com seus clientes.

As respostas são pessoais, mas procure avaliar se elas procedem, considerando os temas que foram tratados até esta Etapa.

Professor, ao concluir este Passo, espera-se que os alunos estejam desenvolvendo uma postura empreendedora e estejam reconhecendo a necessidade de mobilizar conhecimentos matemáticos para o desenvolvimento das metas e para a construção de relacionamentos e parcerias para o fortalecimento dos negócios e para a própria vida cotidiana.

## PASSO 06

### A IMPORTÂNCIA DO CAPITAL DE GIRO

Neste Passo, vamos trabalhar com o conceito de capital de giro, relacionando o capital de giro familiar ao capital de giro empresarial, fazendo novamente a conexão vida-negócios para evidenciar conceitos empresariais e matemáticos. Adicionalmente, damos dicas sobre como aperfeiçoar a gestão do capital de giro da empresa. O conceito de capital de giro deve estar claro para os estudantes, para que essa relação seja bem-feita. Você pode usar como estratégia a consulta a revistas de negócios como Exame e Pequenas Empresas, Grandes Negócios, de matérias sobre essa temática.

## VAMOS REFLETIR!

1. Levando em conta as dicas sobre "como impedir que o capital de giro mate sua empresa", e o modelo do quadro apresentado em seguida, tente identificar, na gestão do dinheiro da sua família, os seguintes elementos do capital de giro: estoque (alimentos, produtos de higiene e limpeza); caixa (dinheiro em conta, dinheiro em casa); e contas a receber (empréstimos feitos a amigos, parentes).

Espera-se que o estudante tenha a ideia do capital de giro familiar. A pesquisa deve ser realizada em casa, mas seria recomendável o estudante fazer um preenchimento hipotético do quadro e, depois, outro quadro com os dados de casa, para avaliar se ele compreendeu a importância desse capital.

2. Tente estimar um valor monetário para cada categoria (exemplo: alimentos – R\$ 150,00).

A nova tendência é fazer uma estimativa financeira de tudo, para que haja, na família, finanças saudáveis.

3. Analise como está o "capital de giro" da sua família. Você acha que a sua família está gerenciando bem este capital? O que poderia ser melhorado?

Os estudantes precisam identificar que nem todos os familiares conseguem gerenciar suas finanças. Neste momento, precisam de ajuda, e o controle, mediante registros, é uma das ferramentas que podem auxiliar no processo.

### PASSO 07

## A MATEMÁTICA FINANCEIRA COMO FERRAMENTA DE CONTROLE

Este Passo tem início com explicações sobre elementos de Matemática Financeira e como ela pode ser usada para aperfeiçoar os pequenos empreendimentos. O controle financeiro por meio de *softwares* e profissionais de contabilidade é de custo elevado e, por vezes, inacessível aos empreendedores, por isso, o uso de planilhas pode contribuir para a gestão financeira de empreendimentos. Este controle pode ajudar famílias e empreendedores a melhor gerirem seus gastos e evitarem o endividamento. Neste Passo, as recomendações podem ser dadas tanto às famílias quanto aos empreendedores, evitando endividamento e falência dos negócios.

Como sugestão para ampliação do trabalho sobre o tema, recomendamos a série: *Eu e meu dinheiro*, disponível em: [www.youtube.com/watch?v=FdTip4Sd\\_WMw&list=PLhqfgkxuHXh7DCFzdNt3htR\\_onJr8QAlj](http://www.youtube.com/watch?v=FdTip4Sd_WMw&list=PLhqfgkxuHXh7DCFzdNt3htR_onJr8QAlj) (acesso em: 03 mar. 2020).

Dependendo do tempo disponível no planejamento, você pode programar a exibição de alguns episódios que considerar mais relevantes para a formação dos estudantes.

### MATEMÁTICA FINANCEIRA

## VAMOS REFLETIR!

1. Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R\$ 1.000,00. Para isso, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário). As informações obtidas estão resumidas na tabela a seguir:

## TIPOS DE INVESTIMENTO

	Rendimento Mensal	IR (Imposto de Renda)
Poupança	1,035	Isento
CDB	1,042	4% sobre o ganho

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

2. Qual a aplicação mais vantajosa para o jovem investidor ao final de um mês?

No caso da poupança o retorno será igual a  $1.000,00 \times 1,035 = 1.035,00$ . Como não há desconto de IR, o valor final será o mesmo. Em relação à CDB, o rendimento será de  $1.000,00 \times 1,042 = 1.042,00$ . Como há desconto de 4% de IR, que corresponde a 41,68, o resultado da segunda aplicação será  $1.042,00 - 41,68 = 1.000,32$ .

3. Qual a importância de poupar, para a saúde das finanças de qualquer pessoa?

Para evitar situações de emergência, ou situações negativas que prejudiquem as finanças da empresa e causem endividamento, falta de capital, e até o fechamento da empresa.

4. Um jovem empreendedor precisa saber controlar suas finanças. Como ele pode controlar as finanças sem se endividar?

Planejando despesas e receitas, de modo a gastar menos do que recebe e também economizar para situações negativas ou imprevistas (perda do emprego, morte de alguém da família etc.).

5. A partir das respostas anteriores, crie, com a ajuda de pelo menos quatro colegas, uma propaganda para incentivar os empreendedores a poupar. Usem sua criatividade e apresentem a proposta do grupo para a turma.

Você pode apresentar algumas propagandas com o objetivo dos estudantes terem um modelo a seguir. Discuta com eles o que eles poderiam definir como uma boa propaganda ou uma propaganda ruim. Questione-os sobre que tipo de propaganda chama mais sua atenção e como eles justificam suas escolhas.

## ETAPA 3

# CICLO DE PALESTRAS: COMPARTILHANDO EXPERIÊNCIAS

Por meio da leitura e ações sistematizadas nas outras Etapas do Projeto, os estudantes estarão prontos para esta Etapa, colocando os conhecimentos adquiridos até o momento, na ação final. Sua orientação para que os estudantes estruturem todas as conexões já vivenciadas para a produção da feira de negócios será imprescindível.

Nesta Etapa, os estudantes irão socializar os conhecimentos elaborados ao longo do Projeto, na forma de palestras ministradas por eles a outros estudantes da escola e para convidados da comunidade em geral. Nesta última Etapa do projeto é fundamental contar com o apoio de toda a equipe da escola.

## PASSO 08

# ORGANIZANDO O CICLO DE PALESTRAS

Participe como mediador na discussão relativa à definição dos temas das palestras, considerando o que foi explorado ao longo do Projeto e as contribuições que o Ciclo de Palestras pode proporcionar para o desenvolvimento dos estudantes e a melhoria de vida da comunidade, exercendo os estudantes um papel de protagonismo na ação. Os temas propostos no texto são apenas sugestões, e podem variar de acordo com a realidade vivenciada por escola e a região na qual ela está inserida.

Embora a expectativa seja de que os estudantes exerçam uma ação protagonista na organização e realização do Ciclo de Palestras, sua colaboração e acompanhamento são indispensáveis, uma vez que sua formação e experiência podem ajudar os estudantes na tomada de decisões quanto aos trabalhos a serem realizados. Além disso, se forem convidados palestrantes de instituições ou empresas, o convite oficial para o evento precisa ter o respaldo da Direção da escola e você precisará acompanhar o processo.

Sugira aos estudantes que registrem todos os detalhes que precisarão ser tratados em relação ao evento em tabelas e quadros, bem como que elaborem, sob sua supervisão, a programação, os termos do material de divulgação e dos convites, caso contem com participantes externos à escola, na medida em que for sendo decidido o que será feito, para que tenham tempo para fazer ajustes posteriores.

Embora seja importante que os estudantes assumam a iniciativa em relação à maior parte das ações programadas para o Ciclo de Palestras, é fundamental seu acompanhamento e apoio, assim como da direção da escola e de outros membros da equipe de professores e de apoio. É preciso especial atenção sobretudo em relação à estrutura que será necessária para as palestras, embora sempre devam ser consideradas as limitações da realidade de cada escola, o que não significa dizer que se ela não contar com equipamentos como *datashow* ou sistemas de som o evento não possa ser de qualidade. Esse elemento dependerá, principalmente, do foco em seu principal objetivo, que é uma formação de qualidade para os estudantes.

## PASSO 09

# A ESTRUTURA DE UMA PALESTRA

A maior parte dos estudantes não possui muita experiência com palestras, mesmo na condição de ouvinte e, em geral, menos ainda na condição de palestrante. O acompanhamento deste Passo ajudará a tirar dúvidas sobre como organizar uma palestra de modo adequado, considerando os cuidados e recomendações apresentados no texto e os que serão apresentados após a pesquisa sugerida neste Passo.

## PASSO 10

# A REALIZAÇÃO DO CICLO DE PALESTRAS

Professor, caso seja definida a possibilidade de socialização mais ampla do material utilizado no Ciclo de palestras, como textos, apresentações e outros materiais, por meio da criação de um grupo ou endereço em alguma rede social, sugerimos que esta responsabilidade seja assumida por você e compartilhada com os estudantes.

É fundamental o apoio da direção da escola e dos demais membros da comunidade escolar na organização e realização do evento, para que ele aconteça com a melhor quali-

dade possível. É importante ressaltar que um evento como esse poderá trazer uma grande contribuição para a comunidade; para o fortalecimento do protagonismo dos jovens estudantes; e para dar visibilidade ao processo educacional oferecido pela escola, contribuindo para o estreitamento da relação entre ela e a comunidade.

## ENTENDA A IMPORTÂNCIA DO CHECKLIST NO DIA A DIA DO TRABALHO

Neste Passo os estudantes podem organizar um quadro específico com a programação do Ciclo de Palestras, no qual registrarão os dados sugeridos em seguida e que farão parte do material de divulgação do evento. No material do checklist, deverão constar, na última coluna, além do nome dos palestrantes, os nomes dos estudantes responsáveis pela coordenação de cada palestra.

CHECKLIST CICLO DE PALESTRAS				
Horário/Local	Público-alvo	Tema da palestra	Número de visitantes	Responsáveis
8:00 às 10:00 horas da manhã/ Quadra de esportes	Turmas do Ensino Médio	A Matemática em diferentes profissões	50	Adriana e Prof. Henrique
.....	.....	.....	.....	.....

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

Oriente os estudantes sobre a importância da organização prévia do evento, pensando-se em todos os detalhes e demandas e os esforços que todos devem fazer para promover um Ciclo de Palestras no qual atuem de modo ativo, ético e responsável.

Sugira que elaborem formas de registros dos participantes das palestras, como a assinatura de listas de presença; fotos; painéis de registros de opinião sobre os temas abordados e sugestões de outros temas que poderiam ser apresentados em novos Ciclos de Palestras.

## AVALIANDO O PROJETO

Professor, a avaliação no Projeto Integrador possui um caráter diagnóstico e formativo, sem um caráter classificatório. O processo deve preponderar mais que o produto. Nesse sentido, é relevante o acompanhamento progressivo dos estudantes durante a construção de todo o Projeto. A avaliação processual colaborará para que se verifique, mais de perto, se os estudantes estão se envolvendo, estão desenvolvendo as aprendizagens previstas, apoiando-os nas suas dificuldades. Recorde, sempre, que a proposta é que o estudante seja o protagonista do Projeto, o centro do processo de ensino e aprendizagem.

Sua participação também é relevante ao término do Projeto, acompanhando a avaliação de desempenho de cada estudante e também dos grupos que foram formados. É importante conduzir este momento estando perto dos estudantes, provocando-os a realizar uma avaliação qualitativa, envolvendo todo o Projeto. Busque verificar se compreenderam as competências gerais e específicas e as habilidades da BNCC previstas no Projeto.

Avaliar a aprendizagem na escola é um veículo para tornar bem-sucedidas as ações de ensinar e aprender. Portanto, não se pode desconectar a avaliação do estudante do processo de ensino do docente. Acompanhe com carinho o processo de avaliação do Projeto dos grupos de estudantes bem como a autoavaliação de cada um deles.

## REFERÊNCIAS

ASSAF NETO, A.; LIMA, F. G. **Fundamentos de Administração Financeira**. 3 ed. São Paulo: Atlas, 2017.

*O texto é uma fonte importante de tratamento de temas relacionados à introdução à administração financeira, contendo definições básicas e exemplos práticos, que facilitam a compreensão dos conceitos abordados.*

## REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

SICOOBPREVI.COM. **Planilha para orçamento doméstico**. Disponível em: <http://www.sicoobprevi.com.br/download/orcamento-domestico-planilha>. Acesso em: 19 nov. 2019.

*Controle seus gastos domésticos utilizando essa planilha. Nela você vai anotar todas as receitas e despesas da sua família e melhor planejar questões como aquisição da casa própria, educação das crianças e aposentadoria.*

PROJETO 3

# A MATEMÁTICA NAS MÍDIAS: ENTENDENDO OS NÚMEROS

TEMA INTEGRADOR: MÍDIA EDUCAÇÃO

## CONHECENDO O PROJETO

Prezado(a) Professor(a), o título deste Projeto, *A Matemática nas mídias: entendendo os números*, faz referência a dois movimentos. O primeiro sentido diz respeito à aplicação dos números no contexto midiático, em particular no jornalismo. As notícias levam ao público o conhecimento de pequenas partes dos acontecimentos em meio a uma multiplicidade de ocorrências do cotidiano social. Todo comerciante sabe o que significa a queda da taxa de juros anunciada pelos bancos tanto quanto um empresário? O trabalhador entende quando os jornais anunciam que o salário mínimo subiu acima da inflação, por exemplo, de 7,33% ao ano?

Unidades de medida, porcentagens, proporções, são alguns dos elementos matemáticos que acompanham o dia a dia do cidadão. Desse modo, é preciso ter o conhecimento e as habilidades matemáticas necessárias para compreender e interpretar as informações com as quais lidamos diariamente, por meio da mídia, para não sermos manipulados pelos números. Deve-se levar em consideração que as notícias levam ao público o conhecimento de pequenas partes dos acontecimentos em meio a uma multiplicidade de ocorrências do cotidiano social.

O segundo sentido é de como a mídia representa determinados segmentos sociais. Na ficção, por exemplo, seja em livros, filmes ou séries, já há figuras carimbadas no imaginário social, com estereótipos, ou seja, uma série de características definidas como crenças ou representações simplificadas da realidade.

Procure motivar os estudantes a participarem de todas as Etapas e Passos do Projeto. Tais ações se justificam pela importância que dados, números e informações têm adquirido em uma sociedade conectada em rede. O poder que detêm podem alterar visões de mundo, regimes políticos e o entendimento sobre democracia e cidadania. Analisar gráficos e métodos de amostragem de pesquisas estatísticas é justamente uma das habilidades específicas inseridas neste Projeto, de forma que os estudantes sejam capazes de identificar inadequações que possam induzir a erros de interpretação.

Instigue a turma a pensar em formas diferentes de comunicação, como os infográficos e a linguagem audiovisual, de modo que essas estratégias informacionais ajudem a comunidade na tomada de decisões em situações do cotidiano. É, portanto, fundamental que, na medida do possível, haja uma interação por meio das ações propostas no Projeto junto à escola e à comunidade na qual ela está localizada.

Ao longo das Etapas e dos Passos apresentamos alguns exemplos e sugestões de ações que poderão ser adaptadas ou modificadas conforme as condições reais, tanto do

ESTE PROJETO CONTEMPLA  
OS TEMAS TRANSVERSAIS  
CONTEMPORÂNEOS

TRABALHO E  
DIVERSIDADE CULTURAL

ponto de vista do conteúdo do Projeto, quanto da estrutura e dos recursos disponíveis na escola. O fundamental é que a capacidade analítica, crítica e argumentativa seja trabalhada e desenvolvida pelos estudantes por meio das leituras e investigações propostas.

Sua participação no acompanhamento da preparação e da execução do Produto final, pelos estudantes, é de fundamental importância. A criação de um canal único e coletivo de vídeos será o coroamento do Projeto, um legado que será deixado para o treinamento e a participação cidadã dos estudantes e um benefício para a comunidade.

Por último, faz-se necessário um processo de avaliação que leve em conta a participação de cada estudante ao longo de toda a realização do Projeto.

## OBJETIVOS, COMPETÊNCIAS E HABILIDADES

Professor, verifique no quadro a seguir, a relação entre os objetivos do Projeto e as Competências Gerais indicadas na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), bem como as Competências e Habilidades Específicas da área de Matemática e suas tecnologias, que serão desenvolvidas neste Projeto.

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DA BNCC TRABALHADAS NO PROJETO			
OBJETIVOS	COMPETÊNCIAS GERAIS	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS	HABILIDADES
1. Investigar a forma de aplicação dos campos da Matemática nas mídias por reportagens, notícias e artigos opinativos.	2 e 4	2, 3 e 4	EM13MAT202 EM13MAT407
2. Potencializar o raciocínio matemático e linguístico a partir da identificação de padrões, cálculos e dimensões utilizados na produção midiática.	4	5	EM13MAT510
3. Analisar e verificar a validade e confiabilidade dos dados matemáticos presentes em reportagens, notícias e artigos opinativos na tradução da linguagem matemática para a jornalística-midiática.	5 e 7	1, 3 e 4	EM13MAT101 EM13MAT102 EM13MAT104 EM13MAT311 EM13MAT406
4. Desenvolver estratégias de intervenção a partir de conceitos e procedimentos matemáticos na investigação de fenômenos sociais divulgados pela mídia.	4, 5 e 7	2, 3 e 4	EM13MAT202 EM13MAT316 EM13MAT406

Fonte: elaborada pelas autoras com base na BNCC, 2018.  
As competências e habilidades citadas podem ser consultadas por você nas páginas 7 e 8 deste livro.

O **Objetivo 1** está relacionado ao desenvolvimento das Competências Gerais da BNCC, de números 2 e 4, que dizem respeito à curiosidade intelectual, abordagens próprias das ciências em suas investigações e à capacidade de argumentação. As ações propostas exploram a Matemática através do seu uso em diferentes contextos midiáticos, com o aporte de outras áreas como a Tecnologia e a Língua Portuguesa.

As ações requerem comparações por meio de dados numéricos em diferentes épocas e espaço-tempo, utilizando a representação numérica como ferramenta para a análise de padrões, bem como a capacidade de argumentação e representação de dados e informações. Os estudantes identificarão elementos e operações matemáticas que são comumente mais utilizadas nos espaços midiático-jornalísticos, tais como dados estatísticos por

meio de diferentes diagramas e gráficos, figuras espaciais, representações algébrica e gráfica, probabilidade, porcentagens, medidas de tendência central, grandezas proporcionais e pesquisas amostrais.

O **Objetivo 2** está relacionado à competência 4 da BNCC que diz respeito sobre a utilização de diferentes linguagens. A mídia mantém algumas estratégias e formas de apresentar as informações numéricas que terminam por se perpetuar. A partir do estudo de seus produtos, o estudante poderá identificar tanto as tendências na utilização dos dados, quanto a própria forma de abordagem das fontes primárias que contenham certas estruturas que levam os jornalistas ao erro ou a determinadas construções por leituras equivocadas dos dados.

Já no **Objetivo 3**, relacionado às competências 5 e 7 da BNCC, o estudante irá se deparar com situações as quais deverá desenvolver seu potencial de argumentação e raciocínio, com base em fatos, dados e informações confiáveis. As ações envolvem padrões de possibilidades e conjuntos de dados, procedimentos característicos adotados de acordo com a maneira como são feitas as quantificações.

O **Objetivo 4**, relacionado às competências 4, 5 e 7 da BNCC, visa à elaboração do Produto final do Projeto, compreendido pela organização e apresentação de informação produzida pelos estudantes, ao longo das Etapas do Projeto, para a comunidade escolar. Nesta fase, é importante o uso da linguagem matemática em enquetes, reportagens e dados numéricos relativos a situações do cotidiano ou relacionados a outras áreas de conhecimento. Nesse sentido, o estudante aprenderá a utilizar as tecnologias digitais de informação e comunicação para produzir conhecimento e exercer o seu protagonismo.

## JUSTIFICATIVA

É imprescindível recordar e enfatizar que os diversos campos do conhecimento e profissões aplicam conceitos matemáticos em suas rotinas de trabalho. As tecnologias digitais também estão envolvidas nesse universo. Sem Trigonometria não existiria cartografia nem GPS, por exemplo. Os processos pelos quais informações enviadas eletronicamente são codificadas dependem, de maneira crucial, do uso da Matemática, como a chamada criptografia. A Matemática também está por trás dos bancos de dados que armazenam nossos arquivos e registros.

No Jornalismo Guiado por Bases de Dados – uma especialização dentro do Jornalismo –, a partir de referências, é possível fazer comparações, apontar causas, consequências ou implicações de fenômenos que interferem na vida social. Para interpretá-los e argumentar a partir deles é necessário dominar algumas ideias matemáticas, como noções de proporção, variações, juros, porcentagens e média, por exemplo, e saber enquadrá-las nos seus respectivos contextos.

Desse modo, o currículo escolar não poderia eximir-se da tarefa de estabelecer o intercâmbio entre o campo das ciências e o desenvolvimento social. É por meio das linguagens, sejam elas verbais, visuais, sonoras, digitais e corporais, que os indivíduos estabelecem contato, compartilham experiências e descobertas, trocam conhecimentos e fomentam o debate acerca de assuntos pertinentes à vida em sociedade. A Matemática insere-se nesse processo de forma primordial, de modo a suscitar uma base de estudo quantificável da realidade e seus fenômenos.

A Comunicação, por meio das distintas mídias e formatos, em conjunto com a Matemática, promove um canal fundamental e, por vezes, controverso, de representação da realidade. Para que atendam às necessidades humanas, é necessário que esse trabalho de produção de conhecimento se dê de forma ética e responsável para que os produtos gerados por essas áreas possibilitem a existência dos subsídios necessários para que o cidadão possa debater nos espaços públicos com argumentos baseados em fatos, dados e informações confiáveis e críveis.

Em tempos de grande fluxo de dados e informações, bem como de sofisticadas ferramentas tecnológicas, notícias falsas ou distorcidas com o intuito de manipular a opinião

pública podem ser veiculadas, exigindo dos cidadãos uma participação ativa para colocar em confronto perspectivas e enquadramentos diversos na mídia. A escola é, por sua vez, uma base fundamental para iniciar esse processo de compreensão. Os objetivos propostos neste Projeto caminham na direção de atender não só às necessidades técnicas de conhecimentos de operações matemáticas, mas de trazê-las para a vida do estudante e seus ambientes de socialização. As leituras e ações propostas partem das vivências, do contexto e das experiências particulares de cada estudante para que despertem o entendimento, a criatividade e as competências necessárias a fim de que possam exercitar a cidadania e a capacidade crítica frente às práticas sociais.

## PRODUTO FINAL

O Produto final do Projeto está voltado para a criação, pelos estudantes, de um canal único e coletivo em uma plataforma audiovisual. Para isso, irão produzir conteúdos que expliquem para a sociedade elementos matemáticos aplicados na mídia cotidiana, como Matemática Financeira (juros, percentuais, porcentagens), Estatística e Probabilidade.

Todos os dias, jornais impressos, revistas, sites, rádio e televisão divulgam matérias compostas por dados e informações numéricas. Neste estágio, os estudantes já terão as competências e habilidades para selecionar esses casos dentro do universo informativo e identificar quais áreas ou ramos da Matemática estão inseridos nesses produtos noticiosos. Cada estudante poderá escolher um exemplo e apresentar uma análise prévia em uma reunião de pauta conjunta com os colegas, sob sua mediação, prevista no cronograma de aulas.

De acordo com as afinidades temáticas ou interacionais, os estudantes poderão formar grupos para produzir conteúdo audiovisual sobre o assunto selecionado. Nele, deverão apresentar o campo da Matemática aplicada, explanar como esse aspecto foi abordado na matéria escolhida e apresentar formas de leitura e compreensão daquela informação.

Em um grupo de três a quatro pessoas, os estudantes poderão desempenhar as tarefas de apresentador, produtor e cinegrafista, podendo contribuir e se revezarem nas funções. As gravações poderão ser editadas pelos próprios estudantes ou com a ajuda de outros membros da escola.

O nome do canal deverá ser escolhido democraticamente entre os discentes por meio de eleição, assim como o logotipo, ou seja, a identidade visual, como formato de letra, cores e desenho, devendo representar adequadamente a ideia do Projeto e constarem em todos os episódios.

A abertura da conta na plataforma deve ficar sob sua responsabilidade, assim como a supervisão das etapas do processo, até a postagem dos vídeos de notícias no canal. As postagens deverão estar organizadas em *playlists*, de acordo com o ramo da Matemática abordado. Cada episódio deverá ter, no máximo, quinze minutos de duração e nele deverão constar obrigatoriamente os nomes dos responsáveis pelo episódio e suas respectivas funções, o nome do professor supervisor e os dados do canal. Em caso de reprodução, as regras de direito autoral deverão ser observadas e obedecidas. É importante exibir um resumo do episódio e a fonte original das matérias exemplificadas no vídeo, de acordo com a política de uso do veículo e de direitos autorais.

Recomendamos que, além da conta em uma plataforma audiovisual, o canal seja engajado em uma rede social digital e que tenha circulação nos aplicativos de trocas de mensagens. A divulgação poderá ser realizada a partir da criação do logotipo e do nome do canal. A criação da página será também responsabilidade do professor, com a colaboração dos estudantes, que atuarão como editores, para que também possam gerenciá-la.

Os materiais indicados são necessários para a realização das ações propostas, como o uso de régua e papel quadriculado (ou milimetrado) para facilitar a construção de gráficos. A estrutura de computador e impressora (ou copiadora) será demandada para a elaboração e produção dos questionários que serão aplicados, bem como a impressão de textos, organização dos dados coletados com os questionários e a preparação dos roteiros do Produto

final. Já o celular (ou câmera), será utilizado para gravação dos vídeos. Para a apresentação das matérias jornalísticas e do Produto final, recomendamos o uso de um *datashow*, caso a escola disponha desse recurso.

## DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

Para a realização deste Projeto, sugerimos um planejamento trimestral, com carga-horária prevista de 20 horas-aula, devendo o Projeto ser conduzido sob a liderança do professor de Matemática, de forma interdisciplinar, em conjunto com o professor do componente curricular Língua Portuguesa, conforme apresentado na tabela a seguir:

SUGESTÃO DE PLANEJAMENTO TRIMESTRAL PARA O PROJETO			
ETAPA	PASSOS	NÚMERO DE AULAS	COMPONENTE(S) ASSOCIADO(S)
Conhecendo o Projeto			
Apresentação do Projeto	-	1	Matemática
Desenvolvendo o Projeto			
<b>Etapa 1:</b> A Matemática e a informação nas mídias	<b>Passo 1:</b> A Matemática na construção das notícias na mídia	6	Matemática e Língua Portuguesa
	<b>Passo 2:</b> A Matemática e os gêneros jornalísticos		Matemática e Língua Portuguesa
	<b>Passo 3:</b> Construção da informação em tabelas e gráficos.		Matemática
<b>Etapa 2:</b> Gerando informações matemáticas sobre a comunidade	<b>Passo 4:</b> Importância da vacinação para os jovens	4	Matemática e Língua Portuguesa
	<b>Passo 5:</b> A informação aliada à linguagem matemática		Matemática e Língua Portuguesa
<b>Etapa 3:</b> A produção informativa integrada aos dados matemáticos	<b>Passo 6:</b> O jornalismo de dados e a Matemática	6	Matemática e Língua Portuguesa
	<b>Passo 7:</b> Métodos de visualização de dados		Matemática
	<b>Passo 8:</b> Detecção de desinformação na utilização de dados na mídia		Matemática e Língua Portuguesa
Organizando e Apresentando o Produto final			
<b>Etapa 4:</b> Produzindo conteúdo e apresentando à comunidade	<b>Passo 9:</b> Organizando o conteúdo do canal	2	Matemática, Língua Portuguesa e Informática
	<b>Passo 10:</b> Lançamento do canal		Matemática e Língua Portuguesa
Avaliando o Projeto			
Avaliação e autoavaliação	-	1	Matemática

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

Antes de iniciar o Projeto, recomendamos que seja realizada uma avaliação diagnóstica, visando levantar os conhecimentos prévios dos estudantes em relação aos conteúdos matemáticos explorados, em especial relacionados à leitura e interpretação de gráficos e tabelas. Avalie, também, qual a relação dos estudantes com as mídias: eles leem livros e revistas com frequência? Estão conectados às redes sociais? Costumam verificar a procedência e pertinência de notícias, antes de passá-las adiante? Esses dados serão importantes para o planejamento.

## **ETAPA 1 - A MATEMÁTICA E A INFORMAÇÃO NAS MÍDIAS**

A primeira Etapa é composta por três Passos, onde aprofundaremos algumas discussões teóricas sobre a seleção de notícias e a respeito dos gêneros jornalísticos, estabelecendo uma aproximação entre o campo da Matemática e o de Linguagens. Sugerimos que você reúna uma série de matérias jornalísticas que possam ser trabalhadas em sala de aula e que contenham dados e termos matemáticos (taxas, índices, gráficos) para serem analisados e discutidos.

O Passo 3 já requer que o estudante aplique conhecimentos matemáticos na construção de tabelas e gráficos. Recomendamos que você, ao longo da leitura dos textos e das execuções das tarefas, discuta sobre semelhanças e diferenças entre os usos que a Ciência e a mídia fazem dessas ferramentas na produção de conhecimento e conteúdo. Sugerimos que pesquisas e matérias jornalísticas sejam analisadas na forma que são construídas para que o estudante possa desenvolver a ação proposta com mais segurança. Alguns vídeos e explicações adicionais sobre Estatística e a forma de organização de dados para tabelas e gráficos podem contribuir para a compreensão dos assuntos.

## **ETAPA 2 - GERANDO INFORMAÇÕES MATEMÁTICAS SOBRE A COMUNIDADE**

A Etapa 2 está organizada em dois Passos, de caráter mais prático. Antes de ir à campo, sugerimos que você trabalhe a sensibilização da temática sobre matérias jornalísticas que tenham sido escritas a partir de pesquisas, de diferentes instituições e com distintas formas de apresentação dos dados.

No Passo 4, o estudante irá desenvolver uma pesquisa na escola, elaborando e aplicando um questionário sobre vacinação contra o sarampo entre os estudantes do Ensino Médio. Acompanhe o processo e dê o apoio necessário (acesso a uma sala com computadores; papel; impressora ou copiadora para a estruturação dos questionários). Guie os estudantes na análise dos dados, explicando como funciona o cálculo da Frequência Relativa e Frequência Absoluta, e auxilie na preparação da apresentação para o encerramento do Projeto.

No Passo 5, sugerimos a realização de uma pesquisa de opinião, visando conhecer o nível de compreensão dos estudantes sobre a forma como as informações jornalísticas são estruturadas em infográficos. Você poderá trazer exemplos não só do jornalismo, mas da ficção, como jogos, séries e filmes, para instigar os estudantes a investigar a importância da Matemática nesses âmbitos. Para o questionário serão necessários os mesmos materiais e orientações da tarefa anterior.

## **ETAPA 3 - A PRODUÇÃO INFORMATIVA INTEGRADA AOS DADOS MATEMÁTICOS**

A terceira Etapa está organizada em 3 Passos. Neles serão exploradas algumas especializações do jornalismo que utilizam dados numéricos e conhecimentos matemáticos como fontes de histórias e análise de declarações presentes em notícias. O estudante já terá se deparado com diversos tipos de matérias jornalísticas e supõe-se que, neste momento, saiba reconhecer esses elementos nas produções midiáticas.

No Passo 6, o estudante conhecerá o Jornalismo Guiado por Bases de Dados que, como o próprio nome indica, utiliza bases de dados de fontes públicas e privadas para levantar informações numéricas, textuais e imagéticas para localizar notícias e contar histórias ocultas em dados e estatísticas. É importante esclarecer de forma enfática a distinção dessa especialidade com o trabalho generalista do jornalismo com dados, que se dedica apenas a reproduzir resultados de pesquisas de terceiros. Ao longo do Passo, disponibilizamos uma série de referências que irão guiá-lo nesta jornada.

No sétimo Passo, aprofundamos o estudo de representações gráficas presentes nas notícias e reportagens. Alguns tipos de gráficos serão discutidos, para que o estudante os

utilize a partir da necessidade e do objetivo da informação, como construí-los e os erros mais comuns cometidos por quem trabalha com infográficos.

Para o trabalho do Passo 8, recomendamos a leitura do livro *Os números (não) mentem: como a matemática pode ser usada para enganar você*, do professor de jornalismo da Universidade de Nova York e mestre em Matemática, Charles Seife. Também trazemos algumas ferramentas que têm permitido que o jornalismo derrube farsas como o próprio Jornalismo Guiado por Bases de Dados e o *Fact-Checking*.

## ETAPA 4 - PRODUZINDO CONTEÚDO E APRESENTANDO À COMUNIDADE

A Etapa 4 foi estruturada em dois Passos e todas as ações propostas estão voltadas para o Produto final deste Projeto: a organização de um canal de vídeos em uma plataforma audiovisual. O Passo 9 é dedicado à organização e criação da identidade visual e do conteúdo do canal, recomendando-se que as ações propostas sejam realizadas em grupos. Oriente os estudantes na estruturação e na análise do material que será apresentado por eles. A parte técnica da organização também ficará sob sua responsabilidade, como criar a conta do canal. Indicamos neste Passo alguns tutoriais para ajudá-lo nesta empreitada.

