

Transformações geométricas

nos Programas de Matemática
do Ensino Básico e Secundário



História das transformações geométricas

As transformações geométricas fazem parte da história da humanidade, há mais tempo do que se possa imaginar.

Uma das primeiras evidencias aparece na pintura rupestre do sítio de El Buey na Bolívia.