O décimo Passo será o do lançamento do canal em uma Mostra de Vídeos e dos trabalhos não gravados que foram realizados neste Projeto. Cada grupo terá uma função no dia do evento que deverá ocorrer na própria escola, nos ambientes apropriados ou disponíveis, reservados previamente. Ao longo do texto, deixaremos algumas indicações para facilitar na divisão das tarefas.

No desenvolvimento dos Passos, sugerimos iniciar uma conversa com os estudantes instigando o estudo dos tópicos abordados. Forme uma roda de conversa e use dispositivos visuais e sonoros para que a aula fique mais dinâmica, mas evite slides com muitos textos e cálculos. Esse primeiro momento deverá ser mais reflexivo e questionador. Em seguida, prossiga com a fundamentação mais teórica, tanto da Matemática, como de aspectos da Mídia, mas sempre fazendo a conexão entre ambos.

Para realizar algumas ações propostas o estudante precisará ter noções de manejo com tecnologias, como *smartphone* nas funções de gravação e fotografia, assim como de conhecimento de programas ou aplicativos de edição de vídeo, áudio e de infografia. Caso não haja um colega da Informática para auxiliar nessas tarefas, há uma série de tutoriais disponíveis na Internet que facilitarão o desenvolvimento das ações propostas. Se os estudantes não tiverem acesso a esses dispositivos, é possível realizá-los com materiais tradicionais como papéis, canetas e régua. Proatividade, boa comunicação, espontaneidade, disciplina, dinâmica, criatividade e domínio do conteúdo são algumas características que o estudante deverá mobilizar no desenvolvimento do Produto final.

Nem todas as ações propostas precisam ser resolvidas em sala de aula, mas é importante que você oriente os estudantes e crie um *e-mail* exclusivo para o Projeto, para que eles possam tirar dúvidas, apresentar propostas de trabalho e os resultados e respostas. Será também uma forma de controle do recebimento das respostas. Posteriormente, esse recurso poderá se transformar em uma forma de contato entre o canal com o público.

## ETAPA ①

# A MATEMÁTICA E A INFORMAÇÃO NAS MÍDIAS

Nesta primeira Etapa, procure sensibilizar os estudantes para o entendimento do universo das notícias. Você poderá iniciar o Projeto estimulando-os a relatarem suas experiências com as notícias, alguma que os tenha marcado ou sido importante na tomada de uma decisão.

Após essa introdução, será mostrado como são organizadas e selecionadas as informações que recebemos diariamente, por diferentes mídias, e a partir de que critérios. Você poderá consultar portais na Internet, jornais impressos, revistas, entre outros, para

trazer exemplos de notícias além das sugeridas neste livro. É importante que o estudante tenha liberdade de buscar as temáticas que mais o agradem para que haja um maior interesse. Cada Passo é acompanhado de algumas questões para instigar o debate.

A temática Gênero Jornalístico está fortemente vinculada ao campo das Linguagens, mas a conexão com a Matemática se estabelece, uma vez que as informações quantificáveis são utilizadas para fundamentar e corroborar opiniões, o que terá peso distinto conforme for o gênero, seja informativo ou opinativo. Incentive os estudantes a investigarem os dados numéricos nesses contextos.

Em seguida, após vermos como os dados numéricos são trazidos em textos, compreenderemos como essas informações são construídas em gráficos e tabelas, a partir do desenvolvimento prático, junto com o estudante. Embora sejam temas atraentes para o diário, é importante a mediação das conversas durante a realização das ações para integrar o potencial das informações dentro do ambiente escolar.

## PASSO 01

# A MATEMÁTICA NA CONSTRUÇÃO DAS NOTÍCIAS NA MÍDIA

Professor, o trabalho *Jornalismo de (Im)Precisão: conhecimento matemático e a apuração de números*, tese de doutorado do professor e pesquisador Marco Antônio Gehlen, é uma importante fonte para compreender o uso de números em reportagens. O pesquisador realizou uma análise da mídia escrita brasileira que aponta como o jornalismo se apropria das informações quantificáveis e mostra o distanciamento que os jornalistas têm da Matemática (disponível em: [tede2.pucrs.br/tede2/bitstream/tede/7001/2/TES\\_MARCO\\_ANTONIO\\_GEHELEN\\_COMPLETO.pdf](https://tede2.pucrs.br/tede2/bitstream/tede/7001/2/TES_MARCO_ANTONIO_GEHELEN_COMPLETO.pdf). Acesso em: 18 fev. 2020).



## VAMOS REFLETIR!

1. Quais as relações estabelecidas pela mensagem transmitida nesta notícia?

O objetivo das questões iniciais é estimular a capacidade de interpretação numérica. A primeira pergunta estabelece relação entre o aumento das receitas, resultado da transferência de atletas, e o *déficit* de clubes de futebol brasileiros em 2019. A troca de jogadores supera, portanto, outras fontes da receita como patrocínio, sócios, bilheteria e de transmissão pela televisão. Logo, pode-se concluir que esse "mercado da bola" tem sido mantido e sustentado, em boa parte, pelo "mercado de atletas".

2. Há alguma contradição na informação apresentada?

Na segunda questão, podemos entender que há um paradoxo quando se fala que há crescimento do *déficit*, embora a receita seja maior, comparada a outros períodos. Entretanto, o motivo é explicitado no corpo da matéria. O título levaria o público a questionar como seria possível e a curiosidade instigaria a acessar a notícia, estratégia comum na mídia para atrair leitores e cliques.

3. Qual o efeito dos conhecimentos numéricos na interpretação da notícia?

Na pergunta três, observamos que a presença de percentuais e valores deixaram a informação mais objetiva e clara. O jornalista teve acesso a dados de anos anteriores para estabelecer relações e apontar as causas, com base nas informações numéricas disponíveis. A linguagem estatística foi transcrita para a linguagem jornalística, transformando-se em uma mensagem.

Os estudantes também podem ser estimulados a pesquisar outras notícias ou relatar experiências de leitura sobre matérias jornalísticas que apresentavam dados contraditórios, títulos curiosos ou diferentes do conteúdo e a forma como enxergam os dados numéricos em notícias e reportagens para ampliar a discussão proposta.

## CRITÉRIOS DE NOTICIABILIDADE E VALORES-NOTÍCIAS

Professor, para aprofundar os estudos sobre valor-notícia e critérios de noticiabilidade sugerimos a leitura do artigo Para pensar critérios de noticiabilidade, da professora titular do Departamento de Jornalismo da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Gislene Silva (disponível em: [periodicos.ufsc.br/index.php/jornalismo/article/viewFile/2091/1830](http://periodicos.ufsc.br/index.php/jornalismo/article/viewFile/2091/1830). Acesso em: 18 fev. 2020).

### QUESTÕES:

1. Forme um grupo com colegas, escolha uma reportagem ou notícia de jornal impresso, revista ou site e compare quais poderiam ter sido os aspectos considerados na seleção daquele fato como notícia.

Você pode disponibilizar para o estudante os materiais ou mesmo solicitá-los em aula anterior. A formação dos grupos é livre, no máximo quatro pessoas. Para auxiliá-los na identificação dos valores-notícias pode ser consultado um quadro com uma série de elementos reunidos por diversos autores, estruturados por Gislene Silva, disponível em: [periodicos.ufsc.br/index.php/jornalismo/article/viewFile/2091/1830](http://periodicos.ufsc.br/index.php/jornalismo/article/viewFile/2091/1830) (acesso em: 18 fev. 2020). Nesse primeiro momento o estudante trabalhará suas habilidades de leitura e interpretação para associar o que está no texto com os critérios que justifiquem sua seleção.

2. Identifique a quantidade de fontes entrevistadas, os argumentos utilizados, os dados numéricos representados, a localização geográfica da mídia e da informação nela veiculada e o grau de impacto na sua vida.

Em relação às informações que constam na matéria analisada, você pode usar como referência os indicadores contidos no livro *Que número é este? Um guia sobre estatísticas para jornalistas*, de Ricardo Garcia, Maria João Valente Rosa e Luísa Barbosa, disponível em: [www.ffms.pt/FileDownload/f7fe173e-bfb2-46d1-db7-3333fc420989/que-numero-e-este](http://www.ffms.pt/FileDownload/f7fe173e-bfb2-46d1-db7-3333fc420989/que-numero-e-este) (acesso em: 22 fev. 2020). Entre os indicadores estão: "o quê?", designação da série, tipo de valor utilizado; "quando?", periodicidade de recolha dos dados, período/momento de referência dos dados, data da última atualização; "onde?", âmbito geográfico dos dados; "como?", tipo de operação estatística, conceitos, fórmulas de cálculo, quebras de série e notas; "quanto?", unidade de medida, escala; e o "quem?", as entidades responsáveis pelos dados. A obra ainda traz referências de operações e áreas da matemática utilizadas pelas mídias, tais como percentagens, arredondamentos, regra de três simples, gráficos, números absolutos e relativos, proporções, índices, médias, números e escalas, unidades de medida, valores nominais e reais, preços correntes e constantes. Esses aparatos o ajudarão a apresentar os caminhos que o estudante poderá seguir na sua investigação.

3. Compartilhe seus achados com a turma! Suas descobertas poderão ser material para o Produto final deste Projeto.

As análises poderão ser apresentadas em slides ou mesmo em uma roda de conversa com a turma.

## PASSO 02

# MATEMÁTICA E OS GÊNEROS JORNALÍSTICOS

Neste Passo, sugerimos que você traga diferentes Gêneros Jornalísticos impressos para colocá-los na parede da sala de aula para que os estudantes comecem a fazer, através da sua orientação, uma leitura das informações expostas, podendo até mesmo colocar em ordem numérica as reportagens. Caso não seja possível levar os materiais impressos, projete-os, um exemplo por vez, com ajuda de um *datashow*. Em seguida, pode-se, juntamente com colegas de Língua Portuguesa, apresentar as características do gênero informativo em relação ao gênero opinativo, com dados numéricos nas duas situações. Em seguida, em conjunto com os estudantes, identificar os tipos do Gênero Jornalístico nas reportagens lidas, criando-se os conceitos e aplicações necessários para avançar na construção do saber.



## VAMOS REFLETIR!

1. Em qual seção de um jornal ou portal poderia estar este texto?

Com a introdução proposta, espera-se que o estudante indique na primeira questão que a matéria se encaixa no gênero informativo, no formato reportagem, já que este é um relato mais ampliado de uma dada realidade, traz personagens, elementos de causa e consequência, entre outras características que poderão ser encontradas se lidas na íntegra. Você poderá encontrar no artigo *Gêneros e formatos jornalísticos: um modelo classificatório*, de José Marques de Melo e Francisco de Assis, outras características pertinentes, disponível em: [portcom.intercom.org.br/revistas/index.php/revistaintercom/article/view/2354](http://portcom.intercom.org.br/revistas/index.php/revistaintercom/article/view/2354) (acesso em: 22 fev. 2020).

2. Quais funções os dados numéricos exercem neste tipo de texto?

Os números exercem no texto a função de quantificar a difícil realidade de uma família que dispõe, para viver, de uma renda incompatível com o que é necessário para manter um padrão de vida como assegurado pela Constituição Federal Brasileira de 1988.

3. Como você imagina que é viver com 413 reais?

4. Você já teve a curiosidade de pesquisar o gasto mensal da sua família com alimentação, energia, água, transporte e gás de cozinha?

A terceira e quarta questões são de ordem pessoal, mas o estudante poderá ser instigado a pensar a sua própria realidade, interessando-se pelas despesas da sua família e das suas. Entram nesses cálculos os gastos com água, luz, telefone, internet, alimentação, lazer, saúde, transporte, entre outros aspectos. Com isso, o(a) estudante poderá estabelecer uma comparação entre renda e gasto, correlacionando-os com a quantidade de membros do seu núcleo familiar. O quão próximos ou distantes estão da realidade vivida por muitas famílias brasileiras? Quais as alternativas para que o dinheiro possa render mais, ainda que seja pouco? Você terá a possibilidade de estender esse debate, auxiliando o estudante a elaborar formas de economizar, reduzindo o consumismo e aproveitando os recursos naturais e gratuitos, quando for possível.

## GÊNEROS JORNALÍSTICOS OU MUDIÁTICOS

Para aprofundar os estudos, sugerimos o artigo *Gêneros e formatos jornalísticos: um modelo classificatório*, escrito pelos professores José Marques de Melo e Francisco Assis (2016), assim como a tese *Jornalismo de (Im)Precisão: conhecimento matemático e a apu-*

ração de números, do professor e pesquisador Marco Antônio Gehlen, na qual o autor faz uma comparação entre as informações numéricas e os gêneros jornalísticos (disponível em: [tede2.pucrs.br/tede2/bitstream/tede/7001/2/TES\\_MARCO\\_ANTONIO\\_GEHLEN\\_COM-PLETO.pdf](http://tede2.pucrs.br/tede2/bitstream/tede/7001/2/TES_MARCO_ANTONIO_GEHLEN_COM-PLETO.pdf). Acesso em: 18 fev. 2020).

Segundo Marco Antônio Gehlen, em um mapeamento dos usos de números em uma edição completa de jornal brasileiro de circulação nacional, mostrou que em 110 textos jornalísticos publicados, 84% deles (92 textos) possuíam números. Dos 92, a metade, 46 textos (50%) eram do formato notícia. Também foram registrados números nos textos de outros formatos do gênero informativo, como notas, reportagens e entrevistas, e do opinativo, em artigos e colunas. Foram 836 diferentes números, o que mostra a elevada incorporação dos dados numéricos na construção das notícias e reportagens. No entanto, a maioria (68%) são informações referentes a datas, horas, idades, ou seja, não demandam muitos procedimentos de checagem, apuração ou conhecimentos matemáticos.

De acordo com o autor, apenas 19 matérias em todo o jornal usaram cálculo matemático na redação antes da publicação. Entre as operações estavam multiplicações, somas, subtrações e porcentagem. O que chama a atenção são os dados contidos nos artigos na editoria de Opinião. Quase 30% deles são números citados sem as respectivas fontes. Isso significa que os articulistas se apropriam de números de fontes diversas em seus textos, sem mencionar a origem do dado numérico, o que impede o leitor de investigar sobre aquela informação.

Professor, uma boa estratégia pode ser convidar o docente da área de Língua Portuguesa para trabalhar esse conteúdo relativo aos diferentes tipos de gênero jornalístico, como forma de uma abordagem interdisciplinar e integradora.



## VAMOS PESQUISAR!

Na ação proposta, o estudante poderá formar grupos de até quatro integrantes ou duplas para pesquisar as seções dos jornais nos gêneros opinativo e argumentativo, localizar as informações numéricas e, em seguida, comparar em qual dos dois há mais dados matemáticos e entender a função que eles tiveram na informação ou na opinião. Com a pesquisa é importante estimular o compartilhamento das respostas e o debate. Observe o exemplo a seguir:

### **ESCOLHA DO NOME DO BEBÊ: O QUE LEVAR EM CONTA DIANTE DE TANTAS POSSIBILIDADES?**

*A jornalista Natália Ariede contou o que pesou a favor e contra a escolha do nome de seu filho e falou também sobre como responder à clássica pergunta: “que tipo de parto você terá?”*

(...) Chega um momento em que é preciso abrir mão de algum critério. Ou, de alguns. E foi assim que Vicente entrou pra nossa lista, ganhou força, até ser eleito como o nome do nosso menino. Não é curto – pelo contrário, são três sílabas. Mas é forte. Não é comum, nem exótico demais. Não convivemos com nenhum Vicente. Aliás, tá até fora de moda, como pudemos constatar com uma ferramenta do IBGE que mostra a frequência de cada nome no país: o auge dos Vicentes foi há cerca de 70 anos. Em 1950, 28.173 bebês ganharam esse nome no Brasil. Tudo indica que homenageavam um dos cantores mais famosos na época, Vicente Celestino (detalhe: esse era só um dos nomes próprios de Antônio Vicente Felipe Celestino. Será que os pais dele eram indecisos?). A partir daí, o nome entrou em decadência. Nos anos 2000, nasceram apenas 3.739 Vicentes. Hoje, eles são 0,07% da população do país. No ranking de popularidade de nomes, tá em 114º.

Por Natália Ariede, *Revista Crescer* (22/09/2018)

Fonte: [revistacrescer.globo.com/Colunistas/Natalia-Ariede-A-noticia-da-vida/noticia/2018/09/escolha-do-nome-do-bebe-o-que-levar-em-conta-diante-de-tantas-possibilidades.html](http://revistacrescer.globo.com/Colunistas/Natalia-Ariede-A-noticia-da-vida/noticia/2018/09/escolha-do-nome-do-bebe-o-que-levar-em-conta-diante-de-tantas-possibilidades.html). Acesso em: 19 fev. 2020.

O texto em questão está na seção **Colunistas** de um portal com foco em assuntos sobre bebê, criança e adolescente. Quem assina a coluna é a jornalista Natália Ariede. Embora seja profissional, quando escreve para a coluna desempenha o papel de mãe, logo, é uma articulista e seu texto se encaixa no gênero opinativo. Mesmo que o relato seja pessoal, a colunista buscou dados para contar sua experiência. No trecho reproduzido ela buscou no IBGE dados sobre os nomes populares no Brasil, não só de agora, mas de décadas anteriores. Ou seja, a jornalista indica a fonte.

Há informações numéricas como datas, anos, percentuais e ainda números ordinais e cardinais. De uma forma indireta, a pesquisa a ajudou a escolher o nome do bebê dela. É possível que mães que desconhecessem essa base de dados a busquem para encontrar opções e fundamentar matemática e historicamente a escolha. É nesse caminho que deve ser feita análise das produções jornalísticas pelo estudante.

### PASSO 03

## CONSTRUÇÃO DA INFORMAÇÃO EM TABELAS E GRÁFICOS

Neste Passo, trazemos o conhecimento estatístico por meio de frequências absoluta e relativa, propondo a organização destes dados em tabelas e gráficos, por meio de infográficos, o que pode simplificar assuntos difíceis ou fazer com que um tema representado por dados matemáticos se torne uma experiência atraente para o estudante.

Enquanto metodologia, a Estatística busca interpretar a realidade por meio de dados. O jornalista também se apropria dela em suas produções. O campo estatístico constrói suas avaliações, a partir da medição do erro, que sempre existe na estimativa de quanto uma amostra representa adequadamente a população da qual foi extraída. Considerando o erro existente entre as suas medições e a realidade estudada, a análise estatística é mais relativa do que absoluta.

Quando uma realidade é representada tanto nesta Ciência Exata, quanto nas Ciências Humanas, ela é apenas a parte de um todo, de modo que o real é um recorte. Logo, o que entendemos por realidade passa pelo resultado de uma análise estatística, para, em seguida, ser apresentada como mensagens através da linguagem da mídia, que pode ser escrita ou estruturada em gráficos e tabelas.



### VAMOS PESQUISAR!

1. Acesse o primeiro Levantamento Rápido de Índices de Infestação pelo *Aedes aegypti* (LIRAA) de 2019 (disponível em: [www.saude.gov.br/noticias/agencia-saude/45407-quase-mil-cidades-podem-ter-surto-de-dengue-zika-e-chikungunya-no-pais](http://www.saude.gov.br/noticias/agencia-saude/45407-quase-mil-cidades-podem-ter-surto-de-dengue-zika-e-chikungunya-no-pais). Acesso em: 19 fev. 2020). Nele você verá uma série de tabelas e dados descritivos sobre a situação epidemiológica dos casos de dengue, chikungunya e zika no Brasil. Quais desses dados foram destacados pela matéria jornalística apresentada anteriormente?

Para responder a essa questão, o estudante deverá ter acesso ao Levantamento Rápido de Índices de Infestação pelo *Aedes aegypti* (disponível em: [www.saude.gov.br/noticias/agencia-saude/45407-quase-mil-cidades-podem-ter-surto-de-dengue-zika-e-chikungunya-no-pais](http://www.saude.gov.br/noticias/agencia-saude/45407-quase-mil-cidades-podem-ter-surto-de-dengue-zika-e-chikungunya-no-pais). Acesso em: 19 fev. 2020), que poderá ser apresentado de forma coletiva por meio de uma projeção, assim como a íntegra da matéria jornalística. A notícia destacou os casos prováveis de dengue (451.685), uma comparação com o mesmo período de 2018 (102.681 casos prováveis), as oito unidades federativas com as maiores taxas de incidência de dengue, os registros

de casos de zika (3.085) e chikungunya (24.120) e as incidências (1,5 casos para cada 100 mil habitantes e 11,6 para cada 100 mil, respectivamente) no país.

2. Quando observamos os dois textos, percebemos que o primeiro privilegia os dados e o segundo uma leitura mais ampliada. Que recursos o jornalista utilizou, além das informações citadas no estudo?

Entre os recursos utilizados pelo jornalista está a entrevista. A matéria trouxe a fala do Coordenador Geral dos Programas Nacionais de Controle e Prevenção da Malária e das Doenças Transmitidas pelo Aedes, Rodrigo Said, durante coletiva de imprensa, e do secretário de Vigilância em Saúde do Ministério da Saúde, Wanderson Kleber, por meio de um release. Há ainda um infográfico do mapa do Brasil que mostra a situação da dengue pelos estados, diferente do que está no levantamento.

3. Para realizar a pesquisa, os responsáveis por elas precisaram ter alguns conhecimentos científicos e numéricos sobre surto, epidemia, endemia e pandemia. Como podem ser conceituados e medidos esses termos?

**Surto:** acontece quando há o aumento repentino do número de casos de uma doença em uma região específica. Para ser considerado surto, o aumento de casos deve ser maior do que o esperado pelas autoridades. Em algumas cidades a dengue é tratada como surto (e não como epidemia), pois acontece em regiões específicas (um bairro, por exemplo).

**Epidemia:** se caracteriza quando um surto acontece em diversas regiões. Uma epidemia em nível municipal acontece quando diversos bairros apresentam uma doença, a epidemia em nível estadual acontece quando diversas cidades têm casos e a epidemia nacional acontece quando há casos em diversas regiões do país.

**Pandemia:** em uma escala de gravidade, a pandemia é o pior dos cenários. Ela acontece quando uma epidemia se espalha por diversas regiões do planeta. Em 2009, a gripe A (ou gripe suína) passou de epidemia para pandemia quando a OMS começou a registrar casos nos seis continentes do mundo. A AIDS, apesar de estar diminuindo no mundo, também é considerada uma pandemia.

**Endemia:** a endemia não está relacionada a uma questão quantitativa. Uma doença é classificada como endêmica (típica) de uma região quando acontece com muita frequência no local. As doenças endêmicas podem ser sazonais. A febre amarela, por exemplo, é considerada uma doença endêmica da região Norte do Brasil.

## GRÁFICOS E TABELAS COMO REPRESENTAÇÕES IMAGÉTICAS DA REALIDADE

Se você achar necessário ampliar o trabalho sobre distribuição de frequência, apresente aos estudantes o vídeo do professor Marcos Murakami, no qual ele mostra como arranjar os valores que uma ou mais variáveis tomam em uma amostra. Segundo o professor, cada entrada na tabela contém a frequência ou a contagem de ocorrências de valores dentro de um grupo ou intervalo específico (disponível em: [www.youtube.com/watch?v=451SxriwvM](http://www.youtube.com/watch?v=451SxriwvM). Acesso em: 19 fev. 2020). A recomendação é, sempre que possível, fazer o download dos vídeos que utilizará em sala de aula, antecipadamente, para evitar problemas de sinal da Internet, no momento da aula.



Nesta ação, os estudantes poderão realizar uma pequena pesquisa de campo para levantar dados para uma tabela. Será necessário antes fazer uma pesquisa sobre os postos de saúde do bairro ou de localidades vizinhas, descobrir inicialmente quais serviços são oferecidos nessas unidades e organizar fichas para anotar as informações recolhidas, con-

forme os objetivos determinados. Caso não haja condições de sair de sala de aula, a pesquisa poderá ser feita consultando a base de dados da Secretaria de Saúde do município. O importante é que o estudante experimente o trabalho com tabelas.

Sugerimos que o estudante, em grupo, interaja com o professor durante a execução deste Passo. Os rascunhos de tabela podem ser feitos no próprio caderno ou numa folha de ofício. Como base da construção de gráfico, há a possibilidade de se usar CD ou DVD arranhados para fazer a circunferência. A ação proposta também poderá ser desenvolvida em plataformas digitais gratuitas.

## ETAPA ②

# GERANDO INFORMAÇÕES MATEMÁTICAS SOBRE A COMUNIDADE

Nesta Etapa, o estudante deverá, inicialmente, recuperar suas memórias sobre experiências com pesquisa, seja participando delas ou acompanhando suas divulgações na mídia. Ele poderá recordar algum conteúdo que tenha chamado sua atenção, a forma como foi apresentado, possíveis erros ou discrepâncias, algum elemento que tenha despertado curiosidade ou interesse, como as perguntas foram feitas, as dúvidas quanto às respostas, entre outras questões que surjam ao longo do debate. Esse momento inicial é para que o estudante se familiarize com o ambiente de pesquisa, para que sinta o quanto este instrumento está presente no seu cotidiano.

A compreensão dessas pesquisas é outro aspecto que poderá ser destacado na conversa inicial com os estudantes. Sabemos que diversas áreas do conhecimento, assim como diferentes profissionais lidam com os instrumentos de pesquisa, logo há distintas metodologias de trabalho conforme os objetivos a alcançar. Posteriormente, quando publicados em revistas especializadas ou na mídia em geral, esses estudos passam por uma tradução da linguagem científica para uma linguagem mais universal que seja compreensível para o maior número de pessoas.

A fonte dos dados ou das pesquisas é outro elemento importante a trabalhar. Há uma série de instituições responsáveis por realizar estudos no país, como a Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (Embrapa), Instituto Brasileiro de Opinião Pública e Estatística (IBOPE), Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea), Fundação Oswaldo Cruz (Fiocruz), entre outros.

Convide o estudante a navegar nos sites dessas e de outras entidades para conhecer as pesquisas em desenvolvimento, as metodologias empregadas, a forma como são aplicadas, a abrangência e como os resultados são apresentados. Nesses sites há seções de "Pesquisa e Desenvolvimento", "Projetos", "Publicações" onde essas informações poderão ser encontradas. Essa exploração possibilitará que os estudantes se familiarizem com os termos e as características de um estudo antes de partir para a prática. Após debater a pergunta sobre a metodologia, os estudantes poderão realizar essa ação.

Para aprofundar seus conhecimentos sobre metodologia de pesquisa, sugerimos o *Guia do Censo 2010 para Jornalistas*, do IBGE. O caderno traz informações sobre como o Censo é realizado, como são definidos os pesquisados, os termos utilizados, os temas abordados, entre outros aspectos (disponível em: [pt.slideshare.net/HevlynCelso/guia-docenso-2010-para-jornalistas](http://pt.slideshare.net/HevlynCelso/guia-docenso-2010-para-jornalistas). Acesso em: 28 fev. 2020). A leitura ajudará a compreender a dinâmica de uma pesquisa de abrangência nacional e você poderá encontrar dicas de como trabalhar um estudo de impacto menor com os estudantes.

## PASSO 04

# IMPORTÂNCIA DA VACINAÇÃO PARA OS JOVENS

Neste quarto Passo, propomos a realização de uma pesquisa sobre a vacina contra o sarampo na comunidade escolar, em particular, dos estudantes do Ensino Médio. Inicialmente, sugerimos trabalhar a sensibilização dos estudantes com a leitura de algumas matérias jornalísticas baseadas em dados sobre a temática. Nesse momento, poderão fazer uma leitura interpretativa das informações contidas nas notícias.



## VAMOS REFLETIR!

1. Qual outra informação seria necessária para compreender a quantos jovens de 15 a 29 anos equivalem os 70,7% mencionados na matéria?

Na matéria *Na última semana da campanha, 71% dos jovens ainda não se vacinaram contra o sarampo*, da Folha de S. Paulo, publicada em 11 de agosto de 2019, começamos a estimular o estudante para uma compreensão dos dados disponibilizados. Quando questionado qual outra informação seria necessária para compreender a quantos jovens de 15 a 29 anos equivalem os 70,7% mencionados na matéria, a resposta poderia ser a população de jovens nessa faixa etária prevista para a vacinação, disponível na própria notícia, que é de 4,4 milhões.

2. A notícia menciona que a cidade de São Paulo registrou 778 casos de sarampo e que dos 967 casos existentes no estado, 13,6% são de crianças menores de 12 meses de idade. É possível inferir que essas crianças eram da capital ou do interior?

Quando perguntado sobre a relação entre os 778 casos de sarampo registrados na cidade de São Paulo e os 967 casos no estado, dos quais 13,6% são de crianças menores de 12 meses de idade, é possível inferir que esses últimos estão concentrados em sua maioria na capital, assim como há a probabilidade dos 189 casos do interior terem uma parcela também.

3. Se lermos a notícia completa no *site*, a jornalista apresenta os motivos da ausência dos jovens ou outros dados que intensifiquem a importância da vacinação?

Na leitura da matéria só encontramos dados sobre o número de vacinações e locais onde são realizadas. Não há nenhuma informação complementar na peça em questão, talvez porque esse não seja o foco. No entanto, para reforçar a importância da vacinação, seria importante acrescentar informações sobre a doença e seus riscos. A percepção dessa ausência estimula o estudante a buscar a contextualização e as informações complementares, demonstrando que números não são suficientes e que é preciso sempre ir além quando se apresenta uma pesquisa.

## A PESQUISA CIENTÍFICA



## VAMOS PESQUISAR!

Depois desse período de familiarização e sensibilização da temática, o estudante já terá a capacidade de elaborar um pequeno questionário para aplicar uma pesquisa sobre a vacinação contra o sarampo com os colegas do Ensino Médio da escola. Para que o processo seja mais ágil, sugerimos que a ação proposta seja feita em grupo, em uma divisão igualitária entre os estudantes, conforme a quantidade de turmas disponíveis na escola. Para facilitar o acesso e economizar material, disponibilize aos grupos a quantidade de participantes - estudantes do Ensino Médio. As equipes podem preparar as fichas no computador, recomendando-se que o questionário não seja muito extenso.

Depois de realizada a pesquisa, os grupos iniciarão a análise dos dados coletados. O primeiro cruzamento será entre a quantidade de estudantes matriculados e os respondentes. Em seguida, observará as outras variáveis.

## PASSO 05

# A INFORMAÇÃO ALIADA À LINGUAGEM MATEMÁTICA

Neste quinto Passo, vamos continuar demonstrando aos estudantes a importância da Matemática no desenvolvimento da sociedade, como vimos no caso da saúde pública, bem como no campo da ciência e da tecnologia. Nesse processo, a atuação da mídia é fundamental tanto para destacar sua relevância, quanto para fazer-se compreender aliando a linguagem matemática à linguagem jornalística. Para que a interação com o estudante seja mais familiar, iniciamos recorrendo ao que está na moda no universo jovem, que são as séries, uma delas é a série britânica *Black Mirror*, de ficção científica, criada por Charlie Brooker.

Um site nacional mantém um termômetro da série em suas páginas. No especial, o portal apresenta em que nível de tecnologia estamos hoje na comparação com a série. Cada episódio das temporadas foi classificado de zero a cinco para mostrar quais das questões levantadas estão mais próximas de se tornarem realidade. Você poderá acessar para recuperar mais dados para apresentar comparações e identificar a presença da Matemática no desenvolvimento dos dispositivos mencionados na série (disponível em: [www.uol.com.br/tilt/reportagens-especiais/termometro-black-mirror/#termometro-black-mirror](http://www.uol.com.br/tilt/reportagens-especiais/termometro-black-mirror/#termometro-black-mirror). Acesso em: 18 fev. 2020).



## VAMOS REFLETIR!

1. Qual o papel da Matemática no tratamento de um paciente reumático?

Na reportagem *Calculadora de risco prevê chance de morte em cirurgia cardíaca*, o estudante poderá ver que um banco de dados disponibiliza as informações necessárias para que uma calculadora faça o somatório de variáveis para conseguir prever o que aconteceria com o paciente reumático.

2. A Matemática sempre foi uma aliada da ciência. Cite outras ações do conhecimento matemático que são necessárias para qualificar nossa saúde.

Outros usos da Matemática na Medicina, por exemplo, estão no cálculo do Índice de Massa Corporal (IMC):  $[Massa / (altura \times altura)]$ , assim como o Índice de Adiposidade Corporal (IAC), a partir do cálculo:  $[Quadril (cm) / (altura (m) \times \sqrt{altura (m)})] - 18$ . Outros exemplos devem surgir, principalmente se você incentivar a visita ao especial do Jornal da USP, lançado em 2017, intitulado *A matemática está em tudo*.

3. Você certamente já leu ou viu outras reportagens nas quais a Matemática foi importante para alguma descoberta. Será que ela foi tratada como protagonista da história ou só como um elemento a mais?

Raramente a Matemática é tratada como protagonista das histórias, ela aparece apenas como instrumento ou uma forma de expor os dados. Faça os alunos pensarem sobre isso.

## OUTRAS APLICAÇÕES DA MATEMÁTICA

O especial *A matemática está em tudo*, do Jornal da USP, também traz conteúdos em texto, vídeo e áudio que mostram a aplicação da Matemática nos lugares mais inimagináveis como numa barbearia ou numa xícara de café. As reportagens apresentam ainda os desa-

fos no ensino de Matemática para surdos, para promover a inclusão social. A série recebeu menção honrosa no Prêmio IMPA-SBM de Jornalismo, promovido pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), em 2018.

Com essas primeiras explorações, o estudante estará apto a compreender o desenvolvimento tecnológico e matemático, assim como o papel dos dados nos avanços que usam primordialmente operações numéricas e conceitos da matemática. É possível demonstrar ainda como outros dispositivos têm feito uso dessa área de conhecimento.

## VAMOS PESQUISAR!

Esse questionário será uma espécie de pesquisa de opinião. A organização se dará como na ação proposta no Passo 4. Os estudantes deverão formar grupos de pelo menos quatro pessoas e aplicar o questionário. Dessa vez as perguntas já estarão prontas e são também objetivas para agilizar a análise. Basta que sejam digitadas e organizadas em fichas para facilitar a distribuição.

### ETAPA ③

## A PRODUÇÃO INFORMATIVA INTEGRADA AOS DADOS MATEMÁTICOS

Nesta terceira Etapa, iremos trabalhar com o chamado Jornalismo Guiado por Base de Dados, ou Jornalismo de Dados, e com o *Fact-Checking*. Essas duas ferramentas são formas de trabalho usadas por jornalistas em todo o mundo. Ambas utilizam bases de dados e informações públicas para a construção de notícias e reportagens, de modo que requerem do jornalista um mínimo de conhecimento matemático para a sua realização.

Se os produtos midiáticos já são recheados de informações numéricas recebidas por fontes, nestes dois casos é o profissional que vai direto à base de dados disponíveis. Em ambos, ele tem uma questão a ser respondida ou uma declaração a investigar. É a análise dos números que resolverá o problema.

A sensibilização dos estudantes ocorre com a aproximação das temáticas e da leitura de reportagens e notícias, destacando a Matemática nesse contexto e a necessidade de dominá-la para poder resolver as tarefas cotidianas de forma lógica. O grande volume de matérias com dados ajuda a compreender a dimensão que estes têm ganhado no mundo. Embora os nomes pareçam estranhos, essas duas formas de trabalho com dados estão próximas do cotidiano, principalmente se considerarmos os infográficos. Para que o estudante compreenda com mais clareza e proximidade sobre a importância dos dados no mundo e o perigo da manipulação, indo além da ideia de números, debata sobre o uso de algoritmo e a invasão de privacidade para a captura de dados por meio das redes sociais digitais.

### PASSO 06

## O JORNALISMO DE DADOS E A MATEMÁTICA

Há uma significativa literatura disponível para compreender as dinâmicas do Jornalismo Guiado por Base de Dados, entre artigos, manuais, tutoriais e cursos. Um deles é o *Data Journalism Handbook*, com versão em português, escrito por diversos autores. O livro se propõe a ser uma fonte útil para qualquer um que possa estar interessado em jornalismo de dados, ou em aventurar-se no jornalismo de dados

(disponível em: [issuu.com/andersonraimello/docs/manual\\_de\\_jornalismo\\_de\\_dados\\_-\\_lic](https://issuu.com/andersonraimello/docs/manual_de_jornalismo_de_dados_-_lic). Acesso em: 18 fev. 2020.). Além de responder o que é o Jornalismo de Dados, por que deve ser usado e sua importância, traz exemplos no Brasil e no mundo.

O portal da *Escola de Dados* (disponível em: [escoladedados.org/tutoriais](https://escoladedados.org/tutoriais). Acesso em: 18 fev. 2020.), rede mundial que surgiu em 2012 no Reino Unido, como parte da *Open Knowledge Internacional*, disponibiliza tutoriais sobre busca, raspagem, limpeza, análise e visualizações, ou seja, explicações para todas as etapas do trabalho guiado por dados. Os textos podem ser usados como conteúdos complementares no auxílio da explicação sobre a temática junto com os estudantes.

O livro *Ferramentas Digitais para Jornalistas* (disponível em: <https://journalismcourses.org/pt-br/ebook/ferramentas-digitais-para-jornalistas/>. Acesso em: 18 fev. 2020.), escrito pela jornalista Sandra Crucianelli traz instruções de como usar os buscadores online para localizar informações, dicas de atalhos e de operadores para refinar pesquisas. O conteúdo da obra é útil não só para aprender o jornalismo em base de dados, mas para outras atividades escolares também.

## VAMOS PESQUISAR!

Sugerimos que o estudante faça a sua própria investigação. Ele pode pesquisar sobre o orçamento da educação para as escolas públicas do bairro ou da cidade, ou optar por outra questão que desperte sua curiosidade. O desafio será localizar a base de dados que possa resolver o problema proposto. A ideia é desenvolver a capacidade de pesquisa e de refinamento do estudante. No Passo seguinte, os dados coletados poderão ser trabalhados em uma visualização interativa e atraente. Já listamos uma série de referências que o ajudarão a orientar os trabalhos.

### PASSO 07

## MÉTODOS DE VISUALIZAÇÃO DE DADOS

O *Data Journalism Handbook*, manual de jornalismo de dados, escrito por autores de diversas nacionalidades, traz alguns capítulos sobre visualização, entre eles: *A visualização como carro-chefe do jornalismo de dados*, *Usando visualização para contar histórias*, *Gráficos diferentes contam histórias diferentes*, *O faça-você-mesmo da visualização de dados: nossas ferramentas favoritas* e *Existe jornalismo de dados e visualização no Brasil?*

Segundo os autores, a visualização pode contribuir tanto na fase de apuração da reportagem, quanto depois da publicação. No primeiro caso, ajuda a identificar temas e perguntas para o resto da reportagem, identifica valores atípicos, auxilia a encontrar exemplos e mostra falhas na reportagem. No segundo, pode ilustrar um ponto levantado no texto de forma mais atraente, excluir do texto dados técnicos desnecessários e até deixa mais transparente o processo de apuração.

### FORMAS DE VISUALIZAÇÃO DE DADOS

Em outubro de 2013, a cientista, Ph.D. pelo MIT e líder do *Grupo de Pesquisa em Visualização de Dados do Google*, Fernanda Viégas (disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=t73yuUV2xXI>. Acesso em: 22 fev. 2020), ministrou uma palestra intitulada *Visualização de dados para todos*, no Primeiro Simpósio da Comunidade Científica Brasileira na Nova Inglaterra. Nele, a pesquisadora apresentou uma série de visualizações e suas dinâmicas em diferentes plataformas sobre diversos conteúdos. Há ainda um vídeo semelhante no TEDx São Paulo, em 2009, além de apresentações em outros idiomas. É interessante acompanhá-lo com os estudantes para que compreendam claramente o que é possível fazer com as visualizações.

Para embasar a discussão sobre visualização de dados, recomenda-se a leitura do *Guia prático da visualização de dados: definição, exemplos e recursos de aprendizado* (disponível em: [www.tableau.com/pt-br/learn/articles/data-visualization](https://www.tableau.com/pt-br/learn/articles/data-visualization). Acesso em: 18 fev. 2020) desenvolvido pela Tableau.

## PASSO 08

# DETECÇÃO DE DESINFORMAÇÃO NA UTILIZAÇÃO DE DADOS NA MÍDIA

Neste Passo, você mostrará ao estudante o quanto os números se tornaram uma ferramenta de manipulação no debate político, na economia, na justiça e nas mais diversas áreas, principalmente com o constante crescimento do acesso à rede de computadores com Internet, às redes sociais digitais e aos aplicativos de mensagens instantâneas. A disseminação de desinformação tem sido um aspecto prejudicial aos mais diferentes campos de convívio social.

É de fundamental importância ter consciência e saber lidar com esse fenômeno para que não se caia em armadilhas propagadas nos ambientes virtuais. Desse modo, é necessário desenvolver o senso crítico e uma leitura questionadora dos fatos e das mensagens recebidas, incentivando um espírito investigador das realidades sociais.

O trabalho do grupo inicia-se com a observação diária do que é dito por políticos, líderes sociais e celebridades nas mídias. Em seguida fazem a seleção da frase, levantamento do que já foi publicado sobre o assunto, pesquisas em bases de dados oficiais, garimpo de informações públicas, recorrem à análise de especialistas, solicitam posição oficial daquele que foi checado e na publicação deixam os caminhos para que o leitor faça a própria checagem.

A matéria apresentada como exemplo, *Rio Ônibus divulga dados truncados para justificar aumento da tarifa nos coletivos*, publicada pela Agência Lupa, inicia esse processo de reconhecimento de como os números podem ser usados para manipular a opinião e criar falsas realidades.



## VAMOS PESQUISAR!

1. Atualmente, existem várias agências de checagem de notícias, responsáveis por verificar se o que é veiculado na mídia de fato é verdade ou informações deturpadas e até mentirosas. Busque na internet alguma dessas agências de *Fact-checking*, escolha uma publicação com informações matemáticas e discuta com sua turma os tipos de erros identificados nos dados analisados.

A pesquisa proposta irá requerer do estudante a recuperação de episódios, nos quais se defrontaram com a desconfiança diante de uma informação ou de erros em informações numéricas na mídia. Oriente os estudantes a escolherem notícias dos mais diferentes campos sociais (economia, política, saúde, etc).

## FALÁCIAS MATEMÁTICA NA MÍDIA

Uma importante contribuição para este oitavo Passo sobre detecção de desinformação na utilização de dados na mídia é o livro *Os números (não) mentem: como a matemática pode ser usada para enganar você*, do professor de jornalismo da Universidade de Nova York e mestre em Matemática pela Universidade Yale, Charles Seife. Publicado no Brasil em 2012, tem 264 páginas e uma linguagem simples, acessível e lúdica. A obra está disponível em formato PDF, no endereço: [coleguinhas.files.wordpress.com/2014/10/os-numeros-naomentem-seife-charles.pdf](http://coleguinhas.files.wordpress.com/2014/10/os-numeros-naomentem-seife-charles.pdf) (acesso em: 25 fev. 2020). Na introdução, em seus oito capítulos e nos anexos, o livro trata das falácias matemáticas, inclusive nas pesquisas de opinião, de falsos fatos e falsas cifras, da propaganda baseada em números, erro estatístico, entre outros assuntos.

## VAMOS PESQUISAR!

Com o aporte prático de pesquisa e mais algumas indicações teóricas os estudantes terão uma base maior para resolver a última ação proposta neste oitavo Passo, antes de definir qual tarefa irá adotar para o Produto final. Após conhecer uma mídia especializada em verificações de fatos, os estudantes poderão fazer uma análise dos veículos de comunicação com publicações mais tradicionais. Dentro desse universo de rádio, televisão, jornais impressos e eletrônicos, portais e revistas, eles irão selecionar uma notícia ou reportagem para em grupo analisá-la e apresentá-la em vídeo com o resultado das suas observações e cálculos. Deverão ser escolhidas matérias guiadas por dados numéricos que exigiram do jornalista domínio de cálculos matemáticos.

Sugerimos que você acompanhe a escolha e leia as análises dos estudantes antes da gravação que poderá ser realizada no Passo seguinte ou durante outros momentos livres na escola. Observe se as questões solicitadas foram respondidas, se o estudante compreendeu de fato a mensagem da peça jornalística e identificou corretamente o ramo da Matemática e as inferências necessárias para a análise dos dados apresentados na matéria. Após essa leitura, eles já estarão aptos a gravar o seu material em grupos. Cada grupo poderá escolher de uma a duas matérias, a depender da quantidade de participantes que deve ficar entre três e quatro estudantes que dividirão as tarefas na gravação.

## ETAPA 4 PRODUZINDO CONTEÚDO E APRESENTANDO À COMUNIDADE

Nesta Etapa, você poderá ousar com a criatividade e estimular os estudantes para a produção do canal de Matemática. Como poderá haver várias seções podemos sugerir algumas como: *ver a vida de diferentes ângulos*; *os números refletem a realidade?*; *o número que eu não queria ouvir*; *por trás dos números*, entre outros. Diante das seções definidas, pode-se elencar alguns conteúdos da Matemática a serem abordados como os sugeridos em seguida.

PROPOSTAS DE CONTEÚDOS	
Seções do Canal de Matemática	Conteúdos
<i>Vendo a vida em diferentes ângulos</i>	Por meio de imagens, fotografias, vídeos, arte, mostrar à comunidade escolar, com outro olhar, como ela pode se utilizar de proporção com redução e ampliação.
<i>Os números refletem a realidade?</i>	Dados das pesquisas de grande escala como censo escolar, o IBGE, o INEP, entre outros.
<i>O número que eu não queria ouvir</i>	Dados estatísticos sobre violência (contra criança, jovens, mulheres, idosos, trânsito, entre outros), epidemias, desastres naturais.
<i>Por trás dos números</i>	Conjuntos numéricos: relação; função, gráficos, por trás de um número (identidade, registro de nascimento, CPF). Somos cidadãos de direitos e deveres.

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

Com as ideias das seções vamos fundamentar através dos conhecimentos matemáticos a interdisciplinaridade para apresentarmos o canal de Matemática, podendo fazer conexões entre elas e sempre alguma chamada como *matematicando no cotidiano*, lembrando que precisa sinalizar aos estudantes que toda criação precisa de um roteiro escrito com todos os detalhes do que será apresentado, e você irá acompanhar as etapas do processo.

## PASSO 09

# ORGANIZANDO O CONTEÚDO DO CANAL

Neste Passo, iremos direcionar os estudantes para a construção de um canal de vídeos em uma plataforma audiovisual. Na Internet há uma infinidade de *checklists* com dicas de como criar e montar um canal. Para esse trabalho será necessário o uso do *smartphone*, microfone (ou o próprio fone de ouvido), um ambiente silencioso e ferramentas de edição.

Uma dica para as gravações é usar o microfone de lapela para captar o áudio, caso seja possível. Uma forma prática e econômica é transformar o seu fone de ouvido em um. Há vários tutoriais que ensinam a adaptar esse dispositivo que muitos estudantes já têm na mão, um deles está disponível em: [www.youtube.com/watch?v=btdWVaifAOQ](http://www.youtube.com/watch?v=btdWVaifAOQ) (acesso em: 18 fev. 2020).

Para ajudar a compreender como as plataformas audiovisuais podem contribuir na rotina pedagógica das aulas, sugerimos a leitura do artigo 8 razões para usar o Youtube em sala de aula (disponível em: [novaescola.org.br/conteudo/1350/8-razoes-para-usar-youtube-em-sala-de-aula](http://novaescola.org.br/conteudo/1350/8-razoes-para-usar-youtube-em-sala-de-aula). Acesso em: 18 fev. 2020).

## A CONSTRUÇÃO DO CANAL

Abra a conta na plataforma mais adequada às necessidades do Projeto. Recomendamos que seja em uma de fácil manipulação e popular. Alguns sites ensinam o passo a passo dessa tarefa, como por exemplo o [rockcontent.com/blog/como-criar-canal-no-youtube](http://rockcontent.com/blog/como-criar-canal-no-youtube) (acesso em: 18 fev. 2020). O canal deve ser desmonetizado, ou seja, não deve ter fins lucrativos.

Em relação ao conteúdo do canal, observe se a mensagem da reportagem ou notícia foi realmente compreendida pelos estudantes, se os possíveis cálculos realizados estão corretos, se a organização da apresentação preparada pelo grupo está em uma ordem lógica e coerente, além de observar a linguagem se é de fácil entendimento.

O estudante deverá ser orientado sobre a importância de cada seção ter um tempo estipulado, não podendo ser extenso para que não seja cansativo. O canal tem que ser interativo e envolvente, dando uma ideia de uma próxima edição. O desenvolvimento para os estudantes se faz necessário para que os mesmos estejam organizados para colocar em prática tudo que já vem sendo planejado. Para qualquer dúvida, serão necessários encaminhamentos e decisões que viabilizem todo o processo.

Supervisione a edição dos vídeos, conferindo se foram utilizados elementos com um título atrativo e coerente com o conteúdo, a descrição do vídeo com o tema, nome dos integrantes e suas respectivas funções, título do Projeto, nome da escola, além de músicas e outras artes visuais.

## PASSO 10

# LANÇAMENTO DO CANAL

Junto com os estudantes, faça o *upload* dos vídeos no canal. Acompanhe também a produção do convite para o lançamento do canal, peça que coloquem o nome do Projeto, da turma, o local, o dia e a hora. Incentive os estudantes a compartilharem o convite com a comunidade. a construção do canal

Solicite que os grupos cheguem mais cedo para a organização do lançamento. Cada um deve saber previamente as funções que irá desempenhar. As ações que foram realizadas ao longo do Projeto também poderão ser expostas em painéis no próprio auditório, sala ou pátio onde ocorrerá o lançamento, se for viável. Faça uma pequena apresentação do Projeto para os convidados e da trajetória dos estudantes no desenvolvimento deles. Ainda durante o lançamento, convide os representantes dos grupos para que façam uma pequena introdução sobre o vídeo que será exibido, contando o que o público verá nele.

# AVALIANDO O PROJETO

Professor, a avaliação no Projeto Integrador possui um caráter diagnóstico e formativo, sem um caráter classificatório. O processo deve preponderar mais que o produto. Nesse sentido, é relevante o acompanhamento progressivo dos estudantes durante a construção de todo o Projeto. A avaliação processual colaborará para que se verifique, mais de perto, se os estudantes estão se envolvendo, estão desenvolvendo as aprendizagens previstas, apoiando-os nas suas dificuldades. Recorde, sempre, que a proposta é que o estudante seja o protagonista do Projeto, o centro do processo de ensino e aprendizagem.

Sua participação também é relevante ao término do Projeto, acompanhando a avaliação de desempenho de cada estudante e também dos grupos que foram formados. É importante conduzir este momento, estando perto dos estudantes, provocando-os a realizar uma avaliação qualitativa, envolvendo todo o Projeto. Busque verificar se compreenderam as competências gerais e específicas e as habilidades da BNCC previstas no Projeto.

Avaliar a aprendizagem na escola é um veículo para tornar bem-sucedidas as ações de ensinar e aprender. Portanto, não se pode desconectar a avaliação do estudante do processo de ensino do docente. Acompanhe com carinho o processo de avaliação do Projeto dos grupos de estudantes bem como a autoavaliação de cada um deles.

## REFERÊNCIAS

CRUCIANELLI, Sandra. **Ferramentas digitais para jornalistas**. Disponível em: <<http://knightcenter.utexas.edu/hdpp.php>>. Acesso em: 03 nov. 2019.

*Neste livro, a jornalista Sandra Crucianelli apresenta uma série de ferramentas digitais de pesquisa de dados na web. A autora destaca a importância do conhecimento de operadores matemáticos para lidar com a avalanche informacional que pode ser encontrada no universo online.*

GEHLEN, Marco Antônio. **Jornalismo de (Im)Precisão: conhecimento matemático e a apuração de números**. Porto Alegre: PUCRS, 2016. 319 f. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Comunicação Social, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Disponível em: <[http://tede2.pucrs.br/tede2/bitstream/tede/7001/2/TES\\_MARCO\\_ANTONIO\\_GEHLEN\\_COMPLETO.pdf](http://tede2.pucrs.br/tede2/bitstream/tede/7001/2/TES_MARCO_ANTONIO_GEHLEN_COMPLETO.pdf)>. Acesso em: 03 nov. 2019.

*Nesta obra o pesquisador Marco Antônio Gehlen investiga o universo dos números na mídia, em particular na forma como eles são utilizados nos jornais impressos. O autor identifica as áreas e operações matemáticas mais frequentes no universo jornalístico, como os dados são usados para manipular a opinião do público e identifica as deficiências dos jornalistas.*

IBGE. **Guia do Censo 2010 para Jornalistas**. Disponível em: <<https://pt.slideshare.net/HevlynCelso/guia-do-censo-2010-para-jornalistas>>. Acesso em: 18 nov. 2019.

*O Guia do Censo 2010 para Jornalistas é uma fonte primordial para se compreender como grandes pesquisas são desenvolvidas, quais critérios são utilizados, detalhes sobre amostras, como perguntas são elaboradas, análises realizadas, entre outros aspectos. Essa obra auxiliará o(a) professor nos trabalhos investigativos com a turma.*

LAGE, Nilson. **Ideologia e técnica da notícia**. Florianópolis: Insular, 2001. Disponível em: <[http://nilsonlage.com.br/wp-content/uploads/2015/04/Ideologia\\_comp\\_.pdf](http://nilsonlage.com.br/wp-content/uploads/2015/04/Ideologia_comp_.pdf)>. Acesso em: 19 de fev. 2020.

*Esta obra do professor Nilson Lage é direcionada para quem quiser compreender um pouco mais da construção da notícia por dentro, em seu aspecto ideológico e operacional. Os números, embora façam parte de uma ciência exata, também podem conter ideologias quando manipulados em uma informação.*

MARQUES DE MELO, José; ASSIS, Francisco. **Gêneros e formatos jornalísticos**: um modelo classificatório. Revista Brasileira de Ciências da Comunicação; v. 03, n. 1, (2016). Disponível em: <<http://portcom.intercom.org.br/revistas/index.php/revistaintercom/article/view/2354>>. Acesso em: 03 out. 2019.

*Você sabe qual a diferença entre uma reportagem e uma notícia? E entre uma crônica e uma coluna? José Marques de Melo e Francisco de Assis traçam a trajetória dos gêneros jornalísticos e suas intencionalidades neste artigo, apresentando cada formato contido neles.*

SEIFE, Charles. **Os Números (não) Mentem**: como a Matemática pode ser usada para enganar você. Rio de Janeiro: Editora Zahar, 2012. Disponível em: <<https://coleguinhas.files.wordpress.com/2014/10/os-numeros-nao-mentem-seife-charles.pdf>>.

*Esta obra empreende uma viagem lúdica e reflexiva sobre o universo da matemática e seus usos por parte dos políticos, dos empresários, da mídia, entre outros setores. Por ele é possível perceber como o desconhecimento de noções básicas de cálculos e de termos matemáticos podem facilitar a criação de falácias e distorções.*

SILVA, Gislene. Para pensar critérios de noticiabilidade. **Estudos em Jornalismo e Mídia**, Florianópolis, v. 2, n. 1, p. 95-107, 2005. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/jornalismo/article/viewFile/2091/1830>>. Acesso em: 10 out. 2019.

*Proximidade, suspense, inusitado, impacto, proeminência. Esses são alguns dos valores-notícias incluídos nos critérios de noticiabilidade, isto é, elementos que contam na seleção dos fatos. Neste artigo, Gislene Silva traz uma série deles e nos ajuda a entender por quais filtros uma informação passa antes de chegar ao público.*

VIÉGAS, Fernanda. **Visualização de dados para todos**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=t73yuUV2xXI>>. Acesso em: 18 out. 2019.

*Dados perdem todo o sentido quando mal apresentados e podem causar um impacto positivo quando bem desenhados. É esse assunto que Fernanda Viégas aborda nesse vídeo. O professor poderá encontrar nele referências pertinentes para tratar sobre esse tema com o(s) estudante(s).*

## REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

ASSIS, Francisco. **Fundamentos para a compreensão dos gêneros jornalísticos**. Alceu, Rio de Janeiro, v.11, n.21, p.16-33, jul./dez. 2010.

*Nesse artigo o professor poderá encontrar referências teóricas para os estudos dos gêneros jornalísticos. No texto, Francisco de Assis faz uma precisa distinção entre o informativo, opinativo, interpretativo, diversional e o utilitário.*

LAGE, Nilson. **A reportagem**: teoria e técnica de entrevista e pesquisa jornalística. Rio de Janeiro: Record, 2009. Disponível em: <<http://nilsonlage.com.br/wp-content/uploads/2017/10/A-reportagem.pdf>>. Acesso em: 22 de fev. 2020.

*Nesse livro, Nilson Lage reúne algumas reflexões sobre a profissão do jornalista e transformações no fazer desse grupo. A obra destinada a alunos de graduação e jornalistas também é aberta ao público que tenha curiosidade em compreender como funciona esse universo.*

MANCINI, Leonardo; VASCONCELLOS, Fábio. Jornalismo de Dados: conceito e categorias. In: **Revista Fronteiras**: Estudos midiáticos, vol. 18 nº 1, jan/abr, 2016.

*Qual a diferença entre o Jornalismo com Dados e o Jornalismo Guiado por Bases de Dados? Leonardo Mancini e Fabio Vasconcellos respondem a esta questão e apresentam outras características sobre jornalismo de dados nesse artigo. Neste campo, a Matemática tem papel primordial na tradução da linguagem numérica para a visual e a jornalística.*

SPAGNUOLO, Sérgio. **+26 ferramentas para visualização de dados — avaliadas pelo Volt**. In: VOLT DATA LAB. Disponível em: <<https://medium.com/volt-data-lab/26-ferramentas-para-visualiza%C3%A7%C3%A3o-de-dados-avaliadas-pelo-volt-654c5a590497>>. Acesso em: 15 out. 2019.

*Já sabe qual gráfico ou tabela são adequados para os seus dados? Se sim, o próximo passo é descobrir qual a melhor ferramenta para criar a visualização das suas informações. Neste texto Sérgio Spagnuolo apresenta uma série de plataformas gratuitas ou pagas que nos ajudam a montar informações visuais estáticas ou interativas.*

PROJETO 4

# A RESOLUÇÃO DE CONFLITOS MEDIADA POR REPRESENTAÇÕES MATEMÁTICAS

TEMA INTEGRADOR:  
MEDIÇÃO DE CONFLITOS

## CONHECENDO O PROJETO

Prezado(a) professor(a), talvez este seja seu primeiro contato com o tema Mediação de Conflitos mediada pela Teoria dos jogos. Cremos que, como o tema é novo e provocativo, será também uma rica experiência para todos.

O tema explorado neste Projeto trata do uso do raciocínio matemático em diferentes tipos de jogos e em ações de negociação e tem o objetivo de integrar os seus estudantes em novas conexões com a matéria. É preciso fazê-los compreender que a Matemática está presente em todos os contextos de suas vidas e que a estrutura dos raciocínios de base matemática pode ajudar no momento da tomada de decisões, mesmo em contextos extraescolares.

É preciso que os estudantes compreendam que a negociação e a mediação de conflitos são ferramentas eficazes para que se tenha uma vida de sucesso e de paz. Como, então, desenvolver um objeto inovador como este? Simplesmente estando voluntariamente disposto a ser um facilitador deste processo.

Os objetivos do projeto não remetem os estudantes a terem como foco os conteúdos de sala de aula, na perspectiva de priorização dos conhecimentos matemáticos, mas na ampliação da formação dos estudantes, na direção de enriquecimento de sua capacidade de organização de ideias, de argumentação e de convivência harmônica, lançando mão de raciocínios lógico-matemáticos, por meio de elementos da Teoria dos Jogos. Você, mais do que professor de Matemática, será o mediador/facilitador que os norteará ao longo do processo.

O modelo de mediação apresentado concatena-se com o Projeto proposto, pois o que se pretende não é formar mediadores escolares ou trabalhar as relações conflituosas de seara relacional, mas demonstrar aos seus estudantes de Ensino Médio que, em todos os momentos da vida, eles necessitarão ora jogar, ora mediar e precisarão desenvolver habilidades de negociação. Isso trará a eles também a consciência de que é necessária a observação dos problemas/conflitos da vida, sob a ótica de resolução por meio da palavra, seja ela negociada ou mediada.

Motive os estudantes a organizarem a sala em rodas de diálogo, sempre que possível e necessário, o que os ajudará a desenvolver seu papel de protagonismo no Projeto. De acordo com essa metodologia, o moderador/facilitador deverá receber os participantes de maneira cordial, criando um ambiente agradável de espera (BORGES; SANTOS, 2005). A cada Passo iniciado são importantes esse preparo e a compreensão de que a Matemática tratada neste Projeto difere daquela apresentada em sala de aula, de forma tradicional.

ESTE PROJETO CONTEMPLA  
OS TEMAS TRANSVERSAIS  
CONTEMPORÂNEOS

VIDA FAMILIAR E SOCIAL E  
EDUCAÇÃO EM DIREITOS  
HUMANOS

Também é importante esclarecer que não será utilizada a metodologia do grupo focal *ipsis litteris*. Seu uso servirá apenas para guiar o diálogo de forma mais organizada.

Sugerimos a abertura de um grupo fechado nas redes sociais ou aplicativos de mensagens, para que sejam registradas as respostas das ações propostas, bem como as percepções e resultados das discussões em sala de aula.

O Produto final será a realização de um *Workshop*, com um moderador e expositores, com exposição, discussão em grupo e conclusão, tudo ilustrado por cartazes, frases, textos, imagens e outras atividades desenvolvidas ao longo do Projeto.

Para finalizar, será importante fazer uma avaliação de todo o processo, supervisionada por você, para que se verifique o grau de participação e de aproveitamento de cada estudante, durante o desenvolvimento do Projeto.

## OBJETIVOS, COMPETÊNCIAS E HABILIDADES

Professor, verifique no quadro a seguir, a relação entre os objetivos do Projeto e as Competências Gerais indicadas na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), bem como as Competências e Habilidades Específicas da área de Matemática e suas tecnologias, que serão desenvolvidas neste Projeto.

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DA BNCC TRABALHADAS NO PROJETO			
OBJETIVOS	COMPETÊNCIAS GERAIS	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS	HABILIDADES
1. Conhecer a mediação de conflitos e fomentar habilidades socioemocionais em situações de disputa, fortalecendo a capacidade de argumentação, empatia, colaboração e responsabilidade.	9 e 10	2	EM13MAT202
2. Conhecer elementos básicos da Teoria dos Jogos e explorar relações com a Matemática e situações de outros contextos, com atenção ao uso das tecnologias digitais de informação e comunicação, de forma crítica, significativa, reflexiva e ética.	4 e 5	1 e 5	EM13MAT102 EM13MAT106 EM13MAT511
3. Ampliar a compreensão da aplicabilidade de representações matemáticas em situações que demandam a mediação de conflitos, valorizando vivências sociais, políticas e culturais dos estudantes, bem como desenvolvendo práticas de argumentação e comunicação, por meio de diferentes linguagens e da reflexão crítica acerca da realidade.	4 e 7	1, 3 e 5	EM13MAT106 EM13MAT311 EM13MAT511

Fonte: elaborada pelas autoras com base na BNCC, 2018.  
As competências e habilidades citadas podem ser consultadas por você nas páginas 6 e 7 deste livro.

O **objetivo 1** do Projeto visa à promoção de competências relevantes para o trabalho com a Mediação de Conflitos, destacadas no texto dirigido ao estudante. No tocante às habilidades específicas do campo da Matemática, o objetivo está articulado à análise de relações que ilustram a Mediação de Conflitos, organizadas por meio do uso de representações matemáticas diversas. As competências serão tratadas em sala de aula, a partir de diálogos que visam promover a interconexão entre os estudantes, a fim de que tenham uma formação adequada acerca da Mediação de Conflitos.

O **objetivo 2** envolve as competências gerais da BNCC que potencializam a prática dos conceitos básicos relacionados à Mediação de Conflito e suas representações usando ferramentas matemáticas diversas, com ou sem o apoio de novas tecnologias, como tabelas, matrizes e diagramas de árvore de decisão. As situações exploradas são simples, assim como suas representações, mas visam levar o estudante a compreender a importância dos conceitos focados no texto para sua formação.

O **objetivo 3** está relacionado às situações que permitem ao estudante ampliar sua visão acerca da relação entre a Mediação de Conflitos e diferentes formas de representação usadas na área de Matemática e que facilitam a identificação de opções na tomada de decisões. Envolve o desenvolvimento de competências como a argumentação e comunicação, por meio de diferentes linguagens; e a reflexão crítica acerca da realidade.

## JUSTIFICATIVA

O Projeto ora apresentado caracteriza-se como pioneiro e ao mesmo tempo trabalha com a desconstrução de que a Matemática é algo fora da vida do estudante. Nesse trabalho propõe-se estabelecer novos paradigmas acerca dessa disciplina escolar. A característica principal deste Projeto será estabelecer com os estudantes novas metodologias de ensino/aprendizagem de Matemática, propondo a centralização do processo de resolução de questões nos estudantes, sob sua mediação e acompanhamento.

Um ponto importante a ser esclarecido é que neste Projeto se desfaz a característica cultural do certo e do errado. Jogar, negociar e mediar são os verbos a serem observados nos Passos sugeridos em cada Etapa. Por essa razão, iniciaremos as nossas discussões com a Mediação de Conflitos, seus princípios e objetivos. Os estudantes terão a oportunidade de exercitar, dentro do campo matemático, a escuta ativa e o *Rapport* aprendendo a enxergar o conflito como uma oportunidade de crescimento pessoal e coletivo, na dinâmica da boa convivência.

A Teoria dos Jogos proporcionará o estabelecimento de mediações negociadas em sala, e levará os estudantes a compreenderem que nem sempre ganhar é o mais importante, mas a aprendizagem que foi construída. Com isso, serão geradas, nos estudantes, habilidades de comunicação, argumentação, empatia e cooperação.

Segundo Nash, a cooperação não é totalmente incompatível com o pensamento de ganho individual, já que ela traz a noção de que é possível maximizar ganhos individuais cooperando com o adversário (CNJ, 2107). Eis o segredo: cooperando, ganhamos! A cooperação, por exemplo, torna a escola menos violenta, mais colaborativa, ou seja, um espaço onde se cultiva o diálogo e a paz.

## PRODUTO FINAL

Ao longo das Etapas que compõem o Projeto serão propostas várias ações visando ao atendimento dos objetivos propostos, que demandam reflexões, discussões e registros por parte dos estudantes. A seleção das produções que comporão os painéis do *Workshop* deve ser feita coletivamente, pelos estudantes, sob seu acompanhamento e mediação, dirigindo as discussões na direção do respeito e responsabilidade.

Recomenda-se, em especial, que as produções dos estudantes procurem envolver, além das propostas de ação exploradas no Projeto, o uso de conhecimentos nele adquiridos para pensar soluções de situações de conflito de interesse, simples mas passíveis de solução, como a criação de comunidades de aprendizagem ou Clubes de Matemática; a organização de associações de pequenos produtores da comunidade; ou outras possibilidades, representando o processo por meio de matrizes e diagramas de árvore.

Para desenvolver as ações propostas no Projeto, a maior parte dos materiais demandados é de baixo custo e fácil de ser adquirido, por ser vendido em papelarias ou bazares. Recomendamos o uso de recursos digitais, quando possível, embora as ações possam ser realizadas por meio analógico. As Tecnologias de Comunicação e Informação serão particularmente úteis no caso da organização e socialização do Produto final.

## DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

Para a realização deste Projeto, sugerimos um planejamento trimestral, com carga-horária prevista de 20 horas-aula, devendo o Projeto ser conduzido sob a liderança do professor de Matemática, de forma interdisciplinar, em conjunto com o professor do componente curricular Língua Portuguesa, conforme apresentado na tabela a seguir:

SUGESTÃO DE PLANEJAMENTO TRIMESTRAL PARA O PROJETO			
ETAPA	PASSOS	NÚMERO DE AULAS	COMPONENTE(S) ASSOCIADO(S)
<b>Conhecendo o Projeto</b>			
Apresentação do Projeto	-	1	Matemática
<b>Desenvolvendo o Projeto</b>			
<b>Etapa 1:</b> A Mediação de Conflitos e as habilidades socioemocionais em situações de disputa	<b>Passo 1:</b> Explorando elementos básicos da Mediação de Conflitos. O que é a Escuta Ativa?	8	Matemática e Língua Portuguesa
	<b>Passo 2:</b> Conhecendo as necessidades e interesses das partes em conflito		Matemática e Língua Portuguesa
	<b>Passo 3:</b> Estabelecendo um <i>design</i> de negociação diante do conflito		Matemática e Língua Portuguesa
<b>Etapa 2:</b> Conhecendo Elementos de Teoria dos Jogos e suas relações com a Mediação de Conflitos	<b>Passo 4:</b> Aprendendo sobre Teoria dos Jogos com o Experimento <i>Flood-Dresher</i>	8	Matemática e Língua Portuguesa
	<b>Passo 5:</b> Explorando representações matemáticas nas tomadas de decisão		Matemática e Língua Portuguesa
	<b>Passo 6:</b> Conhecendo mais sobre representações de escolhas em tomadas de decisão		Matemática e Língua Portuguesa
<b>Organizando e Apresentando o Produto final</b>			
<b>Etapa 3:</b> Ajustes finais do <i>Workshop</i>	<b>Passo 9:</b> Organizando o <i>Workshop</i> Mediação de Conflitos	2	Matemática e Língua Portuguesa
<b>Avaliando o Projeto</b>			
Avaliação e autoavaliação	-	1	Matemática

Antes de iniciar as Etapas do Projeto, recomendamos a realização de uma avaliação diagnóstica, envolvendo a identificação de conhecimentos prévios dos estudantes relacionados à área de Matemática e ao campo da Mediação de Conflitos. Procure levantar como foi a relação de cada estudante com a Matemática nos anos anteriores de escolaridade, levando-os a refletirem sobre o que acreditam terem sido responsáveis pela forma como se dá essa relação, seja ela positiva ou negativa.

Em relação à Mediação de Conflitos, solicite que os estudantes registrem o que pensam sobre sua capacidade de lidar com situações de conflito – como se sentem; que atitude em geral adotam; como procuram resolver seus conflitos; dentre outras possibilidades.

Nesta avaliação prévia não é necessário que os estudantes se identifiquem em seus relatos, para que se sintam à vontade para expor suas ideias, ou informe que seus nomes não serão expostos, caso sejam discutidos resultados do levantamento inicial de informações, coletivamente.

## **ETAPA 1 - A MEDIAÇÃO DE CONFLITOS E AS HABILIDADES SOCIOEMOCIONAIS EM SITUAÇÕES DE DISPUTA**

Na primeira Etapa do Projeto, serão apresentadas as definições dos elementos iniciais e centrais da Mediação de Conflitos, tema que é novo para todos da comunidade, e certamente, mais ainda para quem atua na área de ensino de Matemática. Esses conceitos introdutórios serão essenciais para o entendimento da ideia central do Projeto, bem como para as discussões mais específicas relativas às representações matemáticas que serão exploradas no Projeto.

Estimule os estudantes a participarem das Rodas de conversa e das discussões propostas em todas as etapas, de modo que possam ampliar sua capacidade de comunicação e de reflexão sobre as contribuições que podem dar para a construção de uma cultura de paz em sua escola. Oriente para que os estudantes registrem as sínteses das discussões em *posts* com textos e imagens que, ao final do Projeto, serão selecionados para socialização. A mesma orientação vale para as Etapas seguintes.

No Passo 1, acompanhe as discussões e avalie se os estudantes compreenderam as ideias básicas relativas ao tema, que serão essenciais para o desenvolvimento das ações propostas. No Passo 2, é fundamental mediar a socialização das respostas, avaliando a necessidade de intervir e propor o aprofundamento dos conceitos abordados na ação proposta. No terceiro Passo, os estudantes serão apresentados ao desenho de negociação. Se necessário, apresente outras situações, além da proposta no texto, para os estudantes refletirem e ampliarem sua compreensão sobre o tema.

## **ETAPA 2 - CONHECENDO ELEMENTOS DA TEORIA DOS JOGOS E SUAS RELAÇÕES COM A MEDIAÇÃO DE CONFLITOS**

Nesta Etapa, serão abordadas situações relativas à Teoria dos Jogos em contextos gerais, mas que receberão tratamento matemático, ainda que usando ferramentas simples como tabelas e matrizes. Os estudantes serão convidados, em todos os Passos, a utilizar o raciocínio lógico nas discussões relativas à tomada de decisões, considerando-se situações de conflito geradas por meio dos jogos e problemas propostos.

No Passo 4, os estudantes são convidados a discutir sobre um problema de lógica que se encaixa perfeitamente na natureza dos temas que propomos abordar neste Projeto. Ampliamos o trabalho com formas de representação matemática das possíveis soluções/respostas aos desafios apresentados, que serão também exploradas em ações propostas. No Passo 5, exploramos a produção de matrizes com indicação de possíveis resultados, para análise das definições de tomadas de decisão (Matrizes *Payoff*), para que os estudantes possam compreender as vantagens de seu uso. É fundamental acompanhar a produção dos estudantes e promover a discussão dos resultados, em especial com relação às vantagens e desvantagens dos envolvidos na cena. No Passo 6, os estudantes aprenderão as características centrais dos diferentes tipos de jogos, em razão dos interesses dos participantes e a possibilidade de serem, ou não, firmados acordos antes das tomadas de decisão.

### ETAPA 3 - AJUSTES FINAIS DO WORKSHOP

Esta última Etapa é dedicada à organização da apresentação do Produto final, quando os estudantes decidirão sobre os painéis que comporão o *Workshop* que será apresentado por eles como culminância das ações vivenciadas e aprendizagens elaboradas ao longo do Projeto.

No Passo que constitui essa etapa os estudantes podem reelaborar parte do material, fazendo sínteses de várias produções sobre um mesmo tema, e a colaboração de colegas que ensinam Língua Portuguesa será importante em especial nesta Etapa, embora seja recomendável também nas demais.

Outros materiais podem ser incluídos pelos estudantes, a partir de pesquisas elaboradas por eles sobre os temas abordados no Projeto, sob sua supervisão e avaliação da pertinência, para o público alvo considerado.

## ETAPA 1

# A MEDIAÇÃO DE CONFLITOS E AS HABILIDADES SOCIOEMOCIONAIS EM SITUAÇÕES DE DISPUTA

A Etapa 1 prioriza a apresentação e definição de termos específicos do campo da Mediação de Conflitos, que serão necessários para as ações propostas posteriormente, envolvendo conhecimentos matemáticos. Como os elementos aqui discutidos são pouco familiares à maioria das pessoas, acompanhe as discussões dos estudantes para avaliar se todos compreenderam as ideias apresentadas.

Caso avalie ser necessário, utilize material complementar de leitura ou vídeos, que serão indicados ao longo do desenvolvimento dos Passos.

## PASSO 01

# EXPLORANDO ELEMENTOS BÁSICOS DA MEDIAÇÃO DE CONFLITOS. O QUE É A ESCUTA ATIVA?

O conceito de escuta ativa é fundamental para o trabalho de formação dos estudantes na direção do desenvolvimento de competências gerais da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), como a capacidade de comunicação e negociação de ideias, e a prática de habilidades voltadas para a Negociação de Conflitos, na esfera escolar. Os estudantes devem aprender a valorizar o diálogo, baseado nas diferenças de opinião, respeitando-as, fundamentando o que defendem de maneira racional e situada em referências de fontes procedentes, ou seja, produzidas por profissionais reconhecidos em suas áreas de atuação.

### A MEDIAÇÃO DE CONFLITOS NA PERSPECTIVA DA ESCOLA DE HARVARD

Caro professor, chegou a hora de aproximar-se do seu estudante de forma mais conectada. Esta ação também servirá para a sua atuação como facilitador/mediador do processo educacional. Vamos fazer um exercício de escuta ativa?

### PASSOS PARA O DESENVOLVIMENTO DA ETAPA:

Neste momento todos os estudantes já devem estar posicionados em círculos, inicia-se, então, uma Roda de Diálogos, propondo, aos estudantes, questões como as que seguem:

1. Quando efetivamente me comuniquei com alguém e fui escutado?  
*Todos devem responder livremente.*
2. Como me sinto quando faço uma pergunta via aplicativos de mensagens e vejo que foi visualizado e não obtenho resposta?  
*Todos devem responder livremente.*
3. Como me sinto quando não me ouvem?  
*Todos devem responder livremente.*

As perguntas devem ser feitas em três rodadas. A cada fala, você perceberá a dificuldade que eles terão de ouvir os colegas, mas não os interrompa, deixe a conversa se desenvolver. Apenas os guie para que todos possam falar. Insista com eles: quando chegar a sua vez, fale com sinceridade, sobre como você se sente quando não é escutado.

Proponha a criação de um grupo em um aplicativo de mensagem para o próximo encontro, tendo você, professor, como administrador, juntamente com dois representantes de sala. Eles devem pesquisar na Internet o que é a escuta ativa e lançar as observações no grupo, seja por meio de *links* de vídeo ou textos escritos por eles. Mais informações sobre escuta ativa você encontra no vídeo disponível em: [youtu.be/7Wtp2PIHBEk](https://youtu.be/7Wtp2PIHBEk) (acesso em: 18 fev. 2020). Procure fazer o *download* do vídeo com antecedência, para evitar depender do sinal da Internet no dia da aula.

## PASSO 02

# CONHECENDO AS NECESSIDADES E INTERESSES DAS PARTES EM CONFLITO

Embora o objetivo do Projeto não seja formar mediadores profissionais de conflito, a expectativa é que os estudantes desenvolvam competências relativas à capacidade de diálogo, com ética e respeito, na medida em que aprendem a valorizar processos como a escuta ativa e a empatia. Sampaio et al (2013), realizaram uma pesquisa que evidenciou a diferença de comportamentos empáticos entre crianças, adolescentes e adultos, evidenciando a importância do desenvolvimento sócio-cognitivo para a experiência da empatia. Recomendamos a leitura do texto, que pode posteriormente ser sintetizado para apresentação e discussão com os estudantes. Disponível em: [www.scielo.br/pdf/ptp/v29n4/v29n4a05.pdf](http://www.scielo.br/pdf/ptp/v29n4/v29n4a05.pdf) (acesso em: 18 fev. 2020).



## VAMOS REFLETIR!

Neste ponto, destaque para os estudantes que o conflito em si é caracterizado pela adoção de posições rígidas e pela ausência de interesse comum a todos. Nessa perspectiva faça-os compreender que, diante de qualquer conflito, quando conhecemos as reais necessidades e os reais interesses das partes, soluções em conjunto precisam ser tomadas. Esse é o melhor caminho.

Direcione os estudantes a se colocarem no lugar dos personagens. Proponha que, pensem sobre questões como:

1. Caso você fosse Maria, qual a sua postura diante disso?  
*Oriente-os desta forma: Maria não quer perder suas amigas, mas entendeu ser muito importante para seu futuro a ajuda do colega. Ela quer harmonia entre eles.*
2. Joana e Kátia sentem falta de Maria, qual a necessidade delas?  
*Peça para eles anotarem no quadro.*

3. João não quer que Maria volte a ter problemas em Matemática e se preocupa com a influência de Joana e Kátia, mas prefere se afastar de todas elas. Ele observa, porém, que Maria ficou triste com seu afastamento. Qual sua necessidade e seu interesse?

Algumas hipóteses estão presentes no quadro abaixo. Os estudantes podem pensar em outras, auxiliie-os na mediação da discussão sobre as alternativas que apresentarem. Eles devem pensar em soluções diferentes, considerando cada parte, ou a solução pode ser comum a todos? Discuta com a turma sobre isso.

NECESSIDADES X INTERESSES			
	NECESSIDADE	INTERESSE	SOLUÇÃO
MARIA	Melhorar seu desempenho em Matemática	João e suas amigas conviverem em harmonia	
JOANA	Que Maria fique mais tempo com as amigas	Maria não mudar, mesmo estudando com João	
KÁTIA	Voltar a ter mais tempo com Maria	Maria se afastar de João	
JOÃO	Que Maria não se envolva com as amigas, para não voltar a se prejudicar.	Maria melhorar seu desempenho em Matemática	

Esse quadro demonstrativo norteará sua estratégia de mediação, caso eles não consigam visualizar as necessidades e os interesses dos personagens. Você pode fornecer dicas de hipóteses, mas deixe-os livres para apontarem possíveis soluções. Uns acharão melhor Maria se afastar de João e outros que ela deve deixar as amigas de lado.

Sugira que os estudantes busquem pensar em uma solução colaborativa e discutam sobre como João e Maria poderiam convencer Joana e Kátia a participarem de um grupo de estudos. Organize uma Roda de Diálogo e incentive-os a expor sua opinião, justificando-a. Aqui podemos até não chegar a um acordo, mas, neste caso, podemos negociar uma boa estratégia de convivência sem que ocorra a quebra nos relacionamentos!

### QUEM TEM MEDO DE MATEMÁTICA?

1. Elabore, com a participação de todos da turma, um questionário a ser aplicado em sua escola. A pesquisa visa levantar como é o relacionamento dos estudantes com a disciplina de Matemática.

As questões podem estar relacionadas à escolha de profissões que fariam, considerando sua relação com a disciplina ou sobre os conteúdos matemáticos que eles consideram mais importantes para o exercício da cidadania, ou, ainda, sobre como pensam que poderiam melhorar seu desempenho em Matemática ou como poderiam ajudar um colega que tem dificuldades na disciplina. Depois que o questionário for aplicado, promova o tratamento matemático dos dados (por meio de tabelas, matrizes, gráficos ou outras ferramentas).

Acompanhe a elaboração das questões, pelos estudantes, discutindo e analisando a clareza dos enunciados, os tipos de respostas (múltipla escolha? respostas abertas?), a quantidade de questões, dentre outras variáveis, objetivando a viabilidade do processo de aplicação. Você pode orientá-los a usar uma ferramenta de criação de questionários online ou em estratégias de aplicação dos formulários que sejam adequadas para a realidade local.

Oriente os estudantes a formularem as questões pensando na tabulação das respostas, evitando ambiguidades ou a sobreposição de respostas, levando em conta os objetivos do questionário. Neste caso, a ideia é que os estudantes entendam que as relações de muitos estudantes com a Matemática é uma relação conflituosa, uma vez que eles não se sentem aptos a lidarem com os conteúdos trabalhados nesta Disciplina. Por outro lado, a solução desse problema é difícil de ser alcançada se ele não for abordado de maneira adequada, pelos professores e estudantes, em uma perspectiva coletiva e colaborativa.

Em situações como essa, que podem espelhar a vivência de situações frustrantes de não compreensão de ideias apresentadas ou de exposição de fragilidades conceituais, diante do grupo, é fundamental a adoção da escuta ativa e de técnicas de mediação de conflitos, buscando-se soluções de dimensão colaborativa.

2. Quando concluir a organização dos dados, elabore com seus colegas um fórum de discussão, constituído por grupos de opiniões distintas sobre o tema, que argumentarão sobre suas posições, propondo soluções para a superação das questões mais conflituosas para o grupo, utilizando como suporte o que entenderam até aqui sobre Mediação de Conflitos.

Os estudantes poderiam, dependendo dos resultados obtidos, propor soluções para a melhoria da relação dos colegas com a Matemática. Por exemplo, organizar grupos de estudos ou criar comunidade de conhecimento compartilhado (nos aplicativos de mensagens, nas redes sociais ou outras plataformas), ou, ainda, a criação de um Clube de Matemática na Escola, onde poderiam ser tratados temas extra-curriculares, que ampliariam a relação com o mundo da Ciência dos padrões, visando ao crescimento de todos os envolvidos.

No endereço eletrônico da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBMEP) você encontra dicas sobre como montar um Clube de Matemática na escola (disponível em: [clubes.obmep.org.br/blog/sobre/o-que-e-preciso-paramontar-um-com](http://clubes.obmep.org.br/blog/sobre/o-que-e-preciso-paramontar-um-com). Acesso em: 20 fev. 2020). No endereço estão disponíveis sugestões de texto; a ludoteca e a videoteca dos Clubes; e Salas de Estudos, Problemas e Atividades.

### PASSO 03

## ESTABELECENDO UM *DESIGN* DE NEGOCIAÇÃO DIANTE DO CONFLITO

O objetivo deste Passo é demonstrar que em todo o tempo o ser humano negocia, toda vez que ocorre alguma necessidade que demande essa habilidade. As relações humanas nos levarão a nos colocarmos em posicionamentos nos quais queremos vencer, seja através do diálogo, seja através da força.

A Mediação de Conflitos requer que os alunos apreendam que os posicionamentos que tomamos diante de uma situação de conflito nem sempre estão corretos. Desta feita, necessitamos negociar de alguma maneira, a fim de que as necessidades sejam supridas, sem que os conflitos se agravem.

É importante que os estudantes percebam que todos nós negociamos, e negociamos todo o tempo, desde o nosso nascimento, e todos nós temos poder, seja em maior ou menor medida. Saber negociar é ter poder. Negociar com a arte da mediação, torna esse poder compartilhado e gera mudanças nas posições relacionais, gera empatia, empoderamento e protagonismo.

## VAMOS REFLETIR!

No momento em que a turma estiver realizando o exercício do conflito do cérebro (leitura dos nomes de cores), você, professor, deve também fazê-lo em dupla com algum estudante, vivenciando a ação. Os estudantes irão perceber que não é tão fácil, quanto se possa imaginar, fazer a ação proposta, isso porque o desafio gera um conflito na maneira de pensar do nosso cérebro.

### O CONFLITO E O PODER

Sabemos que na sala de aula, há alunos que exercem protagonismo negativo e há aqueles que são tímidos e pouco se posicionam. A prática desta ação demonstrará que todos possuem poder para resolver suas dissensões. Sugerimos que esta ação seja desenvolvida com seus alunos da seguinte forma:

1. A sala deve estar posicionada em círculo, para facilitar os debates;
2. Se os estudantes olharem sem muito cuidado as figuras, dirão que nenhuma daquelas pessoas detém poder. Para discutir com profundidade sobre os resultados da análise das imagens, divida a sala em dois grupos: o primeiro grupo irá defender que todas as pessoas detêm algum tipo de poder, apresentando justificativas definidas coletivamente. A outra parte discordará dessa posição, apresentando justificativas nessa direção. Deixe-os falar livremente. Depois oriente-os a inverterem seus posicionamentos, ou seja, mudarem seus argumentos.

A finalidade dessa dinâmica é trazê-los ao campo da argumentação negociativa. Ainda que inconscientemente eles observarão que posições mudam e argumentos também. Na verdade, não há o certo e o errado, o verdadeiro e o falso, há posicionamentos que divergem, diante dos valores e crenças que carregamos durante a nossa vida, às quais muitas vezes precisamos rever.

Quando você os fizer mudar as posições de seus argumentos, feche esse Passo e discorra evidenciando que TODOS (o paciente, o bebê e o mendigo) têm poder. Os médicos não podem retirar o paciente em coma dos aparelhos sem o devido diagnóstico de morte cerebral, pois as leis do nosso país dão a ele o poder de não ter a sua vida violada. Os bebês também têm poder - eles sabem que quando choram conseguem suprir suas necessidades. O mendigo detém poder ao não esconder sua situação de vulnerabilidade e pedir uma resposta da sociedade para seu problema.

Mesmo com os argumentos acima apresentados, alguns estudantes podem compreender que as pessoas das imagens não têm poder e tentarão convencê-lo desta posição. Neste ponto é importante que eles percebam naquele momento eles estão negociando com você, estão exercendo o poder da fala, para o convencerem a aderir aos seus posicionamentos. Destaque o poder que a PALAVRA e o DIÁLOGO têm.

A discussão sobre as imagens não se presta a definir se ou quem está certo ou errado, mas demonstra que argumentos divergentes podem ser negociados ou mediados de forma colaborativa e solidária

## VAMOS REFLETIR!

1. Qual foi a última vez que você negociou algo e obteve êxito?

O êxito, neste caso, não significa ganhar no argumento ou tirar vantagens, mas o resultado do processo colaborativo e solidário envolvido. Comece por você, professor, apresentando uma resposta a essa pergunta.

2. Compartilhe um momento em que você não analisou, como devia, determinado conflito e a relação com o outro foi rompida. Se isso acontecesse hoje você estaria apto a dialogar e desenhar uma boa negociação? Apresente uma justificativa para sua resposta!

Inicie a Roda de Diálogo expondo para a turma uma situação que você vivenciou e na qual precisou negociar com alguém - na escola, na família ou na comunidade.

A terceira e última ação proposta neste Passo visa fazer os estudantes falarem sobre algum acontecimento em que eles tiveram êxito em suas negociações e fazê-los dialogarem sobre os posicionamentos errados acerca de alguns conflitos em que ocorreu uma situação de rompimento de relação. Leve-os a refletirem sobre as questões propostas e deixe a Roda de Diálogo aberta para quem quiser falar sobre o assunto.

Ainda que alguns estudantes não consigam se expressar, peça a eles para discorrer sobre a importância de negociar, fundamentando sua fala na definição apresentada por Vasconcelos sobre a negociação:

É o planejamento, a execução e o monitoramento, sem a interferência de terceiros, envolvendo pessoas, problemas e processos, na transformação ou restauração das relações, na solução de disputas ou trocas de interesses [...]. Deve ser cooperativa, pois não tem por objetivo eliminar, excluir ou derrotar a outra parte. (VASCONCELOS, 2005, p.56)

Essa dimensão da negociação é fundamental em um processo de formação de nossos jovens na perspectiva da preparação para a Mediação de Conflitos e deve ser valorizada todo o tempo.

## ETAPA 2

# CONHECENDO ELEMENTOS DA TEORIA DOS JOGOS E SUAS RELAÇÕES COM A MEDIAÇÃO DE CONFLITOS

A Teoria dos Jogos lida com processos de decisão de dilemas e conflitos, a partir da análise dos benefícios individuais quando confrontados com os benefícios coletivos, embora não seja nosso objetivo aprofundar o estudo dessa teoria, mas focar em algumas formas de representação de situações de conflito de interesses, que podem ajudar a refletir sobre possíveis tomadas de ação e suas consequências.

## PASSO 04

# APRENDENDO SOBRE TEORIA DOS JOGOS COM O EXPERIMENTO FLOOD-DRESHER

## EXPERIMENTO FLOOD-DRESHER

Procure verificar se todos os estudantes compreenderam a definição de Matriz *Pay-Off* e, se possível, amplie a discussão com outros exemplos, apresentados no texto de Feliciano (2007). A representação de dilemas e suas consequências, por meio desse tipo de matriz, possibilita discutir conceitos matemáticos como o de Matriz, associando-o às tabelas de dupla-entrada, e de par ordenado, fundamental para a leitura, interpretação e produção de gráficos no plano cartesiano.

Em relação ao experimento citado, Azevedo (2016, p.69) faz a seguinte observação:

Merece registro a ideia de que se houvesse um mediador acompanhando o exercício Flood Dresher, este logo na primeira rodada não diria às partes como deveriam jogar – mas questionaria as estratégias de cada um levando os a ponderar sobre o grau de funcionalidade destas. Por este motivo, no presente Manual se registra em diversas oportunidades que o papel do mediador não consiste em apresentar soluções e sim em agir de forma a estimular partes a considerarem desenvolvimentos da relação conflituosa.

Em suma, a relação de cooperação com competição em um processo de resolução de disputas não deve ser tratada como um aspecto ético da conduta dos envolvidos e sim por um prisma de racionalidade voltada à otimização de resultados. Isto é, se em uma relação continuada uma das partes age de forma não cooperativa, esta postura deve ser examinada como um desconhecimento da forma mais eficiente de ação para seu conflito – seja por elevado envolvimento emocional, seja pela ausência de um processo maduro de racionalização.

O autor destaca ainda que, em uma perspectiva racional, a cooperação não se daria por serem os dois jogadores altruístas, mas por entenderem que esta direção é a que traz mais benefícios para ambos.

## PEDRA, PAPEL, TESOURA

Depois de preenchida a Matriz ela ficaria como indicado em seguida:

		OPÇÃO 1		
		JOGADOR B		
		PEDRA	PAPEL	TESOURA
JOGADOR A	PEDRA	(0, 0)	(-1, 1)	(1, -1)
	PAPEL	(1, -1)	(0, 0)	(-1, 1)
	TESOURA	(-1, 1)	(1, -1)	(0, 0)

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

Outra maneira de preencher uma Matriz *Pay-Off* é como indicado em seguida:

		OPÇÃO 2		
		JOGADOR B		
		PEDRA	PAPEL	TESOURA
JOGADOR A	PEDRA	0	-1	1
	PAPEL	1	0	-1
	TESOURA	-1	1	0

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

Ou seja, nessa forma alternativa, preenche-se as células da matriz apenas com o resultado do jogador A, considerando a jogada do jogador B. Este tipo de matriz assemelha-se mais ao tipo normalmente estudado no Ensino Médio.

A expectativa é que se apenas um estudante da dupla conhecer as estratégias de vitória do jogo ele terá vantagem sobre o adversário e o jogo deixará de ser justo, ou seja,

um dos jogadores terá mais chances de vitória do que o outro. Ampliamos a discussão sobre este tipo de jogo, adiante. Para equilibrar a situação, os dois jogadores precisariam ler o artigo e compreender a estratégia vitoriosa, o que levaria a uma nova situação de equilíbrio. Como no jogo-da-velha tradicional, se os dois participantes têm a mesma experiência e habilidade em relação às estratégias de vitória, o jogo sempre termina empatado.

Acompanhe a produção dos estudantes em relação à Matriz que representa as opções de jogada, avaliando se os pares ordenados de valores foram adequadamente produzidos. Se necessário, procure retomar as orientações para o grupo, para que todos possam compreender a estrutura das matrizes aqui exploradas.

## A TEORIA DA ESCOLHA RACIONAL (TER)

Recomendamos, para complementar a discussão sobre escolhas racionais, a leitura e discussão do texto: "Contribuições da teoria dos jogos, da escolha racional e do conceito de capital social para o estudo da cooperação entre sociedade e poder público local", da autoria de Cristiano das Neves Bodart, de 2016, disponível no seguinte endereço: [periodicos.ufsm.br/sociaisehumanas/article/view/20954/pdf](http://periodicos.ufsm.br/sociaisehumanas/article/view/20954/pdf) (acesso em: 18 fev. 2020). No texto o autor procura explicar as razões do engajamento de uma comunidade em uma parceria estabelecida com o poder público.



## VAMOS REFLETIR!

1. Em que situações decisivas você costuma agir de forma racional?
2. Há situações em que isso não acontece?
3. Registre suas respostas e apresente-as a seus colegas em uma grande Roda de Conversa.

As respostas a essas questões são individuais, mas espera-se que os estudantes reflitam sobre a necessidade de reflexão, com cuidado e de modo racional, pensando-se nas consequências de suas escolhas, sempre que nos colocamos diante de uma situação de conflito. Quando agimos de modo impulsivo e não racional, corremos o risco de tomar decisões das quais nos arrependemos depois, por não termos pensado nas consequências de nossos atos.

Promova a escuta ativa e acolha as respostas dos estudantes em relação à tomada de decisões não racionais postas nas situações que eles apresentarem. Em alguns casos, a indicação da técnica da contagem até 10 já ajuda bastante. A campanha *Conte até 10 nas Escolas*, por exemplo, promovida pelo Ministério Público, visa à implantação de uma cultura de paz nas escolas e adota essa perspectiva: precisamos refletir antes de agir.

## PASSO 05

# EXPLORANDO REPRESENTAÇÕES MATEMÁTICAS NAS TOMADAS DE DECISÃO

Neste Passo, trazemos as definições de jogos simultâneos, cooperativos e não-cooperativos. Esta distinção é importante e possibilita a discussão sobre a experiência anterior dos estudantes com jogos, uma vez que, em geral, elas envolvem caráter mais competitivo do que colaborativo, seja em jogos individuais (como tênis) ou em grupo (como futebol). Embora a atitude dos jogadores de um time seja de cooperação entre si, a proposta do jogo é de competição (um time contra outro).

Mesmo em situações que não envolvem expressamente um jogo, os estudantes vivenciam competições, o que ocorre em relação a notas ou em relações de amizade ou

namoro. Em geral, essas competições geram estresse nos jovens e podem provocar seu isolamento. Em muitos casos, faz-se necessária a intervenção de um professor ou mesmo de um profissional da saúde (psicólogo ou médico), para evitar problemas mais sérios.

No ambiente escolar, é fundamental tratar de tais questões, o que pode ajudar os estudantes a lidarem com frustrações e a evitarem provocar desgaste emocional em razão de conflitos causados por competições que não ajudam os envolvidos.

## DEFINIÇÕES IMPORTANTES NO CAMPO DA TEORIA DOS JOGOS

Que relação os estudantes podem estabelecer entre jogos cooperativos e as discussões iniciais sobre Mediação de conflitos e escuta ativa?

Os jogos cooperativos envolvem ideias importantes da Mediação de Conflitos, como a combinação de posições que impliquem em benefícios coletivos. O fato de os participantes poderem conversar sobre as escolhas e decisões que tomarão, visando ao que é melhor para todos os envolvidos, remete à prática da escuta ativa.

Um jogo não cooperativo pode ser transformado em um jogo cooperativo, se forem feitas negociações e definidos ganhos coletivos para os participantes, por meio da estratégia de Mediação de Conflitos. É fundamental que os estudantes compreendam a importância do estabelecimento de diálogo, em todos os âmbitos de sua vida.



## VAMOS REFLETIR!

As situações de jogo em aulas de Matemática oportunizam a discussão sobre elementos de natureza social, cultural e política que extrapolam o campo da disciplina. Por meio de jogos podemos trazer para a sala de aula discussões sobre ética e respeito, envolvendo questões como saber garantir a vez do outro; saber ganhar e saber perder; agir em respeito às regras estabelecidas; compreender e questionar regras que não impliquem em justiça no jogo. Sobre esse último ponto, voltaremos a tratar adiante, quando formos trabalhar com jogos não-justos.

Solicite que os estudantes socializem e expliquem suas produções relacionadas à sua relação com a participação em jogos. Ela mudou, do momento em que foi apresentada na avaliação diagnóstica para cá? O que pode ser melhorado na relação do estudante com as situações de jogo? Ele entende que precisa conhecer e respeitar as regras e que pode questioná-las, se elas não forem razoáveis? Discuta com a turma sobre esses e outros pontos que considerar importantes.

## COMO IDENTIFICAR SE UM JOGO É, EM PRINCÍPIO, JUSTO?

Na ação proposta, os estudantes terão a oportunidade de analisar, por meio de estratégia de contagem, se um jogo é ou não justo, o que pode algumas vezes contrariar nossa percepção inicial. Nesse jogo, o número de opções de pontuação para um jogador (se o maior valor sorteado é 1, 2, 3 ou 4) é maior que as opções para o outro (se o maior valor sorteado é 5 ou 6). Por esta razão, nas vezes em que aplicamos este jogo em sala de aula, a maioria dos estudantes tem a impressão inicial de que ser o jogador A era melhor, já que as opções de pontuação eram aparentemente maiores (1, 2, 3 ou 4). Depois que os estudantes realizarem as rodadas sugeridas, explore a análise do jogo, do ponto de vista da justiça.

### Jogando o Jogo do Máximo

1. Como foi feita a escolha para decidir quem seria o primeiro e o segundo jogador?

Quando não é realizado algum tipo de sorteio, há uma tendência de um dos participantes escolher o que acredita que será melhor para ele. Em geral os estudantes acreditam que ser o jogador A leva a uma maior chance de vitória.

2. Qual foi o valor máximo que foi sorteado mais vezes?  
As respostas variam de grupo para grupo.
3. Quantas vezes o número 1 foi o maior valor obtido no sorteio dos dados?  
O número 1 só será o maior valor obtido se em ambos os dados for sorteado o número 1.
4. Em que razão a face do dado com o número 1 foi o valor máximo?  
A resposta varia de grupo para grupo, mas ela deve ser indicada contando o número de pares (1,1), no total de 20 rodadas.
5. Quantas vezes o número 6 foi o maior valor obtido no sorteio dos dados?  
As respostas variam de grupo para grupo. Confira se todos contaram corretamente as vezes em que o número 6 foi o mais alto.
6. Em que razão a face com o número 6 foi o valor máximo?  
A resposta varia de grupo para grupo, mas ela deve ser indicada contando o número de pares em que o número 6 é pelo menos um dos termos, no total de 20 rodadas.
7. Qual jogador venceu mais vezes?  
As respostas variam de grupo para grupo, mas há uma probabilidade ligeiramente maior de vitória do segundo jogador, contrariando as expectativas iniciais dos estudantes.

### RESULTADOS POSSÍVEIS NO JOGO DO MÁXIMO

		VALOR SORTEADO NO 2º DADO					
		1	2	3	4	5	6
VALOR SORTEADO NO 1º DADO	1	A	A	A	A	B	B
	2	A	A	A	A	B	B
	3	A	A	A	A	B	B
	4	A	A	A	A	B	B
	5	B	B	B	B	B	B
	6	B	B	B	B	B	B

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

Após preenchida a tabela, observando o número de vezes que cada jogador ganharia, seguem respostas para as questões:

1. Qual a probabilidade de o primeiro jogador vencer?  
16 em 36 rodadas, ou seja, 44,44%.
2. Qual a probabilidade de o segundo jogador vencer?  
20 em 36 rodadas, ou seja, 55,55%, uma probabilidade ligeiramente maior de vitória.
3. Se as regras do jogo fossem mudadas de modo que o segundo jogador vencesse quando o maior valor sorteado fosse 1 ou 3, o jogo seria vantajoso para qual jogador?  
Sugira que os estudantes preencham uma tabela semelhante à anterior, considerando as novas regras, o que levaria aos seguintes resultados:

## RESULTADOS POSSÍVEIS NO JOGO DO MÁXIMO

		VALOR SORTEADO NO 2º DADO					
		1	2	3	4	5	6
VALOR SORTEADO NO 1º DADO	1	B	B	B	B	B	B
	2	B	A	B	A	A	A
	3	B	B	B	B	B	B
	4	B	A	B	A	A	A
	5	B	A	B	A	A	A
	6	B	A	B	A	A	A

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

Ou seja, o jogador A teria 16 em 36 chances e o jogador B teria 20 em 36 chances, tendo, portanto, mais possibilidade de ganhar que o jogador A.

#### 4. Que modificação deveria ser feita nas regras do jogo para que ele seja justo?

A resposta é pessoal e existem muitas maneiras de tornar o jogo justo. Uma delas seria utilizar apenas um dado, com um dos jogadores sendo pontuado ao ser sorteado um número par e o outro quando o número sorteado for ímpar. Avalie as modificações propostas pelos estudantes, orientando que verifiquem se elas satisfazem a condição de igualdade de chances de vitória, preenchendo-se uma tabela como a proposta na ação, considerando-se as novas regras enunciadas por cada estudante ou equipe.

#### 5. Como você se sente, como jogador, quando tem certeza de que o jogo do qual está participando é justo? No caso de não ser justo, que atitude(s) seria(m) mais sensata(s) para ser(em) adotada(s) pelos participantes?

As respostas são pessoais, mas a discussão sobre igualdade de oportunidades, nas diversas situações que vivenciamos, é fundamental para uma formação de qualidade, considerando a construção de uma sociedade mais justa.

Recomendamos que os estudantes elaborem um quadro com os possíveis resultados de vitória para cada jogador, em função das regras do jogo, avaliando matematicamente se o jogo é ou não justo. Caso concluam que o jogo não é justo, solicite que mudem uma ou mais regras do jogo, de modo que ele se torne um jogo justo. Neste caso, as mudanças podem variar de grupo para grupo, mas é importante que os estudantes testem se a mudança de regras resultou realmente em igualdade de chances de vitória para todos os participantes.

Os jogos que envolvem o conceito de probabilidade são, em geral, muito profícuos para o trabalho com a noção de justiça e injustiça nos jogos, e a proposição de mudanças nas regras ajuda o desenvolvimento do raciocínio lógico, além de trabalhar com leitura, interpretação e produção de textos.

## PASSO 06

# CONHECENDO MAIS SOBRE REPRESENTAÇÕES DE ESCOLHAS EM TOMADAS DE DECISÃO

Neste Passo, os estudantes estudarão uma nova forma de representação de possibilidades de decisão em uma situação de conflito (árvores de decisão), ampliando o

que aprendeu com as matrizes do tipo *payoff*. Você pode aproveitar a oportunidade para propor mais questões envolvendo o uso de árvores de probabilidade, raciocínio bastante demandado na BNCC (BRASIL, 2018), desde os anos iniciais da Educação Básica. O pensamento probabilístico alarga o horizonte de percepção do estudante acerca do que é a Matemática, deixando de vê-la como uma ciência que lida apenas com valores certos e exatos, para ingressar no mundo das possibilidades, que melhor descreve o tempo futuro, próximo ou distante.

Sugerimos que, caso você deseje apresentar mais elementos relacionados aos jogos cooperativos, proponha aos estudantes que assistam ao vídeo *Jogos cooperativos – Teoria dos jogos*, disponível em: [youtube.com/watch?v=kwtAOAfzZKo](https://youtube.com/watch?v=kwtAOAfzZKo) (acesso em: 18 fev. 2020). Depois que o vídeo for concluído, procure promover discussão sobre as situações propostas, como o *Jogo da Divisão da Conta*, que trata da simetria dos participantes. A versão em texto do vídeo está disponível no endereço: [enchoindiestudio.wordpress.com/2017/02/15/jogos-cooperativos](https://enchoindiestudio.wordpress.com/2017/02/15/jogos-cooperativos) (acesso em: 18 fev. 2020).

## ARVORE DE DECISÃO

Para auxiliar os estudantes a entenderem melhor a definição dada, considerando um exemplo, recomendamos a apresentação do vídeo: *Árvores de Decisão - Exemplo completo com construção e cálculo*, disponível no seguinte endereço: [youtube.com/watch?v=PCTEnghWDxA](https://youtube.com/watch?v=PCTEnghWDxA) (acesso em: 18 fev. 2020).

Neste vídeo, o exemplo de árvore de decisão relativa às alternativas de uma academia, de fazer ou não fazer uma ampliação em suas instalações, tem a forma da figura apresentada em seguida. Sugerimos que a árvore apresentada no vídeo seja discutida coletivamente, para que todos entendam sua organização.

Para ampliar o trabalho sobre a configuração de árvores de decisão, leia o texto *Teoria dos Jogos*, de Câmara (2011), e explore elementos nele apresentados, na sala de aula. Proponha que os estudantes façam a representação das alternativas de desenvolvimento de passos sequenciais de uma tomada de decisões, elaborando árvores de decisão.

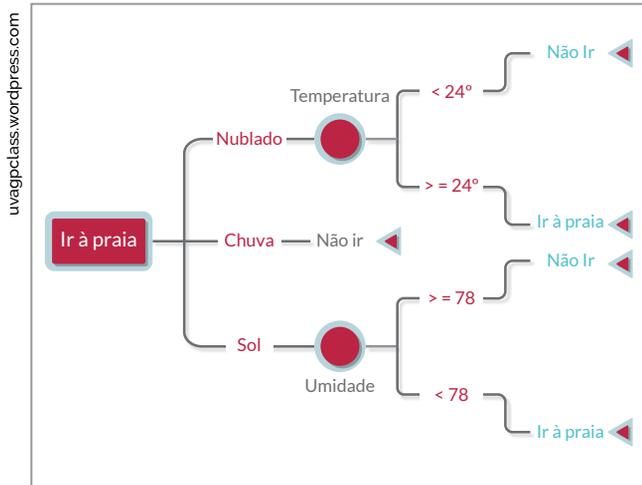
O texto disponibilizado no endereço eletrônico [uvagpclass.wordpress.com/2017/12/01/arvore-de-decisao-a-ferramenta-ideal-para-tomada-de-decisoes](https://uvagpclass.wordpress.com/2017/12/01/arvore-de-decisao-a-ferramenta-ideal-para-tomada-de-decisoes) (acesso em: 18 fev. 2020), traz o exemplo destacado de uma árvore de decisão relacionada a um evento do cotidiano:

a decisão de ir, ou não, à praia, dependendo do clima, umidade do ar e temperatura.

Explore o modelo com os estudantes e proponha que eles elaborem árvores semelhantes considerando outras situações do dia a dia deles ou da comunidade. No caso do exemplo destacado (sobre a decisão de ir à praia), questione sobre quais informações os estudantes costumam levantar quando pretendem participar de um evento ou passeio – como ir à praia ou a um jogo de futebol, por exemplo (valor máximo do ingresso; data do evento; distância do evento à sua casa, etc). Essas variáveis precisam constar na árvore que elaborarem.

O texto disponível no endereço citado traz a seguinte observação:

Problemas reais de tomadas de decisão geralmente envolvem muitos fatores, estados da natureza, pessoas e objetivos, que muitas vezes são conflitantes e não há uma decisão clara que possa ser tomada de imediato, assim a metodologia estudada acima, fornece alternativas, estabelece definições explícitas e precisas, oferece eventos e preferências de uma forma diferente que talvez não fossem consideradas de outro modo. A escolha entre duas alternativas, mesmo que mentalmente, é considerada uma árvore de decisão, já que se está ponderando as opções de escolhas e levando em consideração fatores relevantes nesta decisão. Quando o volume dos cálculos são maiores e mais complexos, o uso dos computadores são comuns, tornando o processo de decisão ainda mais rápido e eficaz.



Dialogue com os estudantes sobre os elementos apresentados no texto, para que eles ampliem sua compreensão acerca do que são as árvores de decisão.



## VAMOS REFLETIR!

A organização de uma árvore de decisão auxilia a pensar nas consequências das escolhas que fazemos, diante de situações de conflito ou de escolhas. Todo o tempo nos colocamos diante da necessidade de tomarmos decisões, sejam relativas a atividades corriqueiras que fazemos ao longo do dia, seja em relação a questões importantes que poderão trazer implicações para todo o nosso futuro, como definir que carreira seguir.

Pensar sobre as consequências de nossas escolhas, de maneira racional, possibilita que adotemos parâmetros mais sensatos na hora de tomarmos nossas decisões, mesmo que posteriormente elas se mostrem equivocadas. Deste modo, explore com os estudantes a elaboração de árvores de decisão e discuta sobre como definir os ramos no processo, em situações diversificadas.

No endereço indicado, a seguir, há outros exemplos de árvores de decisão, bem como outros detalhes sobre esse tipo de representação na organização de projetos diversos, a maioria do campo financeiro: [gp4us.com.br/arvore-de-decisao](http://gp4us.com.br/arvore-de-decisao) (acesso em: 18 fev. 2020).

## ETAPA ③

### AJUSTES FINAIS DO WORKSHOP

O *Workshop* constitui o ponto de culminância do processo de aprendizagem desenvolvido ao longo do Projeto e, embora demande um protagonismo ainda maior dos estudantes, não será um processo difícil de ser feito, se os estudantes tiverem o cuidado de, desde as Etapas iniciais, fazer os registros de suas respostas de modo cuidadoso e caprichado.

Em todo caso, o Passo 7 é compreendido por um momento dedicado aos ajustes no material que já foi produzido e o essencial é acompanhar o planejamento do evento organizado pelos estudantes, verificando em especial se a distribuição de tarefas está sendo considerada e se será respeitada no dia de apresentação do *Workshop*.

## PASSO 07

### ORGANIZANDO O WORKSHOP MEDIÇÃO DE CONFLITOS

A decisão sobre o material a ser socializado com a comunidade dependerá de vários aspectos: a produção dos estudantes, acumulada ao longo do Projeto; os subtemas que mais chamaram a atenção deles; as ideias que os estudantes acreditam que motivarão mais os membros da comunidade escolar e extraescolar; dentre outras possibilidades.

Como sugestão, que pode ser tomada como exemplo, indicamos: a organização de árvores de decisão em processos relacionados a problemas vivenciados pela comunidade. Neste caso, os estudantes poderiam fazer uma enquete ou levantamento prévio dos temas mais emergentes nessa direção.

Outras ações que poderiam complementar o Produto final são: a discussão sobre organização de estruturas de cooperação, na comunidade, voltadas para setores de produção ou consumo; a organização de ações para um Clube de Matemática na escola; a elaboração de campeonatos de jogos (colaborativos; não colaborativos e mistos); a proposição

de redes colaborativas de estudo, com a participação de profissionais da comunidade que desejem contribuir para a melhoria de desempenho dos estudantes.

Estas são algumas das possibilidades que podem ser apresentadas aos estudantes para decidirem o melhor formato das ações que irão realizar no momento de culminância do Projeto.

Acompanhe o planejamento de todos os painéis propostos pelos estudantes para o *Workshop*, buscando contar com a colaboração de colegas professores de Língua Portuguesa, Informática, Arte e outras áreas. Eles podem ajudar os estudantes a pensarem em contextos interdisciplinares, a partir do que aprenderam ao longo do Projeto.

Proponha que os estudantes elaborem uma planilha de organização do evento, contando com o título do *Workshop*; os temas dos painéis e seus respectivos responsáveis; os horários de duração, início e término de cada painel; o material e a estrutura física necessária para cada painel. Tudo deve ser pensado antecipadamente, para evitar imprevistos no dia do evento.

## AVALIANDO O PROJETO

Professor(a), a avaliação no Projeto Integrador possui um caráter diagnóstico e formativo, sem um caráter classificatório. O processo deve preponderar mais que o produto. Nesse sentido, é relevante o acompanhamento progressivo dos estudantes durante a construção de todo o Projeto. A avaliação processual colaborará para que se verifique, mais de perto, se os estudantes estão se envolvendo, estão desenvolvendo as aprendizagens previstas, apoiando-os nas suas dificuldades. Recorde, sempre, que a proposta é que o estudante seja o protagonista do Projeto, o centro do processo de ensino e aprendizagem.

Sua participação também é relevante ao término do Projeto, acompanhando a avaliação de desempenho de cada estudante e também dos grupos que foram formados. É importante conduzir este momento estando perto dos estudantes, provocando-os a realizar uma avaliação qualitativa, envolvendo todo o Projeto. Busque verificar se compreenderam as competências gerais e específicas e as habilidades da BNCC previstas no Projeto.

Avaliar a aprendizagem na escola é um veículo para tornar bem-sucedidas as ações de ensinar e aprender. Portanto, não se pode desconectar a avaliação do estudante do processo de ensino do docente. Acompanhe com carinho o processo de avaliação do Projeto dos grupos de estudantes bem como a autoavaliação de cada um deles.

## REFERÊNCIAS

BORGES, C. D.; SANTOS, M. A. Aplicações da técnica do grupo focal: fundamentos metodológicos, potencialidades e limites. **Revista da SPAGESP** - Sociedade de Psicoterapias Analíticas Grupais do Estado de São Paulo Jan.-Jun. 2005, Vol. 6, No. 1, pp. 74-80.

*A técnica do grupo focal tem sido utilizada por pesquisadores da saúde e das ciências humanas e sociais e pode ser parcialmente adaptada para uso no ensino de disciplinas da Educação Básica, observando-se demandas da sala de aula e a natureza dos temas abordados.*

CÂMARA, S.F. **Teoria dos jogos**. Florianópolis, SC: Departamento de Ciências da Administração/UFSC, 2011.

*O texto de Câmara possibilita a ampliação e aprofundamento do trabalho com elementos de Teoria dos Jogos, em aulas de Matemática ou em ações complementares feitas em Clubes de Matemática ou outros espaços escolares informais de ampliação da formação dos estudantes.*

FELICIANO, L.P.S. **Teoria dos Jogos**; uma nova proposta para o Ensino Médio. Dissertação. Mestrado Profissional. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

*A Dissertação de Feliciano contém outros exemplos de representações matemáticas utilizadas na análise de jogos e situações, que podem complementar as propostas apresentadas no Projeto, considerando as demandas da sala de aula.*

SAMPAIO, L.R. et al. Sentimentos Empáticos em Crianças, Adolescentes e Adultos. **Psicologia: Teoria e Pesquisa** Out-Dez 2013, Vol. 29 n. 4, pp. 393-401. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ptp/v29n4/v29n4a05.pdf>>. Acesso em 20 set. 2019.

*Este artigo trata do resultado de uma investigação sobre sentimentos como justiça e compaixão, envolvendo pessoas de diferentes idades, destacando a importância do desenvolvimento sócio-cognitivo dos envolvidos na experiência da empatia.*

## REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)**. Brasília: MEC, 1998.

*Mesmo com a aprovação da Base Nacional Comum Curricular, os Parâmetros ainda constituem uma importante fonte de discussão sobre o ensino de Matemática na Educação Básica.*

SCHABBEL, C. *Mediação Escolar de Pares: semeando a paz entre os jovens*. Califórnia: WHH, 2002

*O texto compreende parte das discussões da autora em sua Tese de Doutorado, e constitui ferramenta auxiliar ao professor que deseja implementar em sua escola uma cultura de respeito mútuo, tolerância e diálogo.*

PROJETO 5

# MATEMÁTICA, ENGENHARIA E ARQUITETURA: CONSTRUINDO PONTES

TEMA INTEGRADOR: STEAM

## CONHECENDO O PROJETO

Prezado(a), professor(a), é muito comum dizermos que a Matemática faz parte do cotidiano, que as ideias matemáticas são aplicadas na resolução de problemas práticos, mas muitas vezes não conseguimos evidenciar, em nossas aulas, a relação entre a Matemática e o mundo à nossa volta, o que ajudaria nossos estudantes a entenderem a importância do conhecimento matemático escolar para sua formação.

Neste Projeto, o propósito é contextualizarmos algumas ideias e conteúdos matemáticos abordados no Ensino Médio, relacionando-os a aplicações na Engenharia e Arquitetura. Por outro lado, também possibilitamos a retomada de alguns tópicos importantes da Matemática do Ensino Fundamental, os quais são utilizados em algumas atividades propostas.

Pretendemos que o estudante, a partir dos contextos aqui apresentados, aprofunde sua compreensão acerca da aplicabilidade do conhecimento matemático em situações práticas, mas, também, na resolução de problemas de natureza social, com soluções que ele pode contribuir.

O Brasil é um país de grandes dimensões e as características de cada região são únicas e, mesmo dentro de uma mesma região ou estado, as mais diversas realidades convivem simultaneamente. Desse modo, é necessário adequar as discussões aqui propostas para focos que considerem essas particularidades.

No caso específico das construções, os estudantes são convidados a olharem para elas, de uma perspectiva mais ampla. Elas estão presentes em todos os lugares e sua exploração proporcionará a percepção da diversidade e das singularidades do entorno, bem como a valorização do conhecimento escolar para intervir e transformar, em parceria com os conhecimentos adquiridos fora da escola.

Procure apoiar os estudantes na tarefa de compreender, de forma clara, o avanço que significa trabalhar por meio de um projeto integrador, ampliando o seu protagonismo e se preparando para o mundo do trabalho, cada vez mais avançado e mais exigente.

Também lembramos que seu apoio é indispensável para a construção do Produto final, facilitando os meios para que ele seja construído e, no momento da sua apresentação, incentivando os estudantes a interagir entre si e com a comunidade.

Por último, sua atuação será indispensável no processo de avaliação, juntamente com os estudantes, dos resultados que vierem a ser alcançados ao longo da execução do Projeto.

ESTE PROJETO CONTEMPLA  
O TEMA TRANSVERSAL  
CONTEMPORÂNEO

CIÊNCIA E TECNOLOGIA

# OBJETIVOS, COMPETÊNCIAS E HABILIDADES

Professor, verifique, no quadro a seguir, a relação entre os objetivos do Projeto e as Competências Gerais indicadas na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), bem como as Competências e Habilidades Específicas da área de Matemática e suas tecnologias, que serão desenvolvidas neste Projeto.

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DA BNCC TRABALHADAS NO PROJETO			
OBJETIVOS	COMPETÊNCIAS GERAIS	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS	HABILIDADES
1. Conhecer e produzir conexões da Matemática com as Engenharias e a Arquitetura, de modo a compreender a utilização de conhecimentos sobre o mundo físico e social, bem como entender e explicar a realidade e, assim, poder melhor contribuir para o desenvolvimento da comunidade.	1	3 e 5	EM13MAT510
2. Explorar aplicações da Matemática, por meio de tecnologias, envolvendo a investigação, a reflexão e o pensamento científico, promovendo o uso crítico e criativo dos conhecimentos matemáticos.	2 e 5	3, 4, 5	EM13MAT501 EM13MAT506
3. Utilizar conhecimentos matemáticos na elaboração de estruturas (pontes), envolvendo o uso de diferentes linguagens, incluindo a linguagem digital.	4 e 7	2	EM13MAT203 EM13MAT307

Fonte: elaborada pelas autoras com base na BNCC, 2018.  
As competências e habilidades citadas podem ser consultadas por você nas páginas 7 e 8 deste livro.

É fundamental acompanhar atentamente o desenvolvimento dos estudantes em cada etapa do Projeto, mediando os processos de elaboração de conceitos e de generalizações, com base em dados gerados pelos estudantes ou levantados a partir da realidade do entorno.

Embora o principal objetivo do Projeto seja possibilitar que os estudantes atribuam significado a conteúdos matemáticos que, em muitos casos, são apenas memorizados e posteriormente esquecidos, é fundamental que os estudantes compreendam que sua formação escolar, inclusive matemática, é fator preponderante para sua capacidade de intervir na realidade, e transformá-la.

Estimule-os a observarem o entorno e a analisarem a realidade em sua volta, pensando em possibilidades de melhoria da vida de todos, por meio de projetos que podem, em muitos casos, ser relativamente simples, mas causar impactos significativos para a comunidade.

Solicite aos estudantes que sejam cuidadosos e organizados na produção de seus registros e os incentive a, sempre que possível, irem além do que é proposto em sala de aula, aprofundando seu conhecimento acerca do que estudam e lhes é questionado, aproveitando os recursos disponibilizados na Internet, para proveito de sua formação pessoal e profissional, em uma perspectiva crítica de análise do acervo de informações com as quais tem contato.

Para auxiliar o estudante a alcançar o **Objetivo 1** do Projeto, ampliando sua compreensão acerca das ligações entre Matemática e os procedimentos de elaboração e construção de projetos nas áreas de Engenharia e Arquitetura, são propostas ações de pesquisa de construções no entorno da escola e na comunidade em que vivem os estudantes. Indique, de modo especial, pontes, passarelas ou outros tipos de passagens, que visam ampliar sua compreensão acerca da realidade, levando-os a refletirem não apenas sobre os conhecimentos escolares envolvidos, mas sobre ações que possam melhorar a realidade observada, em uma participação cidadã de qualidade. Promova discussões que

instiguem os estudantes a pensarem nos problemas que observarem na comunidade em uma perspectiva sistemática, organizada por meio do levantamento de hipóteses e sua testagem, incentivando-os a registrarem os resultados de suas pesquisas e reflexões em textos, portfólios e cartazes, que podem ser socializados posteriormente.

O **Objetivo 2** do Projeto está relacionado à exploração de aplicações de conhecimentos matemáticos mais específicos, como a rigidez do triângulo, em estruturas que fazem parte do cotidiano, como as tesouras de madeira de telhados, dentre outras. Para isso, a capacidade de argumentação científica será explorada nas ações, estimulando os estudantes a organizarem seu raciocínio e a fazerem generalizações. Estimule-os a fazerem uso de diferentes linguagens, em especial vinculadas ao campo das tecnologias digitais, orientando-os a levantarem softwares ou aplicativos que eles poderão utilizar para facilitar a elaboração dos projetos das pontes que construirão para o Campeonato.

O **Objetivo 3** do Projeto está diretamente relacionado à produção prática resultante da aplicação dos conhecimentos teóricos trabalhados e discutidos, por meio das ações propostas nas Etapas que compõem o Projeto. Incentive-os a pesquisarem os projetos de pontes já desenvolvidos em vários Campeonatos de mesma natureza realizados em escolas brasileiras, mas estimule-os a usarem sua criatividade, modificando os desenhos originais com seu toque pessoal. Para isso, é fundamental orientar os estudantes, desde o Passo 1, a sistematizarem e registrarem os procedimentos e suas produções, com qualidade e usando diferentes linguagens, incluindo recursos computacionais, sempre que possível. Na organização do Campeonato acompanhe as discussões relativas à definição de regras e à distribuição de responsabilidades pelos estudantes de cada grupo.

## JUSTIFICATIVA

Estimule os estudantes a fazerem um levantamento não apenas das pontes e de outras estruturas semelhantes que existem na região, mas, também, se haveria demanda para construção de algum tipo de estrutura dessa natureza e que promoveria melhoria da qualidade de vida dos usuários (passarelas sobre estradas federais; pontes convencionais de concreto para veículos; pontes do tipo passagem molhada; pontes rolantes em empresas; pontes para passagem de pedestres; pontes aéreas para trânsito de animais silvestres etc.). Esse levantamento poderá, ao final do Projeto, ser transformado em uma petição coletiva para órgãos gestores, com o objetivo de viabilizar as demandas da comunidade.

Igualmente importante é despertar a consciência de que projetos, da natureza dos que propomos aqui para reflexão, sejam pensados dentro de uma visão sistêmica. As discussões nessa direção são essenciais para a formação dos estudantes e os resultados podem ser socializados com a comunidade em geral, estreitando as relações entre escola e sociedade.

## PRODUTO FINAL

Embora o Produto final seja, do ponto de vista da participação mais direta dos estudantes, uma competição de pontes de macarrão, estimule-os a irem além do aspecto competitivo. Mesmo neste contexto, é importante superarem a ideia de que o mais importante é vencer. Incentive-os a relacionarem as discussões feitas em sala de aula com a realidade do entorno e a pensarem em soluções para problemas locais. Recomende a eles que elaborem cartazes com as pesquisas feitas na comunidade (estruturas existentes e demandas), bem como dos processos que eles vivenciaram, para promover o interesse do público em prestigiar o evento, que precisará ser divulgado por diversos meios (os disponíveis na região) elaborados pelos estudantes.

Os cartazes podem ser ilustrados com fotos e desenhos, curiosidades, explicações que sejam de fácil compreensão, mas que informem e despertem a visão das pessoas para

informações como a relação entre custo e benefício da construção de um viaduto, ponte ou passarela, bem como a importância do acompanhamento desse tipo de obra pela comunidade, dentre outros aspectos.

Para o desenvolvimento do Projeto serão utilizados os materiais demandados em cada atividade proposta estão indicados nos Passos correspondentes. Quando necessário, avaliar necessidade e possibilidade de substituição de algum material, considerando alternativas ecologicamente mais sustentáveis. É importante organizar com antecedência o levantamento do material necessário em cada Etapa, para viabilizar a realização de todas as ações propostas.

## DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

Para a realização deste Projeto, sugerimos um planejamento trimestral, com carga-horária prevista de 20 horas-aula, devendo o Projeto ser conduzido sob a liderança do professor de Matemática, de forma interdisciplinar, em conjunto com os professores dos componentes Portuguesa, Geografia, Física e Informática. Conforme apresentado na tabela a seguir:

SUGESTÃO DE PLANEJAMENTO TRIMESTRAL PARA O PROJETO			
ETAPA	PASSOS	NÚMERO DE AULAS	COMPONENTE(S) ASSOCIADO(S)
<b>Conhecendo o Projeto</b>			
Apresentação do Projeto	-	1	Matemática
<b>Desenvolvendo o Projeto</b>			
<b>Etapa 1:</b> As conexões da Matemática com as Engenharias e a Arquitetura.	<b>Passo 1:</b> As pontes nos espaços em que vivemos	7	Matemática, Geografia e Língua Portuguesa
	<b>Passo 2:</b> As pontes e a Matemática: uma importante ligação		Matemática e Língua Portuguesa
	<b>Passo 3:</b> Aprendendo mais sobre pontes		Matemática
<b>Etapa 2:</b> Planejando, construindo e testando pontes.	<b>Passo 4:</b> Explorando estruturas treliçadas	8	Matemática
	<b>Passo 5:</b> Teste de suporte de massa		Matemática
	<b>Passo 6:</b> Triângulos: geodésicos e vigas recíprocas na Arquitetura		Matemática
	<b>Passo 7:</b> Estabelecendo as regras do Campeonato		Matemática e Língua Portuguesa
	<b>Passo 8:</b> Planejando uma ponte para o Campeonato		Matemática e Física
<b>Organizando e Apresentando o Produto final</b>			
<b>Etapa 3:</b> Campeonato de pontes	<b>Passo 9:</b> Colocando o Projeto da ponte em prática	3	Matemática e Física
	<b>Passo 10:</b> O dia do Campeonato		Matemática, Física e Língua Portuguesa
<b>Avaliando o Projeto</b>			
Avaliação e autoavaliação	-	1	Matemática

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

Recomendamos que antes do início das Etapas deste Projeto, seja feito o levantamento dos conhecimentos, habilidades, atitudes e valores desenvolvidos pelos estudantes, relativos ao campo da Matemática básica, por meio de uma avaliação diagnóstica. Procure identificar, por meio dessa avaliação, como é a relação dos alunos com a Matemática, quais os conteúdos que consideraram mais difíceis de aprender no Ensino Fundamental, quais conteúdos matemáticos acham mais interessantes, dentre outros aspectos.

Depois de realizada a avaliação, analise os resultados obtidos, de forma individual e coletiva, utilizando-os para planejar eventuais ajustes que se fizerem necessários no desenvolvimento das aulas do Projeto, a partir do diagnóstico realizado. Observe se é necessário fazer revisão de algum conteúdo matemático básico, antes ou durante as ações propostas e que demandem esses conhecimentos prévios.

Estimule os estudantes a ampliarem os estudos propostos no Projeto, considerando a inserção da realidade da comunidade, as demandas da região, a observação e análise crítica do entorno, produzindo reflexões sobre possibilidades de transformação qualitativa, com sua participação.

Quando forem utilizados vídeos, para introdução do estudo de algum tema ou como fonte complementar de informações, recomendamos seu download antecipado, evitando dependência do funcionamento da Internet no momento da atividade.

Em muitas ações propostas nos diferentes Passos das atividades, sugerimos o trabalho dos estudantes organizados em duplas ou pequenos grupos, sendo importante planejar sua formação, considerando interesses diversos como a possibilidade de variar os colegas com os quais convivem habitualmente em sala de aula e a promoção da interação entre estudantes com diferentes níveis de aprendizagem. Também sugerimos contemplar discussões ou produções realizadas conjuntamente.

## **ETAPA 1 - AS CONEXÕES ENTRE MATEMÁTICA COM AS ENGENHARIAS E ARQUITETURA**

Nesta Etapa do Projeto, a aproximação do estudante com o tema se dá por meio da apresentação e pesquisa de pontes, passarelas e outras formas de ligação entre dois pontos geográficos existentes na comunidade em que vivem os estudantes, ajudando-os a refletirem sobre a importância do Projeto para sua formação não apenas escolar mas, também, para o pleno exercício da cidadania. Estimule-os a discutirem os resultados de suas investigações e reflexões, em especial relacionadas a demandas observadas na realidade e que podem ajudá-los a organizar um projeto coletivo visando à melhoria da qualidade de vida das pessoas que vivem na região

## **ETAPA 2 - PLANEJANDO, CONSTRUINDO E TESTANDO PONTES**

Embora em todos os Passos desta Etapa o estudante possa resolver os problemas e situações propostos de maneira analógica, sugerimos o uso de aplicativos ou outras ferramentas digitais que podem ser utilizadas, caso seja possível, considerando a realidade de sua sala de aula. Caso a escola disponha de computadores com Internet e/ou os estudantes tenham celulares com acesso à rede, incentive-os a explorar os recursos computacionais que eles levantarem na pesquisa que realizarão, o que ampliará as potencialidades formativas das ações propostas e enriquecerá o tratamento do tema.

Nas ações que envolvem a realização de pesquisas pelos estudantes, considere o planejamento de acordo com a realidade da escola. Se ela dispõe de laboratório com computadores com acesso à Internet, a pesquisa pode ser feita organizando os estudantes em duplas, durante a aula. Se essa não é a condição de que a escola dispõe, oriente os estudantes a realizarem a pesquisa antecipadamente, deixando para o momento da aula a apresentação e discussão dos resultados.

Nos locais em que consultas a endereços eletrônicos sejam de difícil realização, a orientação de levantamento de informações pode ser substituída pela observação da região, considerando estruturas locais (pontes, passarelas, passagens molhadas, telhados de treliça, dentre outras possibilidades) realização de entrevistas, consulta a livros e revistas. Todas essas indicações também são pertinentes para os estudantes que têm acesso à Internet.

## ETAPA 3 - CAMPEONATO DE PONTES

Nesta Etapa, os estudantes irão colocar em prática os Projetos de pontes que idealizaram, por meio de desenhos e/ou aplicativos, e utilizar conhecimentos matemáticos relativos a medidas, proporcionalidade, uso de tabelas, propriedades geométricas, dentre outros, e irão pôr em prática suas habilidades manuais e criatividade.

A elaboração de regras é uma tarefa rica que envolve não só a produção textual, mas, também, a capacidade de comunicação de forma clara e não ambígua: a negociação de ideias e a argumentação. O Campeonato proposto como Produto final é hoje realizado em muitos países. Aqui no Brasil, muitos cursos de Engenharia e Arquitetura têm promovido esse tipo de evento, assim como escolas de Educação Básica.

Recomenda-se, em razão da diversidade de experiências que estão disponíveis na Internet, acompanhar o trabalho dos estudantes, para que sua produção vá além da reprodução do que já existe, incentivando-os a personalizarem o que fazem, ainda que estejam adaptando ideias de outras pessoas. Neste caso, é fundamental que aprendam a citar as fontes utilizadas como inspiração, dando crédito aos autores dos projetos originais.

### ETAPA 1

## AS CONEXÕES ENTRE MATEMÁTICA, ENGENHARIA E ARQUITETURA

### PASSO 01

## AS PONTES NOS ESPAÇOS EM QUE VIVEMOS



### VAMOS PESQUISAR!

1. Em seu bairro ou cidade há alguma ponte (pequena ou grande), passarela ou viaduto?

Solicite que os estudantes registrem em cartazes ou textos os resultados das respostas a essa questão (com fotos; localização; descrição; perfil dos usuários; história da construção; custo; manutenção e qualquer outra informação que considerarem ser relevante).

2. Se sua resposta for "sim", em sua opinião, com qual objetivo essa construção foi feita? O que essa construção proporcionou aos moradores da região?

Estimule os estudantes a fazerem um levantamento das pontes e outras estruturas semelhantes que existem na região.

3. Se sua resposta à pergunta anterior foi "não", pense se haveria necessidade de criação de uma ponte, viaduto ou passarela na região em que você mora, justificando sua resposta.

Peça que avaliem se haveria demanda para construção de algum tipo de estrutura dessa natureza e que promoveria melhoria da qualidade de vida da comunidade como um todo, incluindo animais domésticos e silvestres e promoção do escoamento de produtos da região (passarelas sobre estradas federais; pontes convencionais de concreto para veículos; pontes do tipo passagem molhada; pontes

rolantes em empresas; pontes para passagem de pedestres; pontes aéreas para trânsito de animais silvestres etc.).

Os resultados desses questionamentos podem, dependendo do que os estudantes levantarem, compor uma petição da comunidade para os órgãos gestores da cidade, visando à elaboração e à realização de um projeto que atenda às demandas apontadas. Nesse caso, informe aos estudantes que é fundamental acompanhar o processo, em todas as suas fases, o que constitui exercício de cidadania.

## PASSO 02

# AS PONTES E A MATEMÁTICA: UMA IMPORTANTE LIGAÇÃO

### O JOGO DA REDE DE EULER

Este jogo já foi bastante analisado do ponto de vista matemático. Inicialmente, somos induzidos a pensar que o jogo não terminaria, já que um novo nó é acrescentado à rede, a cada jogada, mas na prática sabemos que ele termina. A estratégia é analisar não o número inicial de nós, mas as possibilidades de conexão entre as linhas.

Não é necessário que os estudantes identifiquem o número mínimo e máximo de jogadas para o caso dos três pontos ou o caso geral, mas é interessante refletirem sobre situações que aparentemente vão de encontro ao que pensamos inicialmente, como nos casos dos paradoxos matemáticos, que podem ser discutidos com os estudantes. Mais informações você encontra disponíveis em:

- [www.somatematica.com.br/paradoxos.php](http://www.somatematica.com.br/paradoxos.php)
- [www.bbc.com/portuguese/internacional-42613187](http://www.bbc.com/portuguese/internacional-42613187)
- [super.abril.com.br/blog/superlistas/5-paradoxos-da-logica-e-da-matematica](http://super.abril.com.br/blog/superlistas/5-paradoxos-da-logica-e-da-matematica)
- [www.sbm.org.br/noticias/paradoxos-estao-por-toda-parte](http://www.sbm.org.br/noticias/paradoxos-estao-por-toda-parte)

(acesso em: 19 fev. 2020)

Quanto ao jogo, se ele começar com  $n$  pontos, termina em no mínimo  $2n$  jogadas e no máximo em  $(3n - 1)$  jogadas. Como o jogo não é muito conhecido no Brasil, não há muitas referências em nosso idioma sobre ele, porém, mais informações sobre o jogo, incluindo a explicação para os valores indicados para o número mínimo e máximo de jogadas, podem ser encontradas em textos em língua inglesa, nos endereços: [pdfs.semanticscholar.org/7fae/06df61bff10ff8a642f0534dc839010c4886.pdf?\\_ga=2.86166429.40236289.1574028445-621026313.1570618798](https://pdfs.semanticscholar.org/7fae/06df61bff10ff8a642f0534dc839010c4886.pdf?_ga=2.86166429.40236289.1574028445-621026313.1570618798) (acesso em: 19 fev. 2020) e [leanne425.wordpress.com/sprouts/](http://leanne425.wordpress.com/sprouts/) (acesso em: 19 fev. 2020).

### O PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE

Os caminhos hamiltonianos ampliam a percepção dos estudantes sobre a relação entre figuras planas e espaciais (e suas planificações) e você pode aproveitar a oportunidade, para revisar com eles, as características e propriedades de alguns tipos especiais de sólidos, como os sólidos regulares de Platão, citados no texto.

Se os desafios forem propostos utilizando-se sólidos espaciais, no lugar de suas representações, como nos desafios hamiltonianos planos, auxiliarão no desenvolvimento da percepção e raciocínio espacial dos estudantes.

1. Quantos caminhos diferentes o viajante poderia fazer?

No caso de quatro cidades, o caixeiro pode fazer seis trajetos diferentes: ABCDA; ABDCA; ACBDA; ACDBA; ADBCA; ADCBA. Para o caso de  $n$  cidades, o número de rotas seria igual a  $(n-1)!$ . Para chegar a essa solução geral, os estudantes podem usar

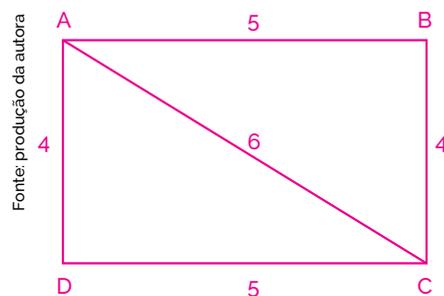
raciocínio combinatório básico, mas para determinar os comprimentos das rotas e identificar qual a mais curta, não há um procedimento algorítmico que resolva esse problema, para casos um pouco mais complexos que a situação proposta no texto.

2. De quais informações adicionais ele precisaria, para definir qual o roteiro mais curto?

É preciso saber as distâncias entre as cidades e calcular o comprimento do percurso total. Embora os estudantes possam pensar inicialmente que o percurso total é o mesmo em todos os casos, já que as soluções descritas contêm as mesmas cidades, basta analisar uma situação prática, de modo que os estudantes verifiquem a variação do total para cada caso.

Como sugestão, solicite aos estudantes que tracem um retângulo com lados iguais a 4 cm e 5 cm (que terá diagonal igual a 6 cm) e nomeie os vértices por A, B, C e D, na seqüência. Em seguida, proponha que calculem qual seria a distância percorrida para cada situação elencada pelos estudantes.

#### EXEMPLO DE SITUAÇÃO PARA ANÁLISE



Tomando como base a figura indicada no exemplo, temos: ABCDA = 18cm; ABDCA = 22cm; ACBDA = 20cm; ACDBA = 22cm; ADBCA = 20cm; ADCBA = 18cm. Há, portanto, três pares de soluções simétricas, com mesma distância, sendo maiores as duas soluções que envolvem a passagem pelas duas diagonais do retângulo.

3. Que outras situações de ordem prática, no cotidiano, ou de outras áreas de conhecimento, você consegue associar ao problema do caixeiro viajante?

Situações práticas da mesma natureza do problema do caixeiro viajante estão presentes no dia a dia em empresas de distribuição de produtos, que precisam elaborar rotas de transporte entre cidades e o retorno à central de abastecimento, de modo que o custo seja o menor possível. Os estudantes podem citar outras situações, a serem analisadas e discutidas coletivamente.

## PASSO 03

# APRENDENDO MAIS SOBRE PONTES



## VAMOS PESQUISAR!

Você pode ampliar a discussão sobre os tipos de ponte, em particular sobre pontes pênséis, explicando aos estudantes as semelhanças e diferenças entre a parábola e a catenária, em geral presente nas pontes pênséis. A catenária (do latim catena, que significa "corrente") é a curva que tem a forma de uma corrente presa pelas extremidades, sob a ação da gravidade. Ela foi estudada em 1646, pelo matemático holandês Christiaan Huygens.

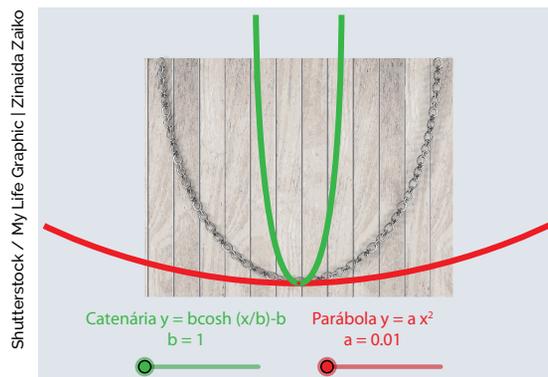
Uma de suas principais características é o fato de ela ser autoportante, ou seja, um arco catenário se sustenta de pé, pelo próprio peso, e é uma curva que traz resistência a estruturas que tenham esse formato. Por essa razão eles eram muito utilizados nos portais de igrejas construídas séculos atrás.

São exemplos de catenárias: as curvas dos cabos de pontes pênséis; a curva da ponta menos arredondada do ovo de galinha (o que faz com que ele seja mais resistente à quebra, no momento da postura); nossa arcada dentária (o que a torna mais forte); arcos de alguns portais e fios elétricos em postes. Embora se assemelhe a uma parábola, a catenária difere dela. A fórmula da catenária é:

O texto disponível em: [webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:\\_i1a0N8KdkwJ:hotsite.tvescola.org.br/matematica-em-toda-parte-2/fasciculos/transporte/+&cd=5&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=br](http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:_i1a0N8KdkwJ:hotsite.tvescola.org.br/matematica-em-toda-parte-2/fasciculos/transporte/+&cd=5&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=br) (acesso em: 19 fev. 2020), contém fatos históricos e informações gerais sobre a catenária, incluindo o exemplo da figura abaixo, que trata da diferença entre a parábola e a catenária.

$$y = \frac{a}{2} \left( e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)$$

### REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS E ALGÉBRICAS DA CATENÁRIA E DA PARÁBOLA



A parábola, diferentemente da catenária, pode ser obtida a partir da interseção de um cone e um plano. Por isso é chamada de curva cônica. Além da parábola, também são chamadas de curvas cônicas a elipse e a hipérbole. No endereço eletrônico citado, você pode experimentar sobrepor as imagens, alterando os valores de a e b, para notar as diferenças. Para isto, basta deslizar os controles verde e vermelho sobre as linhas de mesma cor.

Estimule os estudantes a produzirem um quebra-cabeça que consiste em montar um arco na forma de catenária com 13 peças, que podem ser produzidas a partir dos moldes disponibilizados no seguinte site: [makingmathvisible.com/catenary/catenary-1.html](http://makingmathvisible.com/catenary/catenary-1.html) (acesso em: 20 fev. 2020). O resultado final fica como indicado na figura apresentada em seguida.



Catenária depois de montada.

Observações:

1. As peças não precisam, necessariamente, ter os furos nas faces, o que facilita sua produção.
2. O tamanho das peças pode variar, bastando, para isso, reduzir ou ampliar os moldes.
3. O cartão de caixas de papelão apresenta uma boa resistência para produção das peças, que podem ser coladas usando-se cola quente ou fita adesiva.
4. Alguns livros didáticos de Matemática trazem exemplos equivocados de curvas na forma de parábolas presentes no cotidiano que são, na verdade, catenárias. Então, é importante observar se o material que você utiliza não contém esses equívocos.

Outras sugestões de vivências práticas, envolvendo catenárias, você encontra em: [www.fec.unicamp.br/~estruturastubulares/vivencia03.htm](http://www.fec.unicamp.br/~estruturastubulares/vivencia03.htm) (acesso em 20 fev. 2020)

Ao fazer o levantamento das pontes do Brasil e/ou do mundo, sugira que os estudantes procurem ir além das imagens, localização ou comprimento das pontes. Peça-lhes que tentem descobrir o tempo que durou sua construção, seu custo e se há informações sobre periodicidade de manutenção.

Eles podem, ainda, pesquisar sobre ocorrências no país, envolvendo pontes ou estruturas semelhantes, como passarelas e viadutos, em notícias de jornais impressos ou eletrônicos. Discuta com os estudantes a importância do trabalho de manutenção, uma vez que ele é fundamental para a garantia da segurança dos usuários.

## PONTES TRELIÇADAS

5. Quais as semelhanças e diferenças entre um quadrado e um losango?

Um losango é um quadrilátero que tem os quatro lados com mesma medida e ângulos opostos iguais dois a dois. Essas condições são satisfeitas pelo quadrado, logo todo quadrado é um losango. O quadrado é um losango que tem os quatro ângulos internos retos (medem  $90^\circ$ ), mas nem todo losango é um quadrado.

6. Se nós modificamos a forma do retângulo feito com canudos (figura a seguir), inclinando os lados AC e BD, enquanto os lados AB e CD permanecem na horizontal, seu perímetro permanece o mesmo? E o que acontece com sua área?

Os estudantes deverão perceber que o perímetro da figura não se modifica, mas sua forma e área, sim. A figura deixaria de ser um retângulo e passaria a ser um paralelogramo não retangular, uma vez que seus quatro ângulos internos deixariam de ser retos. Como o cálculo da área do paralelogramo é feito multiplicando-se sua base por sua altura em relação a essa mesma base, se a base tem medida fixa, quanto menor a altura, menor a área do paralelogramo.

7. Se todos os canudos forem do mesmo tamanho, o polígono será equilátero. Ele será também equiângulo?

Com base nas observações feitas nos itens anteriores, os estudantes podem concluir que elas não terão, necessariamente, os ângulos internos todos com mesma medida. Os polígonos que também satisfazem essa condição são ditos regulares.

8. O que podemos fazer para tornar rígidas (não deformáveis) estruturas poligonais que não são triangulares? Para solucionar esse problema, pense nas "tesouras" de madeira de telhados.

Para tornar rígidas estruturas poligonais não triangulares, basta colocar barras em suas diagonais, de modo que ela fique subdividida em triângulos. A rigidez dos triângulos faz esse polígono ser especial e utilizado com frequência em telhados, pontes, portões, dentre outras estruturas.

Você pode aproveitar a discussão para rever os critérios de congruência de triângulos. Uma boa dica é propor que os estudantes assistam ao vídeo: [pt.khanacademy.org/math/geometry/hs-geo-congruence/hs-geo-triangle-congruence/v/other-triangle-congruence-postulates](https://pt.khanacademy.org/math/geometry/hs-geo-congruence/hs-geo-triangle-congruence/v/other-triangle-congruence-postulates). Outra discussão importante diz respeito à condição de existência de um triângulo (Teorema da Desigualdade Triangular), tema que também pode ser revisto na ocasião.

9. Discuta com os colegas sobre as respostas às questões propostas! Veja em que elas se aproximaram e em que foram diferentes. Organizem um Relatório com as principais descobertas feitas individualmente ou em grupo!

Este é um bom momento para rever conceitos de Geometria Plana e tirar dúvidas que os estudantes tenham sobre os elementos aqui abordados. Muitos deles estabelecem relações equivocadas entre perímetro e área, pensando, por exemplo, que se comparamos duas figuras A e B, se a primeira tem perímetro maior que o da segunda, necessariamente, sua área também será maior.

Para que superem esse tipo de erro, o ideal é que vivenciem situações que sirvam de contraexemplo para essa expectativa. Por exemplo, um retângulo A de lados iguais a 4 cm e 8 cm tem perímetro igual a 24 cm e área igual a 32 cm<sup>2</sup>; o retângulo B de lados iguais a 1 cm e 16 cm tem perímetro igual a 34 cm e área igual a 16 cm<sup>2</sup>. Como podemos ver, o perímetro do retângulo B é maior que o do retângulo A, mas sua área é menor que a deste retângulo.

## ETAPA 2

# PLANEJANDO, CONSTRUINDO E TESTANDO PONTES

### PASSO 04

## EXPLORANDO ESTRUTURAS TRELIÇADAS

### VAMOS PESQUISAR!

Com as pontes do tipo treliça, os estudantes podem trabalhar de maneira diversificada com a ideia de triangulação de estruturas e usar sua criatividade para criar variantes de modelos básicos. Outra aplicação desse tipo de estrutura pode também ser modelado pelos estudantes, a partir da observação das estruturas conhecidas como “tesouras”, utilizadas na construção de telhados com base de madeira. Suas produções podem ser apresentadas à comunidade, no dia do evento. Dicas no endereço [www.fazfacil.com.br/reforma-construcao/telhado-madeiramento-tesouras/](http://www.fazfacil.com.br/reforma-construcao/telhado-madeiramento-tesouras/) (acesso em: 20 fev. 2020), no qual podem ser encontrados inúmeros exemplos de estruturas em forma de tesoura de telhados.

# TESTE DE SUPORTE DE MASSA

## QUESTÕES

1. Que controle precisa ser feito no experimento, para evitar interferências na relação entre a variável independente (número de palitos) e a variável dependente (quantidade de unidades de massa)?

É preciso garantir que outras variáveis, como a distância entre o ponto de apoio do copo e as extremidades do macarrão, sejam iguais, em todos os experimentos, assim como o comprimento das partes do macarrão, ou feixe de macarrões, que ficam sobre os suportes, também sejam iguais. Para isto, os estudantes podem fazer marcações nos palitos de macarrão, antes de cada experimento.

2. Compare seus dados com os de outras duplas (ou grupo) e observe se todos obtiveram os mesmos resultados. Em caso negativo, o que poderia explicar as diferenças?

Em experimentos práticos é possível ocorrerem variações entre resultados de medições, em razão de uma maior acuidade dos instrumentos utilizados ou maior cuidado nas medições. É importante recomendar que os estudantes depositem as bolas de gude com cuidado no copo, para garantir que apenas sua massa irá influenciar no processo.

3. Existe algum padrão na relação entre número de palitos e de unidades de massa, considerando a análise de seus dados?

Em geral, quando realizamos um experimento prático, como o que foi aqui sugerido, não obtemos resultados tão bem "comportados", como os dos exemplos que são apresentados nos livros didáticos de Matemática. Espera-se, neste caso, que os valores se aproximem de uma reta.

4. Organizando os pares de dados em um par cartesiano de eixos, qual a forma do gráfico?

Muitas vezes, as funções que utilizamos para modelar tais fenômenos são aproximações que obtemos tomando como base um diagrama de dispersão dos pontos que representam os valores obtidos. Quando os pontos do diagrama de dispersão se aproximam de uma reta, afirmamos que existe uma correlação linear entre os pontos, e podemos modelar linearmente a relação por uma função do 1º grau.

5. Qual seria a quantidade estimada de unidades de massa necessária para romper uma estrutura formada pela junção de 15 palitos de macarrão?

O número de unidades dependerá da massa unitária utilizada no experimento, mas a expectativa é que o resultado será aproximado por uma função linear do tipo  $f(x) = ax + b$ .

6. Como poderíamos expressar algebricamente essa relação, para uma quantidade  $n$  qualquer de palitos de macarrão?

O processo de modelagem que leva à generalização pode ser feito com o auxílio de ferramentas computacionais, como uma planilha eletrônica. Os alunos preenchem a tabela de dados, inserem o gráfico correspondente e consultam a parametrização linear correspondente.

7. Registrem suas respostas e comparem seus resultados com os obtidos pelos demais grupos. Os resultados foram iguais ou diferentes? Discutam sobre isso e registrem seus resultados em um texto síntese!

Embora este Projeto objetive prioritariamente evidenciar a conexão da Matemática com a Engenharia e com a Arquitetura, o tema explorado possibilita uma abordagem interdisciplinar com outros componentes curriculares da Educação Básica, como a Física. Para isso, convide um colega da área para auxiliar os estudantes a complementarem a atividade, estudando conceitos relacionados a força, tensão e tração, por exemplo. Para auxiliar o trabalho, o professor pode utilizar como fonte o texto de Baptista (2015).

## PASSO 06

# TRIÂNGULO: GEODÉSICAS E VIGAS RECÍPROCAS NA ARQUITETURA

Você pode ensinar aos estudantes a utilizarem o GPS do celular, com aplicativos que funcionam online e offline, ou seja, este tipo de aplicativo pode ser usado sem que eles precisem estar conectados à Internet, após ser instalado. Dicas do processo você encontra no site: [www.techtudo.com.br/videos/v/como-usar-gps-do-celular-sem-internet-conheca-apps-offline/6660942/](http://www.techtudo.com.br/videos/v/como-usar-gps-do-celular-sem-internet-conheca-apps-offline/6660942/) (acesso em: 20 fev. 2020).

Para auxiliar os estudantes a fazerem uma geodésica, apresente o vídeo UMA CURTA RETA?!?? Domos Geodésicas são super simples de construir! (disponível em: [www.youtube.com/watch?v=LShtKW8vDdo](http://www.youtube.com/watch?v=LShtKW8vDdo)) (acesso em: 20 fev. 2020), para que eles assistam e depois comentem sobre as ideias apresentadas no vídeo. Após acompanharem as instruções, sugira que tentem pôr as ideias do vídeo em prática, usando os materiais que desejarem. Procure estimulá-los a priorizarem materiais recicláveis, como palitos de picolé ou de churrasco e/ou aqueles que sejam facilmente encontrados na região (varetas de mesmo tamanho, comprimento e espessura, por exemplo - de madeira ou bambu).

## VAMOS PESQUISAR!

Se os estudantes tiverem dificuldade para encontrar informações ou dicas sobre como produzir vigas recíprocas, coloque à disposição da turma o texto disponível na página: [estruturasdemadeira.blogspot.com/2010/07/estruturas-reciprocas-em-madeira.html](http://estruturasdemadeira.blogspot.com/2010/07/estruturas-reciprocas-em-madeira.html) (acesso em: 20 fev. 2020). As vigas recíprocas foram amplamente usadas em casas dos nativos norte-americanos, que eram cobertas com pele de animais, assim como em construções indígenas brasileiras. No endereço eletrônico [amerindia.eco.br](http://amerindia.eco.br) (acesso em: 20 fev. 2020) há inúmeros textos sobre cúpulas geodésicas, incluindo histórico, aplicações e orientações sobre sua construção.

## VIGAS RECÍPROCAS

A ponte autoportante elaborada por Leonardo da Vinci é um projeto relativamente simples e fácil de ser feito pelos estudantes. Para ajudá-los na montagem da estrutura, recomendamos o vídeo: "Como fazer a ponte de Da Vinci (só encaixes, sem pregos nem cola) - Manual do Mundo", em: [www.youtube.com/watch?v=A5bj-tZD8-A](http://www.youtube.com/watch?v=A5bj-tZD8-A) (acesso em: 20 fev. 2020). Outras dicas para elaboração do projeto de ponte autoportante você encontra no vídeo: [www.youtube.com/watch?v=yqlYH1bdN7o](http://www.youtube.com/watch?v=yqlYH1bdN7o) ou em [www.youtube.com/watch?v=XtHpF-VoXho](http://www.youtube.com/watch?v=XtHpF-VoXho) (acesso em: 20 fev. 2020).

Incentive os estudantes a elaborarem a ponte como um quebra-cabeça para as pessoas que irão prestigiar o campeonato (Produto final), recomendando que façam um cartaz com informações e curiosidades sobre o projeto de Da Vinci.

## PASSO 07

# ESTABELECENDO AS REGRAS DO CAMPEONATO

### 1. Qual será a meta da Competição?

A Competição pode ter várias metas relacionadas às pontes, como por exemplo: ter o maior comprimento, considerando um limite de material definido previamente; suportar a maior massa pendurada nela; ter o melhor resultado do ponto de vista arquitetônico (modernidade, beleza). Podem ser promovidos, inclusive, vários tipos de competição, considerando as sugestões dadas pelos estudantes.

### 2. Qual material poderá ser usado pelas equipes (tipo e quantidade)?

É importante estabelecer qual o material que pode ser usado pelas equipes, garantindo que todos tenham acesso ao mesmo tipo e quantidade de recursos. Pode-se definir que todas as pontes tenham um peso máximo, por exemplo, ou que seja usada uma quantidade máxima dos materiais.

### 3. Quem poderá participar e quais as regras de participação?

A definição das regras é um passo fundamental para a organização do Campeonato de pontes, devendo elas serem deliberadas após discussões entre os estudantes, sob sua mediação. Elas devem ser claras e respeitadas pelos estudantes, na hora de fazerem os esboços dos projetos. As regras precisam ser escritas e, uma vez deliberadas, recomenda-se que não sejam modificadas, a não ser após nova deliberação, considerando argumentos pertinentes que forem apresentados pelos estudantes.

### 4. Quem ficará responsável pelas inscrições? Qual o modelo da Ficha de Inscrição? Que informações ela precisa conter?

Os estudantes devem montar uma proposta de ficha de inscrição com todas as informações que eles acharem necessárias para a inscrição. Em seguida, essa ficha pode ser revisada por você, e, em caso de alteração, é importante que se discuta essas alterações coletivamente.

### 5. Quem serão os responsáveis pelo controle das regras gerais e pela avaliação dos Projetos (comissão julgadora)?

É importante que os estudantes decidam entre eles quem eles irão indicar para ocupar essas funções.

### 6. Quais os critérios que compõem a Ficha de Avaliação?

Devem ser definidos, coletivamente, todos os itens que serão observados e avaliados pelos membros da Comissão Avaliadora, de maneira clara e objetiva.

Você pode solicitar a colaboração de colegas professores, para fazerem juntos a revisão do texto elaborado pelos estudantes, avaliando se todos os detalhes foram observados. Caso haja necessidade de complementações, apresente-as aos estudantes, para que eles ampliem o texto, após novas discussões.

Estimule nos estudantes a prática colaborativa, de modo que valorizem mais o trabalho final de toda a turma do que as produções individuais ou de grupos específicos. Lembre-os de que o mais importante é o conhecimento que adquiriram no processo e que poderão aplicar em situações práticas e na resolução de problemas ligados a outras áreas de conhecimento.

Se possível, oriente os estudantes a organizarem um canal de divulgação do evento e de socialização das práticas realizadas e dos produtos que eles geraram, não apenas para a competição, mas ao longo do Projeto, como os jogos e quebra-cabeças complementares que foram sugeridos. Caso disponha de tempo, amplie os estudos realizados com os estudantes, com base nos recursos e ideias que sugerimos nos textos a que apenas você tem acesso, e que podem enriquecer a formação matemática da turma, e melhorar sua relação com a disciplina, na medida em que entenderem melhor a importância dessa ciência para práticas cotidianas e a compreensão de como elementos do nosso mundo, com os quais lidamos de forma rotineira, funcionam.

## PASSO 08

# PLANEJANDO UMA PONTE PARA O CAMPEONATO

Motive os estudantes a produzirem pontes para exibição no dia do evento, não necessariamente para a Competição. A beleza arquitetônica das estruturas é surpreendente. Os estudantes podem produzir maquetes da região e incluir pontes que eles construíram com macarrão, palitos de picolé ou outros materiais. No processo de construção dos modelos, podem ser explorados conceitos relacionados a simetria, ângulos, paralelismo e perpendicularismo, dentre outros, além do uso de instrumentos de medida, como réguas, esquadros e transferidor.

Os estudantes podem fazer o desenho de seus projetos a mão livre, usando instrumentos de desenho, ou com o uso de aplicativos. Incentive-os a fazerem um levantamento na Internet de softwares ou aplicativos para o computador ou celular que possam auxiliar no desenho dos projetos. Depois que os estudantes concluírem essa pesquisa, solicite que eles socializem os resultados encontrados e discutam as dificuldades e vantagens de cada software ou aplicativo.

## ELABORANDO O PROJETO FINAL

Solicite que os estudantes façam seus projetos de modo organizado e cuidadoso, para que as etapas anteriores à construção das pontes possam ser apreciadas pelos visitantes do evento correspondente ao Produto final. O planejamento de uma atividade é uma competência importante a ser desenvolvida pelo estudante e que será útil tanto para suas práticas profissionais futuras, quanto pessoais.

## ETAPA ③

# CAMPEONATO DE PONTES

### PASSO 09

## COLOCANDO O PROJETO DA PONTE EM PRÁTICA

Procure observar se o Relatório produzido pelos estudantes contém as especificações recomendadas, do ponto de vista dos conteúdos matemáticos trabalhados ao longo das atividades propostas neste Projeto, como um todo, e mais especificamente, no Projeto da ponte, ou outras estruturas planejadas e produzidas para esta etapa final.

Analise se os estudantes incluíram tabelas com custos; desenhos com medidas das partes que compõem as estruturas; fotos do passo-a-passo, além de outros elementos que enriquecerão o texto como fonte de informações. Promova rodas de conversa para que os estudantes possam compreender a importância do processo e não apenas do produto que corresponde à sua culminância. Estimule-os a expor o que gostaram de estudar e sobre o que gostariam de saber mais.

Discuta com os estudantes sobre ideias que foram trabalhadas neste Projeto, que vincula Matemática à Engenharia e à Arquitetura, e que eles poderão aproveitar na resolução de problemas da comunidade ou na definição de caminhos profissionais futuros. Há cursos técnicos (de nível médio e superior) e cursos superiores, nos quais as ferramentas de pensamento que foram aqui introduzidas serão ampliadas e aprofundadas. É fundamental que se sintam seguros para fazer escolhas nessa direção.

### PASSO 10

## O DIA DO CAMPEONATO

O suporte da equipe de professores de Matemática e de outras áreas, no dia do Campeonato, é indispensável. Para isso, acompanhe a organização, observando se a divisão de tarefas está sendo respeitada e se toda a estrutura necessária para o evento (tanto para os estudantes inscritos no Campeonato, quanto o público visitante) está devidamente cuidada.

Como a atividade envolve um Campeonato, o que implicaria em uma disputa entre os participantes, faça a mediação do processo, de modo que os estudantes valorizem todos os trabalhos produzidos e prestigiem o material elaborado pelos colegas, de modo respeitoso.

## AVALIANDO O PROJETO

Professor(a), a avaliação no Projeto Integrador possui um caráter diagnóstico e formativo, sem um caráter classificatório. O processo deve preponderar mais que o produto. Nesse sentido, é relevante o acompanhamento progressivo dos estudantes durante a construção de todo o Projeto. A avaliação processual colaborará para que se verifique, mais de perto, se os estudantes estão se envolvendo, estão desenvolvendo as aprendizagens previstas, apoiando-os nas suas dificuldades. Recorde, sempre, que a proposta é que o estudante seja o protagonista do Projeto, o centro do processo de ensino e aprendizagem.

Sua participação também é relevante ao término do Projeto, acompanhando a avaliação de desempenho de cada estudante e também dos grupos que foram formados. É importante conduzir este momento estando perto dos estudantes, provocando-os a realizar uma avaliação qualitativa, envolvendo todo o Projeto. Busque verificar se compreenderam as competências gerais e específicas e as habilidades da BNCC previstas no Projeto.

Avaliar a aprendizagem na escola é um veículo para tornar bem-sucedidas as ações de ensinar e aprender. Portanto, não se pode desconectar a avaliação do estudante do processo de ensino do docente. Acompanhe com carinho o processo de avaliação do Projeto dos grupos de estudantes bem como a autoavaliação de cada um deles.

## REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

BAPTISTA, M. F. Novo enfoque no ensino da matemática relato de experiência: dimensionar, calcular e construir uma ponte em sala de aula. **México**: Anais da Conferência Interamericana de Educação Matemática - CIAEM, 2015.

*O artigo de Baptista trata de uma experiência vivenciada em sala de aula, baseada na construção de pontes com palitos de picolé, destacando cálculos e conceitos matemáticos que podem complementar as ações propostas no Projeto.*

COSTA, O. **A Matemática Recreativa no Ensino Básico**. Dissertação de Mestrado. Universidade do Minho. Portugal, 2014. Disponível em: <http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/30282/1/Olandino%20da%20Costa.pdf>. Acesso em 25 mai 2019.

*A Dissertação de Olandino Costa contém a análise de jogos, desafios e quebra-cabeças vinculados à área da Matemática Recreativa e que podem ser adaptados para a sala de aula ou ampliar as ações propostas no Projeto.*

LEVORATO, G. B. P. **Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares**: Aplicações na Engenharia e Economia. Dissertação de Mestrado. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT. Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, SP: 2017

*O texto de Levorato trata de aplicações de conteúdos matemáticos do Ensino Médio a contextos diversos do cotidiano, possibilitando a ampliação do uso de recursos tecnológicos em sala de aula e da visão dos estudantes sobre a relação da Matemática com o mundo.*

PROJETO 6

# A MATEMÁTICA E A LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO

TEMA INTEGRADOR: PROTAGONISMO JUVENIL

## CONHECENDO O PROJETO

A Linguagem de Programação (LP) tem-se constituído, hoje, em currículos escolares de muitos países, em razão de sua importância para a formação do estudante, considerando as demandas para atuação em um mundo cada vez mais digitalizado. A LP estrutura-se com base em princípios lógicos que são estudados em Matemática. Tanto é assim que estudar LP auxilia na compreensão da linguagem matemática e aprender Matemática ajuda o estudante a avançar na Linguagem de Programação.

Estamos, assim, diante de um projeto integrador em função das temáticas com que dialoga e de profundo interesse para os jovens estudantes do ensino médio, pela possibilidade de exercerem o seu protagonismo na escola, pela participação direta em um tema de tanta atualidade e pela projeção da sua importância no mercado de trabalho.

O Projeto parte, nas propostas de ações, de situações simples, que podem ser resolvidas pelos estudantes com base em conhecimentos já adquiridos e em situações presentes no cotidiano, já que a LP não se aplica apenas à resolução de problemas matemáticos ou que possam ser modelados por conceitos matemáticos.

Além de auxiliar no desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, os princípios da LP podem ser aplicados na delimitação e gerenciamento de processos de produção em empresas de qualquer porte, como a estruturação hierárquica de instituições, a definição de programas de computação, o delineamento de decisões no âmbito pessoal, na resolução de problemas observados na comunidade, dentre outras possibilidades.

Embora o Projeto esteja ligado à Linguagem de Programação, que fundamenta as operações com o computador, as ações propostas são, em sua maioria, analógicas, e podem ser realizadas usando-se apenas papel e lápis, embora o desejável seja que os estudantes tenham a oportunidade de praticar algumas ações em um Laboratório de Informática.

Seu apoio ao longo do Projeto torna-se mais urgente ainda quando da preparação da oficina que será apresentada a título de Produto final, Isso porque os estudantes promoverão a criação de fluxogramas e algoritmos para solução de problemas pessoais, da escola e da comunidade.

Além disso, os resultados do Projeto merecem uma avaliação, sob sua coordenação, tendo a participação protagonista dos estudantes.

ESTE PROJETO CONTEMPLA  
OS TEMAS TRANSVERSAIS  
CONTEMPORÂNEOS

CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
E TRABALHO

# OBJETIVOS, COMPETÊNCIAS E HABILIDADES

Professor, verifique no quadro a seguir, a relação entre os objetivos do Projeto e as Competências Gerais indicadas na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), bem como as Competências e Habilidades Específicas da área de Matemática e suas tecnologias, que serão desenvolvidas neste Projeto:

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DA BNCC TRABALHADAS NO PROJETO			
OBJETIVOS	COMPETÊNCIAS GERAIS	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS	HABILIDADES
1. Conhecer elementos básicos da linguagem de programação, buscando compreender a linguagem matemática e científica para comunicação de ideias e a socialização de informações, experiências e resultados de reflexões.	3 e 7	3 e 4	EM13MAT315 EM13MAT405
2. Produzir fluxogramas matemáticos, explorando a capacidade de argumentação em diferentes linguagens.	4 e 7	2, 3, 4 e 5	EM13MAT203 EM13MAT315 EM13MAT405 EM13MAT507 EM13MAT510
3. Organizar fluxogramas aplicados a problemas e situações diversificados em uma Oficina, com o uso de tecnologias digitais.	3, 4 e 8	3 e 4	EM13MAT315 EM13MAT405

Fonte: elaborada pelas autoras com base na BNCC, 2018.  
As competências e habilidades citadas podem ser consultadas por você nas páginas 7 e 8 deste livro.

A partir dos objetivos propostos, procuramos valorizar as experiências e conhecimentos dos estudantes em relação a contextos artísticos e culturais diversificados, visando ampliar sua capacidade de analisar e de explicar fenômenos de naturezas múltiplas, e de argumentar usando linguagens diversificadas. Pela natureza do Projeto, a compreensão, utilização e exploração de tecnologias digitais de informação e comunicação serão parte do processo de desenvolvimento das Etapas que o compõem, assim como a capacidade de argumentação com base em informações dadas ou produzidas pelos estudantes em processos de discussão e negociação. Como as questões propostas nos Passos serão, em vários casos, elaboradas pensando-se na sua resolução por duplas ou por pequenos grupos de estudantes, a perspectiva é que eles possam trabalhar sua capacidade de convivência, respeitando e valorizando as diferenças.

Alguns temas particularmente complexos serão abordados no Projeto, como as *fake news* e o *cyberbullying*, visando ampliar as ações para uma perspectiva menos técnica e mais crítica e analítica, associada a problemas vivenciados pelos jovens da atualidade. Para isso, se possível, procure a colaboração de membros da escola que atuem no suporte psicológico à comunidade escolar, ou de profissionais de instituições públicas que possam auxiliar nas discussões.

O material necessário para a organização da Oficina que representa o Produto final do Projeto será produzido pelos estudantes ao longo das Etapas que o compõem e pode ser complementado ou ajustado nos Passos finais. Para tanto, recomenda-se acompanhar os registros feitos pelos estudantes, em cada Etapa, de modo a facilitar a definição dos elementos centrais da Oficina.

A ideia é que a Oficina seja apresentada para a comunidade em geral, então, diversas opções podem ser definidas para seu formato, considerando o público-alvo para o qual será voltada. Esta definição deverá ficar à cargo dos estudantes, sob sua coordenação, após discussão acerca do acervo de registros feitos nas três Etapas do Projeto. Na Oficina os es-

tudantes exercerão o protagonismo em diferentes momentos (Organização do evento; definição de temas; desenvolvimento de ações) e a capacidade de transformação da realidade, pelo estudante, deve ser destacada ao longo das Etapas do Projeto, para ser levada por ele para a vida fora da escola.

## JUSTIFICATIVA

O matemático Seymour Papert teve a ideia de criar uma Linguagem de programação para crianças e jovens nos anos de 1980 e, para testar se ela funcionava, ele desenvolveu estudos e experimentos em escolas da Inglaterra que resultaram na criação da primeira Linguagem de Programação para crianças, chamada 'Logo', que envolvia comandos de deslocamento de um robô tartaruga, que foram os precursores da robótica educacional. Papert (1985) supunha que quando as crianças estavam programando o robô tartaruga para resolver um problema ou realizar uma tarefa, elas estavam, na verdade, aprendendo a pensar matematicamente o mundo, de modo organizado e sistemático. Isso porque elas desenvolviam o pensamento lógico dedutivo.

Embora neste Projeto não tenhamos como aprofundar o domínio de Linguagens de Programação em todas as suas especialidades, exploraremos os princípios básicos da estruturação do pensamento utilizado para esse segundo passo, que pode ser facilitado pelo fato de os estudantes já entenderem como funciona um fluxograma e desenvolverem seu raciocínio lógico e terem noções sobre linguagens próximas às mais avançadas.

A lógica das Linguagens de Programação é útil para qualquer pessoa, na resolução de problemas do dia a dia e se baseia na divisão destes em partes menores e mais simples, princípio do conceito de **algoritmo**, sequência lógica de ações que auxiliam a determinação de uma solução.

Estimule os estudantes a utilizarem ferramentas digitais, embora seja possível alcançar resultados excelentes trabalhando-se, neste nível, de modo totalmente analógico, usando-se apenas papel e lápis. Os recursos computacionais, porém, irão agilizar os procedimentos de produção de respostas a questões propostas e aproximarão o estudante do computador, para a prática de ações que servirão de base para avanços em sua formação na área de computação.

## PRODUTO FINAL

O Produto final do Projeto, a Oficina a ser organizada e ministrada pelos estudantes, pode ser apresentado à comunidade escolar em diferentes formatos, de acordo com os espaços e recursos disponíveis e com as habilidades dos estudantes que integram cada equipe. Desse modo, sugerimos como possibilidades: apresentação dinâmica com apoio de *Flipchart*, animação gráfica computadorizada com apoio de *softwares* livres (presencial, preferencialmente, ou postada em algum endereço das redes sociais – gerenciado por você), experimento que envolva o público na execução do algoritmo proposto, dentre outras possibilidades.

O formato final da Oficina deverá ser definido pelos estudantes, após ampla discussão sobre possibilidades, demandas e divisão de responsabilidades. Recomendamos que a cada Passo de todas as Etapas do Projeto os estudantes sejam orientados a organizar suas produções em cartazes, arquivos digitais, *slides* ou outros meios, que agilizem a organização da Oficina, em virtude do acervo acumulado ao longo do processo.

A análise de soluções dos problemas abordados na Oficina será feita por você, com a colaboração de colegas de outras áreas, dependendo da natureza das aplicações. O formato da apresentação da Oficina pode ser negociado após discussão na turma, tendo-se o cuidado de planejar os detalhes e delimitar responsabilidades, para que todos participem e o evento seja um sucesso.

Sugerimos que os estudantes, sempre que possível, realizem seus experimentos e ações propostas, empregando o princípio da sustentabilidade, realizando o reaproveitamento de recursos e materiais a que eles possam ter acesso em casa, na comunidade em que vivem e na escola.

Para o desenvolvimento do Projeto, será necessário utilizar os seguintes materiais: jornais e revistas atuais, papel A4, lápis grafite e borracha, cartolina, fita adesiva larga, barbante, cola branca, lápis hidrocor coloridos e giz de cera, computadores ou dispositivos móveis com

conexão à Internet (se possível), *softwares* livres para edição de fluxogramas e de programação de computador. Veja como viabilizar, com antecedência, junto à equipe gestora da escola.

Se a escola conta com um Laboratório de Informática, explore seu uso pelos estudantes, nas ações propostas, de modo a otimizar o tempo e ampliar e/ou aprofundar a abordagem dos temas. Solicite a colaboração de colegas da área de Informática ou aproveite a oportunidade para desenvolver o protagonismo de estudantes que tiverem maior familiaridade com ferramentas digitais, em práticas de tutoria.

## DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

Para a realização deste Projeto, sugerimos um planejamento trimestral, com carga-horária prevista de 20 horas-aula, devendo o Projeto ser conduzido sob a liderança do professor de Matemática, de forma interdisciplinar, em conjunto com o professor dos componentes curriculares Língua Portuguesa, Informática e Arte, buscando sempre dar espaço para o protagonismo dos estudantes. Veja a tabela a seguir:

SUGESTÃO DE PLANEJAMENTO TRIMESTRAL PARA O PROJETO			
ETAPA	PASSOS	NÚMERO DE AULAS	COMPONENTE(S) ASSOCIADO(S)
<b>Conhecendo o Projeto</b>			
Apresentação do Projeto	-	1	Matemática
<b>Desenvolvendo o Projeto</b>			
<b>Etapa 1:</b> Conhecendo os elementos básicos e as aplicações dos fluxogramas	<b>Passo 1:</b> O que é um algoritmo?	7	Matemática e Informática
	<b>Passo 2:</b> A descrição narrativa em ação: algoritmos no cotidiano		Matemática e Língua Portuguesa
	<b>Passo 3:</b> A prática da descrição narrativa Origami		Matemática e Arte
	<b>Passo 4:</b> A simbologia da Linguagem de programação		Matemática e Informática
<b>Etapa 2:</b> Produzindo fluxogramas matemáticos	<b>Passo 5:</b> Organização dos fluxogramas matemáticos	8	Matemática e Informática
	<b>Passo 6:</b> A produção de fluxogramas matemáticos		Matemática
	<b>Passo 7:</b> Explorando o programa PWW		Matemática
	<b>Passo 8:</b> Entendendo como funcionam os pseudocódigos		Matemática e Informática
<b>Organizando e Apresentando o Produto final</b>			
<b>Etapa 3:</b> Oficina de Linguagem de Programação	<b>Passo 9:</b> Ajustes finais das oficinas	3	Matemática
	<b>Passo 10:</b> Realizando a Oficinas		Matemática
<b>Avaliando o Projeto</b>			
Avaliação e autoavaliação	-	1	Matemática

Fonte: elaborada pelas autoras, 2020.

Antes de dar início ao Projeto, recomendamos que seja feita uma sondagem de alguns conhecimentos prévios dos estudantes, relacionados à sua familiaridade com o campo da informática e com o uso de aparelhos digitais e aplicativos ou *softwares*. Se possível, aplique um questionário com a turma, levantando informações sobre os seguintes pontos:

1. O estudante tem computador e/ou *notebook* em casa?
2. Se a resposta à questão anterior for "sim", o estudante tem acesso à Internet a partir dele(s)?
3. Ele tem *smartphone* e/ou *tablet*?
4. Por meio do *smartphone* e/ou *tablet* ele tem acesso à rede de dados (plano de Internet móvel)?
5. O estudante leva o *smartphone* e/ou *tablet* para a escola?
6. Ele fez *download* de algum aplicativo (app) em seu *smartphone*?
7. Se a resposta for afirmativa, qual ou quais aplicativos ele tem em seu *smartphone*?

Essas e outras perguntas podem estar presentes no questionário dirigido aos estudantes e as respostas poderão ajudar no planejamento, na medida em que você conhecerá o perfil geral da turma em relação ao uso e acesso a ferramentas digitais.

Em seguida, trazemos a denominação e descrição de cada Etapa do Projeto, com recomendações específicas para cada uma delas.

## ETAPA 1 - CONHECENDO OS ELEMENTOS BÁSICOS E AS APLICAÇÕES DOS FLUXOGRAMAS

Nesta Etapa constituída por quatro Passos, propomos, no Passo 1, que você, professor, apresente aos estudantes a definição de algoritmo, bem como sua estrutura básica (elementos e organização), exemplificando por meio de situações simples do campo da Matemática e do cotidiano.

No Passo 2 desta Etapa, exploramos uma forma de representação de algoritmos denominada descrição narrativa, que é simples de ser executada pelos estudantes, uma vez que a linguagem utilizada na descrição das etapas de desenvolvimento de um processo é a língua materna. Nas ações propostas, ampliamos os contextos de aplicação dos algoritmos.

No Passo 3, indicamos uma aplicação prática da descrição narrativa no contexto do Origami, uma arte cujos diagramas são organizados na forma de passos consecutivos representados graficamente. Neste caso, os estudantes farão as descrições correspondentes, utilizando a nomenclatura da linguagem matemática do campo da Geometria.

Finalmente, no Passo 4, apresentamos alguns elementos da simbologia utilizada na Linguagem de Programação, quando se deseja elaborar um fluxograma para representar um procedimento algorítmico.

Em todos os Passos, as ações propostas podem ser resolvidas de maneira analógica, usando-se apenas papel e lápis, mas recomendamos que, sempre que possível, sejam explorados os recursos digitais indicados no texto, visando ampliar a familiaridade dos estudantes com o mundo digital e a ampliação de sua formação e conhecimentos na área.

## ETAPA 2 - PRODUZINDO FLUXOGRAMAS MATEMÁTICOS

Nesta etapa, constituída por quatro Passos, propomos, no Passo 5, questões voltadas para a organização de fluxogramas matemáticos, a partir de cartões com palavras e sentenças, a serem colocadas na sequência adequada e, no Passo 6, convidamos os estudantes a produzirem fluxogramas matemáticos a partir da descrição narrativa de problemas um pouco mais complexos da área.

No Passo 7, apresentamos um programa que tem sido desenvolvido nos Estados Unidos, denominado de *Proofs Without Words (PWV)*, que podemos traduzir como "Provas sem Palavras", recurso que facilita o trabalho com demonstrações matemáticas na Educação Básica.

No Passo 8, fazemos uma apresentação geral sobre pseudocódigos, que constitui uma linguagem intermediária entre a língua materna e linguagens de programação mais avançadas.

### ETAPA 3 - OFICINA DE LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO

Constituída por dois Passos, é dedicada à organização da Oficina a ser ministrada pelos estudantes, a partir da produção gerada ao longo das Etapas anteriores, e à sua apresentação.

No Passo 9, a orientação é que os estudantes realizem os ajustes finais da Oficina que irão apresentar para os colegas da escola (de outras escolas ou para a comunidade em geral). Eles podem produzir apenas uma Oficina ou várias delas, considerando o público-alvo com perfis distintos. Já o Passo 10 representa o momento de culminância do Projeto, dia em que os estudantes apresentarão a Oficina.

Em muitas ações propostas ao longo das Etapas e Passos do Projeto, sugerimos que você solicite a colaboração de colegas de outras áreas de conhecimento, como o professor de Língua Inglesa, de Língua Portuguesa ou de Informática. Lembre-se, porém, que você pode promover uma prática interdisciplinar mais intensa, dependendo da natureza dos problemas que os estudantes se disponham a abordar na Oficina.

Para exemplificar, é possível estruturar fluxogramas que descrevam o funcionamento do aparelho digestivo, do momento de mastigação de um alimento até a expulsão natural de resíduos do organismo (assim como de outros sistemas); fluxogramas relativos a ciclos de produção de energia ou água; fluxogramas sobre desenvolvimento histórico de modelos atômicos, dentre outras possibilidades. Assim, podem ser organizadas Oficinas interdisciplinares, Oficinas aplicadas a setores produtivos da comunidade, Oficinas de Matemática para estudantes do Ensino Fundamental, dentre outras possibilidades.

Ao organizarem a Oficina, os estudantes aprenderão mais, na medida em que desenvolverão uma ação formativa em que serão eles os protagonistas do processo. Poderão, ainda, proporcionar uma oportunidade impar para os colegas, que serão beneficiados com o contato com princípios do Pensamento Computacional e da Linguagem de Programação, o que os ajudará a ampliar seu raciocínio lógico-matemático, proporcionando um apoio ao empreendedorismo.

A Avaliação do Projeto tanto deve ser ao longo do desenvolvimento das Etapas que o compõem, quanto ser explicitada após a realização da Oficina pelos estudantes. Recomendamos que ela se dê em uma dimensão coletiva, com indicação de pontos que podem ser ampliados ou aprofundados em versões futuras de desenvolvimento do Projeto, quanto no âmbito pessoal, quando os estudantes, após refletirem sobre seu envolvimento e desempenho nas diversas Etapas, indicarem o que gostariam de saber mais, o que mais gostaram de fazer e as dificuldades que tiveram.

## ETAPA ①

# CONHECENDO OS ELEMENTOS BÁSICOS E AS APLICAÇÕES DOS FLUXOGRAMAS

Nesta Etapa, iremos introduzir elementos básicos da Linguagem de Programação, que faz parte do campo de conhecimento denominado de Pensamento Computacional. Na Base Nacional Comum Curricular, há a seguinte indicação, sobre esse tipo de pensamento, quando o documento trata do desenvolvimento do pensamento algébrico:

Outro aspecto a ser considerado é que a aprendizagem de Álgebra, como também aquelas relacionadas a Números, Geometria e Probabilidade e estatística, podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento computacional dos alunos, tendo em vista que eles precisam ser capazes de traduzir uma situação dada em outras linguagens, como transformar situações-problema, apresentadas em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa.

Associado ao pensamento computacional, cumpre salientar a importância dos algoritmos e de seus fluxogramas, que podem ser objetos de estudo nas aulas de Matemática. Um algoritmo é uma sequência finita de procedimentos que permite resolver um determinado problema. Assim, o algoritmo é a decomposição de um procedimento complexo em suas partes mais simples, relacionando-as e ordenando-as, e pode ser representado graficamente por um fluxograma. A linguagem algorítmica tem pontos em comum com a linguagem algébrica, sobretudo em relação ao conceito de variável. Outra habilidade relativa à álgebra que mantém estreita relação com o pensamento computacional é a identificação de padrões para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos

BRASIL, Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular, Secretaria da Educação Básica, 2018.

Assim, ao desenvolverem ações de organização do pensamento, em direção à sua formalização, os estudantes estarão imersos no amplo espaço do Pensamento Computacional. Para aprofundamento de conhecimento e prática sobre essa temática geral, recomendamos a leitura dos seguintes textos:

- *O pensamento computacional como estratégia de aprendizagem, autoria digital e construção da cidadania*, de Cláudio André (2018), indicado nas referências complementares deste projeto, no livro do aluno.
- *Atividades desplugadas: linguagem de programação sem computador*. Disponível em: [www.novaescola.org.br/conteudo/7111/atividades-desplugadas-ensinar-linguagem-de-programacao-sem-computador](http://www.novaescola.org.br/conteudo/7111/atividades-desplugadas-ensinar-linguagem-de-programacao-sem-computador). (acesso em: 20 fev. 2020).

No endereço disponível em [www.csunplugged.org/en/resources](http://www.csunplugged.org/en/resources) (acesso em: 20 fev. 2020), estão disponíveis várias ideias de atividades desplugadas que podem ser desenvolvidas com estudantes do Ensino Fundamental. Os estudantes do Ensino Médio podem incluí-las na Oficina para estudantes daquele nível de escolaridade, de sua escola ou da comunidade, adaptando o material disponibilizado no endereço. Elas estão escritas em inglês, mas são de fácil compreensão para transposição para a Língua Portuguesa, ação para a qual você pode fazer parceria com professores de Língua Inglesa da escola.

## PASSO 01

### O QUE É UM ALGORITMO?

As respostas às questões 1 a 3 são pessoais e variam de estudante para estudante, mas é fundamental mediar as discussões e avaliar se todos compreenderam o que é um algoritmo e como eles podem auxiliar na organização de um conjunto de dados e a pensar em uma sequência de passos que podem ser seguidos para se chegar à solução de um problema.

## PASSO 02

# A DESCRIÇÃO NARRATIVA EM AÇÃO: ALGORITMOS NO COTIDIANO

O processo de descrição narrativa auxilia na fase introdutória de reflexão sobre um procedimento a ser executado ou problema a ser resolvido, na medida em que o desmembram em partes menores, organizadas em uma sequência lógica, que pode seguir uma ordem temporal ou de causas e consequências.

Além de ajudar no desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, a prática da descrição narrativa é útil para a tomada de consciência acerca da estrutura que deve ter um argumento, de qualquer natureza, ou um texto que produzimos, que precisa ter um começo, meio e fim.

Nesta Etapa, você pode ampliar o trabalho com descrições narrativas, sugerindo que os estudantes analisem a sequência argumentativa de redações, notícias de jornal, textos de um Livro Didático, dentre outras possibilidades, selecionando a ideia inicial, os argumentos intermediários e a conclusão. Esse tipo de prática irá colaborar quando eles forem escrever uma redação ou outro texto.

## DESCRIÇÕES NARRATIVAS PROPOSTAS

### 1. Escovar os dentes.

Embora a resposta seja pessoal, espera-se algo como: i) pegar escova e pasta de dente; ii) colocar uma porção de pasta na escova; iii) molhar com água a escova com pasta; iv) escovar os dentes (e a língua, com cuidado – o que nem todos fazem, mas é recomendável); v) enxaguar a boca; vi) lavar e secar a escova; vii) guardar a escova e a pasta.

### 2. Fazer um sanduíche com, pelo menos, dois ingredientes, além do pão.

A resposta é pessoal, mas espera-se algo como o descrito em seguida, considerando-se, por exemplo, que o sanduíche será feito usando-se manteiga, duas fatias de queijo, alface e tomate: i) pegar os ingredientes necessários para o sanduíche (pão, manteiga, queijo, alface e tomate); ii) higienizar o alface e o tomate; iii) cortar o tomate em rodela; iv) partir o pão ao meio (ou pegar duas fatias de pão); v) passar a manteiga no pão; vi) colocar os demais ingredientes (queijo, alface e tomate) entre as fatias de pão.

### 3. Ir a uma farmácia, comprar um medicamento, já estando vestido para sair de casa.

Resposta pessoal que dependerá da localização de uma ou mais farmácias em relação à casa de cada estudante. Uma resposta possível seria: i) Localizar a farmácia mais próxima (mentalmente, perguntando a alguém ou via consulta no celular ou computador); ii) dirigir-se à farmácia (a pé, de ônibus ou outra forma de locomoção); iii) solicitar o medicamento ao atendente; iv) dirigir-se ao caixa para efetuar o pagamento.

Certamente não é necessário o tempo todo explicitarmos a sequência de passos que realizamos em todas as coisas que fazemos cotidianamente, sendo recomendável automatizarmos procedimentos rotineiros, para não nos esgotarmos mentalmente. É interessante, entretanto, organizarmos uma descrição narrativa de alguns procedimentos que precisamos executar para resolver algum problema, ainda que no âmbito pessoal.

Se possível, proporcione para a turma a exibição do vídeo Exact Instructions Challenge - *THIS is why my kids hate me*, de Josh Darnit, disponível em: [www.youtube.com/watch?v=cDA3\\_5g82h8](https://www.youtube.com/watch?v=cDA3_5g82h8) (acesso em 20 fev. 2020).

No vídeo, um pai solicita aos filhos que escrevam um algoritmo que represente o processo de produção de um sanduíche de pasta de amendoim e geleia. Embora o áudio seja em inglês, você pode acionar a tradução das legendas para Português e exibi-lo depois que os estudantes responderem o item 2, antes de sua discussão. Depois do vídeo, os estudantes podem rever suas instruções, antes de apresentá-las aos colegas.

Embora seja um tema bastante polêmico, é preciso que a escola discuta e oriente os estudantes e responsáveis sobre o grave problema do cyberbullying. Se possível, no dia em que os estudantes forem debater sobre suas sugestões, convide alguém do suporte psicológico da escola ou de outras instituições para colaborar nas discussões, devendo ser enfatizada a importância de nos conhecermos e cuidarmos de nossa saúde física, mental e emocional, reconhecendo as emoções dos outros, respeitando as diferenças, com empatia e autocrítica.

## VAMOS PESQUISAR!

Oriente os estudantes a levantarem as sugestões, discutindo-as e comparando os passos, de modo a sintetizarem todos em uma única descrição narrativa que seja de consenso, após o trabalho de reflexão coletivo. Solicite-lhes que registrem o resultado em um cartaz. Posteriormente esse material poderá ser representado por meio de um fluxograma, estrutura que será explorada adiante.

### PASSO 03

## A PRÁTICA DA DESCRIÇÃO NARRATIVA NO ORIGAMI

O mundo atual vive sob o paradigma da imagem como uma importante forma de comunicação, em todos os âmbitos de atuação do homem. Por essa razão é fundamental que os professores, em especial de Matemática, estejam atentos às potencialidades dos usos da imagem como recurso didático.

O desafio está em ampliar o desenvolvimento da competência de lidar com as imagens que povoam o mundo, tornando os estudantes aptos a lerem e interpretarem o que elas comunicam, de maneira crítica e seletiva. O domínio sobre diferentes usos das imagens comuns na linguagem matemática – gráficos, tabelas, fluxogramas, modelos – é hoje condição essencial da alfabetização plena do estudante e impacta no exercício da cidadania.

Neste passo exploramos uma arte que tem um enorme potencial de aplicação em aulas de Matemática, evidenciando as vantagens da representação de um procedimento do tipo passo a passo em um diagrama (recurso visual), sobre a descrição narrativa de cada ação.

O Origami é uma arte oriental antiga e com muitas potencialidades para uso em sala de aula, no ensino de Matemática, Arte e outras áreas de conhecimento. A estrutura de confecção de dobraduras é bastante apropriada para o trabalho com algoritmos e fluxogramas, em razão de ser um procedimento do tipo passo a passo, o que pode ser facilmente percebido nos diagramas com a descrição gráfica das ações a serem realizadas.

Você pode explorá-las em aulas dedicadas à Geometria, mas também há Origamis que podem ser usados como base para procedimentos e resolução de questões de Álgebra ou Aritmética. Você pode encontrar sugestões de uso do Origami para a sala de aula em Rêgo, Rêgo e Gaudêncio Junior (2018) e em diversos endereços eletrônicos dedicados ao tema. Leia no texto, apresentado em seguida, as aplicações do Origami no ensino de Matemática.

O Origami pode ser explorado em ações voltadas para:

- **a construção de conceitos:** as dobraduras, por mais simples que pareçam, envolvem elementos que podem ser explorados na construção de conceitos matemáticos diversos, não apenas geométricos;
- **a discriminação de forma, posição e tamanho:** uma simples dobra em um quadrado de papel realiza transformações de forma, posição ou tamanho de uma figura, estimulando o desenvolvimento do pensamento geométrico, aritmético e algébrico;
- **a leitura e interpretação de diagramas:** constituindo uma linguagem simbólica completa e diferenciada de outras linguagens usadas para a comunicação de ideias, a linguagem do Origami é universal, sua interpretação facilita o uso de qualquer livro de dobraduras e dispensa a preocupação com a memorização de passos, além de introduzir o desenho técnico em sala de aula;
- **a construção de figuras planas e espaciais:** a riqueza de possibilidades de construção de formas, sejam geométricas ou não, planas ou espaciais, fazem do Origami uma arte que pode ser explorada das mais diversas formas;
- **o uso de termos geométricos em um contexto:** a descrição oral dos passos de uma dobradura, tradição mantida por séculos por artistas do oriente, é facilitada quando quem o faz conhece os elementos geométricos, sua definição e nomenclatura, presentes em cada passo. O uso dos termos geométricos corretos, em um contexto, estimula a aprendizagem;
- **o desenvolvimento da percepção e discriminação de relações planas e espaciais:** essenciais na construção de conceitos e na resolução de inúmeros problemas matemáticos, a percepção geométrica plana e espacial, bem como a capacidade de estabelecer relações entre elementos geométricos planos e espaciais têm seu desenvolvimento estimulado com a prática das dobraduras. Ações como observar, compor, decompor, transformar, representar e comunicar são facilitadas com a prática do Origami;
- **a exploração de padrões geométricos:** a capacidade de perceber a presença de padrões, sejam numéricos ou geométricos, facilita a aplicação de conceitos matemáticos a outros campos de conhecimento;
- **o desenvolvimento do raciocínio do tipo passo a passo:** cada dobradura envolve um processo de sequenciamento de etapas, constituindo um modo de pensar que é muito utilizado na resolução de problemas matemáticos diversos;
- **o desenvolvimento do senso de localização espacial (lateralidade):** através da exploração dos elementos de linguagem relativos à posição no espaço, como "cima", "baixo", "esquerda", "direita", entre outras.

RÊGO, R. R.; RÊGO, R. M.; GAUDÊNCIO JÚNIOR, S. A. *Geometria do Origami*: 2 ed. João Pessoa; CCTA, 2018.

## QUESTÕES:

1. Como você descreveria os passos seguintes da dobradura, observando como foi feito no caso do Passo 1?

A resposta é pessoal e varia de acordo com o domínio conceitual e linguístico do estudante. Procure analisar se a maneira como o Passo é descrito possibilita a compreensão de como ele deve ser feito. Uma das muitas possibilidades de descrição, caso o estudante domine a nomenclatura geométrica, é do seguinte modo:

**Passo 2** - Vinque (ou: marque) a bissetriz de um dos ângulos agudos do triângulo obtido após a dobra do Passo 1.

**Passo 3** - Faça coincidir o vértice do ângulo bisseccionado com a extremidade da linha marcada no triângulo, correspondente à bissetriz.

**Passo 4** - Repita o procedimento do outro lado, obtendo uma figura pentagonal irregular.

**Passo 5** - Dobre o vértice do ângulo reto da figura pentagonal, fazendo-o coincidir com o vértice correspondente do triângulo semelhante formado na base do pentágono.

**Passo 6** - Repita o procedimento do outro lado da figura, obtendo um trapézio – a base maior corresponde à abertura do copo.

**Passo 7** - O copo está pronto! Para usá-lo basta afastar as partes correspondentes aos lados da boca do copo.

Como a questão admite muitas respostas diferentes, você só precisa observar se as instruções estão claras e se os termos geométricos utilizados estão corretos. Se não, oriente os estudantes, indicando a terminologia que eles desconhecem.

2. Que instruções você acha que seriam mais fáceis de serem seguidas, caso você quisesse que outra pessoa reproduzisse o procedimento de modo a obter o mesmo resultado final, por meio do diagrama ou das instruções na linguagem usual?

Em geral o procedimento gráfico, via diagrama, é mais fácil de ser seguido, mesmo por quem não sabe fazer Origami, uma vez que a simbologia utilizada nos diagramas é relativamente intuitiva.

3. Que conhecimentos a pessoa precisaria ter para conseguir realizar o passo a passo do diagrama pelas instruções por meio da linguagem usual?

Para seguir as instruções na linguagem geométrica, a pessoa precisaria conhecer a nomenclatura dessa área, ou seja, saber o que é um vértice, uma diagonal, a bissetriz de um ângulo e assim por diante.

4. Na realização da dobradura, vendo como um procedimento algorítmico, o que corresponderia à Entrada, ao Procedimento e à Saída?

O elemento de Entrada seria o quadrado de papel, o Procedimento seria a execução do passo a passo, e a Saída seria a figura pronta.



Para facilitar o desenvolvimento deste último item, recomendamos que seja feita uma consulta anterior a um *site* especializado e, se possível, sejam escolhidos alguns diagramas para serem disponibilizados para os estudantes, imprimindo-os antes do início do procedimento de resolução das questões. Como sugestão, recomendamos o seguinte endereço: [www.origami-brasil.com/2012/06/onde-encontrar-diagramas-na-internet](http://www.origami-brasil.com/2012/06/onde-encontrar-diagramas-na-internet) (acesso em: 21 fev. 2020).

Nele é possível encontrar diagramas e há a indicação de inúmeros endereços eletrônicos com dobraduras de diversos níveis de dificuldade. Vale ressaltar que, para esta questão, é importante selecionar procedimentos com poucos passos, para não dificultar a descrição pelo estudante.

## A SIMBOLOGIA DA LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO

Com o desenvolvimento da tecnologia, os fluxogramas passaram a ser largamente utilizados na Linguagem de Programação. Essa estrutura torna compreensíveis alguns processos que, caso fossem representados de outra maneira, não o seriam. Os autores apoiam essa ideia afirmando que os fluxogramas

[...] mostram os símbolos e linhas de fluxo da lógica de um programa e as interações que ele executa. Os designers usam fluxogramas para especificar um programa de forma geral, de modo que as empresas e os usuários técnicos tenham uma compreensão comum de como ele funciona e se encaixa. (HERNÁNDEZ, TORRERO e HERNÁNDEZ, 2014, p.116).

Na linguagem de programação, os fluxogramas são utilizados para a representação de um algoritmo, onde lógica e condições são utilizados no intuito de, recebendo informações que o usuário de um software fornece, seguir uma sequência de passos e interações até chegar a um resultado.

Um fluxograma é a representação gráfica de um algoritmo. Também pode ser dito que é a representação detalhada em forma gráfica de como as etapas no computador devem ser realizadas para produzir resultados. Essa representação gráfica ocorre quando vários símbolos (indicando diferentes processos no computador) estão relacionados entre si por linhas que indicam a ordem em que os processos devem ser executados. (HERNÁNDEZ, TORRERO e HERNÁNDEZ, 2014, p.118).

É importante que o fluxograma seja cuidadosamente pensado, tendo em vista que será transcrito em uma linguagem de programação. Ele é a representação gráfica do algoritmo, mostrando as etapas que o processo deve seguir para obtenção da solução ou resultado de um problema. Se ocorrerem erros durante sua construção, o algoritmo não funcionará de forma satisfatória.

No Quadro constam apenas os símbolos mais utilizados na produção de fluxogramas, embora existam vários outros símbolos que são necessários na construção de estruturas algorítmicas mais complexas. Na maior parte das ações que são propostas neste Projeto, esses símbolos serão suficientes para a produção dos fluxogramas a serem elaborados pelos estudantes, mas, caso queira apresentar outros símbolos para a turma, recomendados o texto de Santos (2018), indicado nas referências complementares do livro do estudante.

### INTERPRETANDO O FLUXOGRAMA

Os fluxogramas que descrevem o processo inicial e a conclusão da compra de uma pizza, foram elaborados utilizando-se a simbologia dos fluxogramas, já apresentada. É importante que os estudantes observem em que momento do processo cada tipo de símbolo foi usado, em especial nos passos que exigem a tomada de decisões e implicam na ramificação da rede.

Se achar necessário, apresente outros exemplos de fluxogramas ligados a situações do cotidiano, que podem ser encontrados no endereço disponível em [www.blog.smlbrasil.com.br/5-passos-para-criacao-de-um-fluxograma](http://www.blog.smlbrasil.com.br/5-passos-para-criacao-de-um-fluxograma) (acesso em: 22 fev. 2020).

### QUESTÕES:

1. Observando o fluxograma, qual seria o conteúdo de Entrada?

A chamada do telefone.

2. Quais os elementos que compõem o Procedimento?

Todos os passos descritos ao longo do fluxograma, até a saída, após o pagamento do pedido e o registro do pedido.

**3.** Qual o conteúdo da Saida?

O registro do pedido da pizza (após indicação de tamanho, sabores, acompanhamentos, ou não, e pagamento do valor total).

**4.** Você conseguiu seguir a sequência de ações ao longo do procedimento e entendeu todos os passos do fluxograma?

Resposta pessoal. É importante acompanhar a leitura e interpretação do fluxograma dado no exemplo, para avaliar se o estudante entendeu os locais que indicam a necessidade de tomada de decisão, quando há mais de um caminho a ser seguido pelo fluxo e como eles devem estar conectados.

**5.** Elabore, em conjunto com um colega, um fluxograma complementar ao apresentado nas figuras anteriores, com a produção da pizza e a entrega do produto ao cliente.

A resposta pode variar, mas você deve acompanhar o processo de elaboração dos fluxogramas produzidos pelos estudantes, observando se a sequência lógica é adequada e possibilitaria a execução da ação, em todas as suas etapas. Depois que todas as duplas tiverem concluído o item, discutir coletivamente os elementos das produções da turma. Questione-os, encaminhando-os a refletirem sobre os detalhes dos procedimentos solicitados (produção da pizza e a entrega ao cliente): Alguém da turma já preparou uma pizza? Que ingredientes usou? Como foi a sequência de preparação? Em que tipo de forno ela foi assada? Como ela foi embalada para envio? Quem a entregou? Como foi acionado esse serviço?

**6.** Represente, na forma de um fluxograma, a descrição narrativa elaborada coletivamente sobre o problema das *fake news*.

Acompanhe o processo de elaboração do fluxograma, que poderá ter várias estruturas, avaliando se os estudantes observaram a simbologia própria, considerando a natureza do conteúdo de cada quadro. Como a descrição narrativa da orientação foi feita anteriormente, neste processo os estudantes não deverão sentir dificuldade.

## ETAPA 2

# PRODUZINDO FLUXOGRAMAS MATEMÁTICOS

A Base Nacional Comum Curricular traz, como uma das competências básicas a serem desenvolvidas ainda no Ensino Fundamental, a capacidade de:

Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados). (BRASIL, 2018, p. 267).

Nesta competência são citados explicitamente dois elementos que exploramos neste Projeto: os algoritmos e fluxogramas (tipo particular de algoritmo). As sugestões de elaboração de fluxogramas, pelos estudantes, estão vinculadas a diferentes Unidades Temáticas (Aritmética, Álgebra, Geometria, Probabilidade e Estatística e Tratamento da Informação).

No texto dirigido ao Ensino Médio,

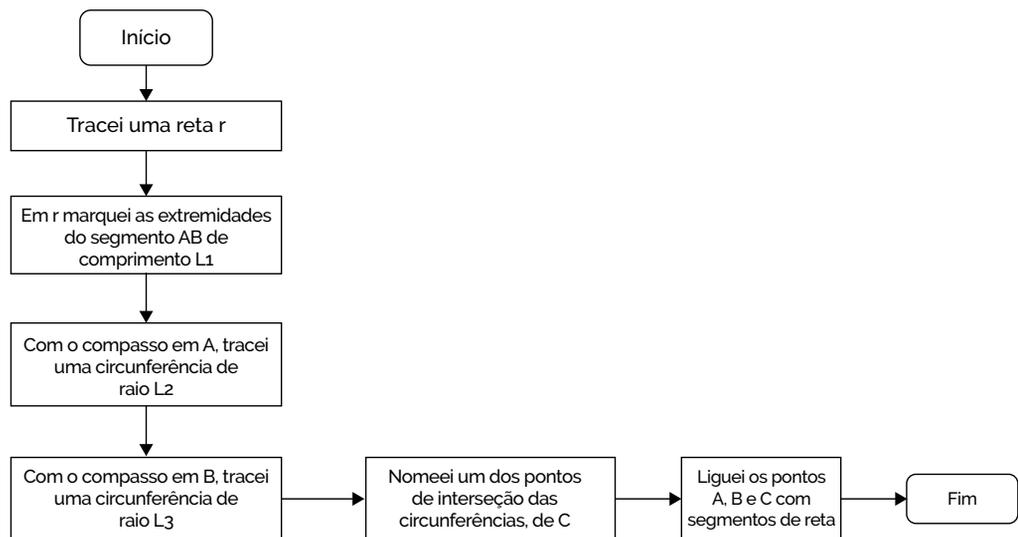
[...] a BNCC propõe que os estudantes utilizem tecnologias, como calculadoras e planilhas eletrônicas, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Tal valorização possibilita que, ao chegarem aos anos finais, eles possam ser estimulados a desenvolver o pensamento computacional, por meio da interpretação e da elaboração de algoritmos, incluindo aqueles que podem ser representados por fluxogramas.

Entendemos, pelo exposto, que a forma como exploramos o tema que propomos neste Projeto o ajudará a conduzir essas demandas apresentadas na BNCC e que são relativamente novas para boa parte dos professores.

## PASSO 05

# A ORGANIZAÇÃO DE FLUXOGRAMAS MATEMÁTICOS

O fluxograma apresentado nesse Passo teria a forma indicada em seguida (os passos não precisam ser organizados, necessariamente, em uma única linha vertical, desde que esteja indicada corretamente a sequência a ser seguida, com setas):



Você pode propor outras ações semelhantes, para os estudantes se familiarizarem com a estrutura sequencial dos fluxogramas, antes de eles mesmos produzirem outros fluxogramas mais complexos. No endereço eletrônico da *Revista Nova Escola*, disponível em [www.novaescola.org.br](http://www.novaescola.org.br) (acesso em 22 fev. 2020), há várias sugestões de procedimentos, envolvendo a construção de fluxogramas que você pode aplicar no Ensino Fundamental, caso também leccione nesse nível de escolaridade, ou adaptar para sua sala de aula do Ensino Médio.

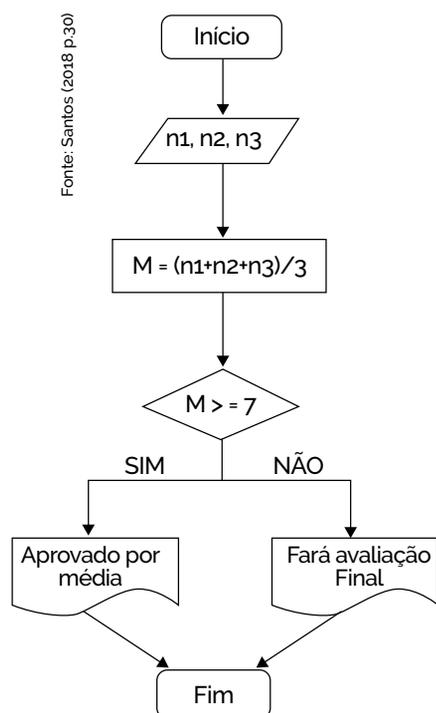
Apesar de todos os exemplos serem voltados para os quatro anos finais do Ensino Fundamental, o processo de construção de fluxogramas possibilita a revisão de conteúdos desse nível, para estudantes do Ensino Médio que tenham lacunas de formação em conteúdos matemáticos básicos, e a produção dos estudantes pode compor o acervo da Oficina a ser ministrada por eles como Produto final deste Projeto.

É importante que o fluxograma seja construído cuidadosamente, tendo em vista que será transcrito em uma Linguagem de Programação. Ele é a representação gráfica do algoritmo, mostrando as etapas que o processo deve seguir para obtenção da solução ou resultado de um problema. Se ocorrerem erros durante sua construção, o algoritmo não funcionará de forma satisfatória.

Os fluxogramas, assim como os mapas mentais, mapas conceituais, esquemas e organogramas, são estruturas que servem para otimizar processos, no que diz respeito ao acesso às informações representadas; facilitar a compreensão das relações entre as etapas do processo; e identificar a complexidade das etapas a serem percorridas entre seu início e término. O domínio dessa técnica mostra-se eficaz para a economia e agilidade em qualquer processo com início e término e subetapas interligadas.

Adotaremos em nosso texto a definição de fluxograma dada por Hernández, Torrero e Hernández (2014, p.119-120): “[...] um fluxograma é uma representação gráfica de diferentes procedimentos lógicos que visa fornecer uma simplificação e compreensão destes”. Os autores citados estabelecem os seguintes elementos que compõem um fluxograma: início do processo; especificação da alimentação de dados para realizar o processo; ações aplicáveis aos dados; obtenção de resultados e fim do processo.

Acompanhe a elaboração do fluxograma relacionado ao problema da aprovação por média, ou não, proposto no Passo 1 deste Projeto – em especial no passo em que o estudante precisará representar o fato de que se a média parcial for igual ou maior que 7,0 (sete), indicará aprovação por média; se isso não ocorrer, será necessário realizar a avaliação final.



## PASSO 06

# A PRODUÇÃO DE FLUXOGRAMAS MATEMÁTICOS

Neste Passo, retomamos o trabalho com a descrição narrativa, tomando-a como ação inicial para a tomada de consciência sobre os passos que precisam ser seguidos na resolução de um problema matemático. Os passos seguem a estrutura básica da Heurística de Polya, que propõe uma sequência. Primeira fase, a compreensão do problema (o que preciso responder?); segunda fase, elaboração de uma estratégia de abordagem (vou utilizar uma fórmula, fazer uma modelagem?); terceira fase, colocar o plano em ação (aplicar a

fórmula; fazer a modelagem); quarta fase, verificar a solução (responde ao que foi solicitado?). Se a última fase não foi afirmativamente respondida, o ciclo é retomado desde o início, avaliando-se se o problema foi devidamente compreendido ou se todos os dados foram informados e observados, e assim por diante.

Uma discussão interessante sobre o desenvolvimento de procedimentos heurísticos pode ser encontrada no texto "De Pappus a Polya: da heurística grega à resolução de problemas", de Milton Rosa e Daniel Clark Orey (2009).

## QUESTÕES

1. Calcular o volume de um prisma reto, cuja base é um triângulo equilátero.

Resposta pessoal, mas o procedimento poderia ter a seguinte narrativa:

**Passo 1** - Selecionar o procedimento de cálculo a ser realizado (no caso, poderia ser a aplicação da fórmula:  $V = \text{área da base} \times \text{altura}$ );

**Passo 2** - Identificar a medida do lado e da altura do triângulo da base (em cm);

**Passo 3** - Calcular a área do triângulo que forma a base do cilindro ( $A = (\text{base} \times \text{altura})/2$ ) (o resultado será dado em  $\text{cm}^2$ );

**Passo 4** - Efetuar a medição da altura do prisma (em cm);

**Passo 5** - Calcular o volume do prisma multiplicando a área da base por sua altura (o resultado será dado em  $\text{cm}^3$ ).

2. Produzir um gráfico, dada a representação algébrica da função:  $f(x) = 3x + 5$ ;

A resposta é pessoal, mas a sequência da descrição narrativa poderia ser:

**Passo 1** - Elaborar uma tabela com duas colunas.

**Passo 2** - Escolher pelo menos dois valores para a variável  $x$ , registrando-os na tabela;

**Passo 3** - Calcular os valores correspondentes para a variável dependente  $y = f(x)$  e registra na tabela.

**Passo 4** - Localizar os pontos em um plano cartesiano.

**Passo 5** - Ligar os pontos com uma reta.

Outra maneira de narrar seria:

**Passo 1** - Identificar o ponto de interseção da reta com o eixo  $y$  (o termo independente da equação é igual a 5, logo, a equação passa pelo ponto  $(0,5)$ ).

**Passo 2** - Identificar o coeficiente angular da reta (é igual a 3, coeficiente do termo  $x$  - logo, para cada variação unitária de  $x$ ,  $y$  varia 3 unidades).

**Passo 3** - Avaliar se a reta será crescente ( $a > 0$ ) ou decrescente ( $a < 0$ ).

**Passo 4** - Traçar a reta a partir do ponto  $(0,5)$ .

3. Calcular as raízes da equação:  $x^2 - 10x + 24 = 0$ .

Resposta pessoal, mas a narrativa poderia ser feita da seguinte forma:

**Passo 1** - Identificar os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  da equação;

**Passo 2** - Calcular o valor do discriminante  $\Delta$  ( $\Delta = b^2 - 4.a.c$ );

**Passo 3** - Aplicar o resultado do valor do discriminante e os demais termos na fórmula de Bháskara  $\frac{x = (-b \pm \sqrt{\Delta})}{2a}$

**Passo 4** - Calcular o valor das duas raízes, se existirem (no caso, existem e são distintas, pois  $\Delta > 0$ ).

Estimule seus estudantes a registrarem os diferentes procedimentos em cartazes ou apresentações em *powerpoint*, que eles poderão utilizar na Oficina que será ministrada como Produto final. Dependendo do tempo de aula disponível, solicite que os estudantes, em pequenos grupos, escolham um dos três conjuntos de passos propostos

por eles, na forma de uma descrição narrativa, em um fluxograma, como os já exemplificados até aqui.

## QUESTÃO 2:

1. Como você explicaria para um estudante do 8º Ano o que é uma sequência numérica recursiva?

Uma sequência numérica é recursiva quando, para definir o próximo termo da sequência, fazemos referência a um termo anterior (ou vários). No caso da sequência apresentada no texto, a partir do segundo termo, cada um é formado pelo anterior subtraindo-se dele 3 unidades (ou adicionando-se (-3) unidades a ele).

2. Do modo como a sequência numérica foi construída, que nome especial ela recebe?

Neste caso, temos uma Progressão Aritmética (PA), com 10 como primeiro termo e razão igual a (-3). Os próximos números da sequência seriam -2, -5, -8, e assim por diante.

3. Como sugestão, faça uma descrição narrativa do processo e somente depois desta etapa elabore o fluxograma.

Como  $a_0 = 10$ ,  $a_1 = 7$ ,  $a_2 = 4$ ,  $a_3 = 1$  e assim por diante, e a sequência é uma PA de razão igual a -3, o termo geral será dado por  $a_n = 10 + (n - 1) \cdot (-3)$  (termo geral de uma PA é dado por  $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$ ). A descrição narrativa poderia ser feita do seguinte modo:

**Passo 1:** fazer  $n = 1$

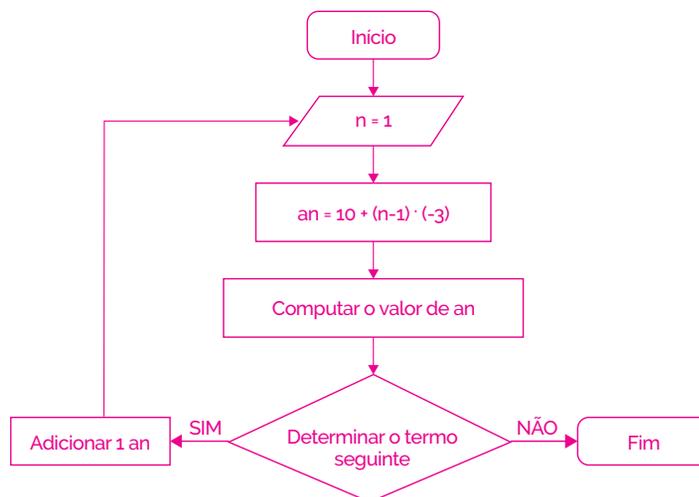
**Passo 2:** fazer  $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$

**Passo 3:** calcular o valor de  $a_n$

**Passo 4:** se quer determinar o termo seguinte, adicione 1 a  $n$

**Passo 5:** repita a partir do Passo 2

O fluxograma correspondente poderia ter a seguinte forma:



Embora a Habilidade citada seja dirigida ao 8º Ano do Ensino Fundamental, o fato de podermos associá-la às Progressões Aritméticas (PA) e Geométricas (PG), possibilita sua exploração no Ensino Médio, quando você estiver desenvolvendo estes conteúdos em sala de aula, ou a revisá-los com estudantes que trabalharam com eles em anos anteriores.

## PASSO 07

# EXPLORANDO O PROGRAMA PWW

Na BNCC, a Competência Específica 5, da área de Matemática para o Ensino Médio, faz referência à necessidade de desenvolvermos ações com os estudantes que envolvam a demonstração de proposições estudadas nesse nível de escolaridade:

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. O desenvolvimento dessa competência específica pressupõe um conjunto de habilidades voltadas às capacidades de investigação e de formulação de explicações e argumentos, que podem emergir de experiências empíricas – induções decorrentes de investigações e experimentações com materiais concretos, apoios visuais e a utilização de tecnologias digitais, por exemplo. Ao formular conjecturas com base em suas investigações, os estudantes devem buscar contra exemplos para refutá-las e, quando necessário, procurar argumentos para validá-las. Essa validação não pode ser feita apenas com argumentos empíricos, mas deve trazer também argumentos mais “formais”, incluindo a demonstração de algumas proposições. (BRASIL, 2018, p.540).

Para aprofundamento da discussão sobre a importância do trabalho com demonstrações e provas na Educação Básica, ver texto da tese de doutorado de Pietropaolo (2005), indicado nas referências complementares.

Wayne Nirode é professor de Matemática de jovens da cidade de Ohio, EUA, e destaca em seu artigo publicado na revista *Mathematics Teacher* que provas matemáticas usando a técnica PWW apresentadas para estudantes da Educação Básica auxiliam o entendimento e podem servir de suporte para uma construção formal da demonstração correspondente.

Ele utiliza a estratégia do PWW como uma ponte entre o pensamento informal dos estudantes, ou seja, as propriedades que são percebidas intuitivamente por eles, via imagens, e a prova escrita de forma completa e formal (NIRODE, 2017). Após organizar o pensamento utilizando os fluxogramas com imagens, os estudantes poderão representar com mais facilidade as informações utilizando a linguagem usual e técnica, explicitando a sequência de passos de uma demonstração matemática.

A estratégia de uso dos cartões com imagens, no estilo PWW pode auxiliar o trabalho introdutório com demonstrações, nesse nível de escolaridade, facilitando o encaminhamento para um uso mais formal da linguagem matemática, no percurso.

Mais informações sobre o uso do programa PWW, você encontra em: [is.muni.cz/el/1441/podzim2013/MA2MP\\_SMR2/um/Nelsen--Proofs\\_without\\_Words.pdf](https://is.muni.cz/el/1441/podzim2013/MA2MP_SMR2/um/Nelsen--Proofs_without_Words.pdf). (Acesso em: 22 fev. 2020). O material está em inglês, mas as fichas são fáceis de serem adaptadas para o Português e utilizadas em aulas de Geometria.

## PASSO 08

# ENTENDENDO COMO FUNCIONAM OS PSEUDOCÓDIGOS

Neste Passo os estudantes irão aprender os fundamentos de uma Linguagem de Programação simples, porque se aproxima da Língua Portuguesa, mas, ao mesmo tempo, constitui uma ferramenta de introdução à aprendizagem de linguagens mais complexas, caso o estudante deseje avançar em sua formação na área.

A resposta do problema poderia ser dada pela seguinte sequência de comandos:

```
algoritmo "soma de dois números"
var
n1, n2, soma: inteiro
inicio
escreva ("n1=")
leia (n1)
escreva ("n2=")
leia (n2)
soma <- n1 + n2;
escreva (" primeiro número = ", n1)
escreva (" segundo número = ", n2)
escreva (" soma = ", soma)
finalgoritmo
```

O uso de pseudocódigos tem algumas vantagens, para quem está iniciando sua aprendizagem no mundo da Linguagem de Programação, dentre as quais destacamos o fato de a sintaxe utilizada ser relativamente simples. Como em relação a qualquer linguagem, é preciso praticar bastante para poder adquirir familiaridade com os comandos, o que ocorrerá também no caso de o estudante resolver ampliar sua formação e realizar cursos de programação avançada.

Você pode solicitar a colaboração de um professor de Informática, caso sua escola conte com um profissional com essa qualificação em seu quadro docente, ou avaliar se algum estudante que possua mais facilidade para trabalhos em plataformas digitais poderia ajudá-lo. O ideal é conferir, por meio da execução do programa elaborado pelos estudantes, se a linguagem foi usada corretamente e o programa gera o resultado esperado, usando, para isso, um programa de processamento de pseudocódigos.

## ETAPA 3

# OFICINA DE LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO

Esta última etapa é dedicada à organização do ponto culminante do Projeto, que corresponde à síntese das aprendizagens elaboradas pelos estudantes ao longo das Etapas, na forma de uma ou mais Oficinas, a serem oferecidas a outros estudantes da própria escola ou a jovens da comunidade que tenham interesse em aprender as bases da Linguagem de Programação.

Embora o objetivo do Projeto não seja formar programadores de computador, os fundamentos lógicos adquiridos são essenciais para os estudantes que desejam se aplicar a essa área e que configura o caminho que, provavelmente, será adotado em boa parte das atividades humanas praticadas nas próximas décadas.

Além disso, os procedimentos lógico-matemáticos explorados nas ações propostas nos Passos que constituem cada Etapa ajudam a ampliar a capacidade de resolução de problemas dos estudantes, sejam eles do âmbito da própria Matemática, de outras disciplinas ou do cotidiano.

Procure identificar se os estudantes capturaram essa essência na(s) Oficina(s) que elaborarem, o que ajudará a sedimentar o conhecimento que construíram com a ajuda deste Projeto, incentivando-os a elaborarem pesquisas que extrapolem o campo de aplicações que constam no texto.

## PASSO 09

# AJUSTES FINAIS DAS OFICINAS

Um dos conhecimentos que este Projeto objetiva desenvolver nos estudantes está relacionado à capacidade de organizar logicamente seu pensamento, e estruturá-lo de modo a pensar em estratégias que facilitam a resolução de problemas, como: desmembrar um problema maior em problemas menores, resolvendo-os, visando à solução macro; identificar os elementos que compõem um processo, ação ou situação, tomando ciência destes, ao explicitá-los; ampliar a capacidade de argumentação, na medida em que domina as relações entre diferentes linguagens.

Depois que os estudantes tiverem feito o levantamento dos problemas que gostariam de abordar, incentive-os a selecionarem alguns deles, de modo a pensarem em uma ou mais possíveis soluções, por meio de discussões em pequenos grupos, organizando os passos em uma estrutura de fluxo, que possa ser representada por meio de uma descrição narrativa; um fluxograma ou outra forma adequada, dentre as aqui apresentadas.

Os problemas e suas soluções poderão compor uma das Oficinas que os estudantes organizarão para apresentação à comunidade. Nela, argumentarão sobre a importância de pensar nas questões de modo racional e lógico, separando as partes para entender o todo e a estruturar soluções organizadas em um ou mais caminhos de possibilidades, que poderão ser seguidos.

Sugira-lhes que adotem como referência o trabalho que foi feito em relação às *fake news*. Eles podem entrevistar as pessoas da comunidade ou fazer pesquisa em jornais e revistas, para selecionar as questões a serem abordadas.

Os estudantes podem, ainda, organizar oficinas para colegas estudantes ou outros jovens da comunidade que tenham interesse em conhecer as bases da Linguagem de Programação e a ampliarem sua capacidade de raciocínio lógico. Neste caso, oriente-os sobre que problemas seriam mais adequados tratar e a linguagem a ser utilizada, para facilitar a comunicação com os participantes.

É possível, ainda, organizar Oficinas de formação docente sobre a elaboração de fluxogramas matemáticos, sob sua orientação, tema que surgiu com a aprovação da BNCC e que ainda é novo para a maioria dos professores que lecionam Matemática na Educação Básica. Para isso, oriente os estudantes a levantarem todas as demandas relativas a essa prática, presentes na BNCC e ajude-os a elaborarem diferentes sugestões correspondentes às demandas apresentadas, antecipadamente.

Qualquer que tenha sido a decisão da turma em relação ao número, estrutura e público alvo da ação final que farão, como Produto final deste Projeto, acompanhe o processo, se possível com a colaboração de outros professores, avaliando o material produzido e sugerindo ajustes, caso seja necessário.

## PASSO 10

# REALIZANDO A OFICINA

No dia da realização da(s) Oficina(s) acompanhe a apresentação dos estudantes, ajudando-os, caso necessitem de alguma colaboração em relação à complementação de informações ou dúvidas dos participantes. Se os estudantes apresentarem uma Oficina em que sejam abordados problemas de interesse da comunidade, se possível solicite a colaboração de profissionais da área demandada, que possa prestar esclarecimentos ou contribuir com o aprofundamento das orientações.

Oriente os estudantes a fazerem o registro da Oficina (com fotos, livros de registros, mural de opiniões etc.) e sua avaliação pelos participantes, que poderão sugerir outros temas a ser discutidos em futuras edições do Projeto.

Sugira que anotem algum eventual problema que o material utilizado na(s) Oficina(s) apresentar, para correção antes de sua replicação em outros espaços ou para outros públicos. Lembre aos estudantes que, dependendo do perfil do público alvo, eles podem variar a natureza dos problemas abordados e propor ações diferentes aos diversos grupos de participantes.

## AVALIANDO O PROJETO

Professor(a), a avaliação no Projeto Integrador possui um caráter diagnóstico e formativo, sem um caráter classificatório. O processo deve preponderar mais que o produto. Nesse sentido, é relevante o acompanhamento progressivo dos estudantes durante a construção de todo o Projeto. A avaliação processual colaborará para que se verifique, mais de perto, se os estudantes estão se envolvendo, estão desenvolvendo as aprendizagens previstas, apoiando-os nas suas dificuldades. Recorde, sempre, que a proposta é que o estudante seja o protagonista do Projeto, o centro do processo de ensino e aprendizagem.

Sua participação também é relevante ao término do Projeto, acompanhando a avaliação de desempenho de cada estudante e também dos grupos que foram formados. É importante conduzir este momento estando perto dos estudantes, provocando-os a realizar uma avaliação qualitativa, envolvendo todo o Projeto. Busque verificar se compreenderam as competências gerais e específicas e as habilidades da BNCC previstas no Projeto.

Avaliar a aprendizagem na escola é um veículo para tornar bem-sucedidas as ações de ensinar e aprender. Portanto, não se pode desconectar a avaliação do estudante do processo de ensino do docente. Acompanhe com carinho o processo de avaliação do Projeto dos grupos de estudantes bem como a autoavaliação de cada um deles.

## REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2018.

*A Base Nacional Comum Curricular é um documento que define os conhecimentos e habilidades mínimos que devem ser desenvolvidos pelos estudantes ao longo da Educação Básica, nas diferentes áreas do currículo escolar brasileiro. Aprovado em sua versão completa em 2018, o documento passa a reger a organização dos currículos das escolas do país e a organização de materiais didáticos e de sistemas de avaliação de larga escala.*

HERNANDÉZ, L. M. M; TORRERO, P. E. C (Org.) **Lo que se de**: mapas mentales, mapas conceptuales, diagramas de flujo y esquemas. (2014) Disponível em: <<http://www.upd.edu.mx/PDF/Libros/Mapas.pdf>>. Acesso em 21 dez. 2019.

*O texto de Hernández e Torrero trata de mapas mentais, mapas conceituais, fluxogramas e outras estruturas de organização de informações, por meio de definições e exemplos diversos, servindo de importante fonte para pesquisas ou produção de ações para a sala de aula.*

RÊGO, R. G; RÊGO, R.M; GAUDÊNCIO JÚNIOR, S. A. **Geometria do Origami**. 02. ed. João Pessoa: CCTA, 2018.

*Além de apresentar um breve recorte histórico e as diversas variantes da arte das dobraduras, em diferentes materiais, o livro contém sugestões de uso do Origami no ensino de Matemática e outras disciplinas, bem como um conjunto de propostas de ações para o trabalho com conteúdos matemáticos da Educação Básica. Traz, ainda, indicação de endereços eletrônicos com fontes de diagramas e sugestões de uso de dobraduras em sala de aula.*

SANTOS, A. N. **Fluxogramas no ensino de Matemática para as séries finais do Ensino Fundamental**. Trabalho de Conclusão de Curso. Licenciatura em Matemática. João Pessoa, PB: UFPB, 2018.

*O trabalho de Conclusão de Curso de Santos traz um breve histórico do desenvolvimento de fluxogramas como forma de organização e representação de dados e informações e aborda as indicações de uso de fluxogramas no ensino de Matemática presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com exemplos que ilustram cada recomendação, para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio*

## REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

NIRODE, W. **ProofsWithoutWords in Geometry**. USA: MATHEMATICS TEACHER Vol. 110, No. 8 • April 2017. Disponível em: <https://www.nctm.org/Publications/Mathematics-Teacher/2017/Vol110/Issue8/Proofs-Without-Words-in-Geometry/>>. Acesso: 10 de jun de 2018.

*O material apresenta exemplos que podem ser adaptados para complementar as ações propostas no Projeto, ou para a aulas regulares, relacionadas à prática de demonstrações matemáticas com o apoio de sequências de imagens.*

PAPERT, S. **Logo**: computadores e educação. São Paulo: Brasiliense, 1985.

*Embora não seja uma obra atual, o livro de Papert é uma referência clássica para os estudos relacionados ao uso de computadores em sala de aula e propõe reflexões iniciais sobre o tema, que posteriormente foram complementadas em pesquisas na área.*

PIETROPAOLO, R. C. **(Re)significar a demonstração nos currículos da Educação Básica (...)**. Tese de Doutorado em Educação. Pontifícia Universidade Católica (PUC).São Paulo: 2005.

*A Tese contém os resultados de uma investigação com professores que ensinam Matemática na Educação Básica, sobre a prática de demonstrações matemáticas nesse nível de escolaridade, e propões diretrizes para sua ressignificação nos currículos da escola e das instituições formadoras de professores.*

ROSA, M; OREY, D. C. Pappus a Polya: da heurística grega à resolução de problemas. **Revista PLURES – HUMANIDADES**: Revista do Programa de PósGraduação em Educação - Mestrado, n° 11 – jan./jun. 2009. Disponível em: <<https://portalmouralacerda.com.br/wp-content/uploads/2016/05/plures11-2009.pdf#page=12>>. Acesso em 26 dez. 2019.

*O artigo trata de diferentes métodos adotados ao longo da história, para a resolução de problemas, desde os praticados por geômetras gregos até a sistematização proposta por George Polya, em sua heurística.*



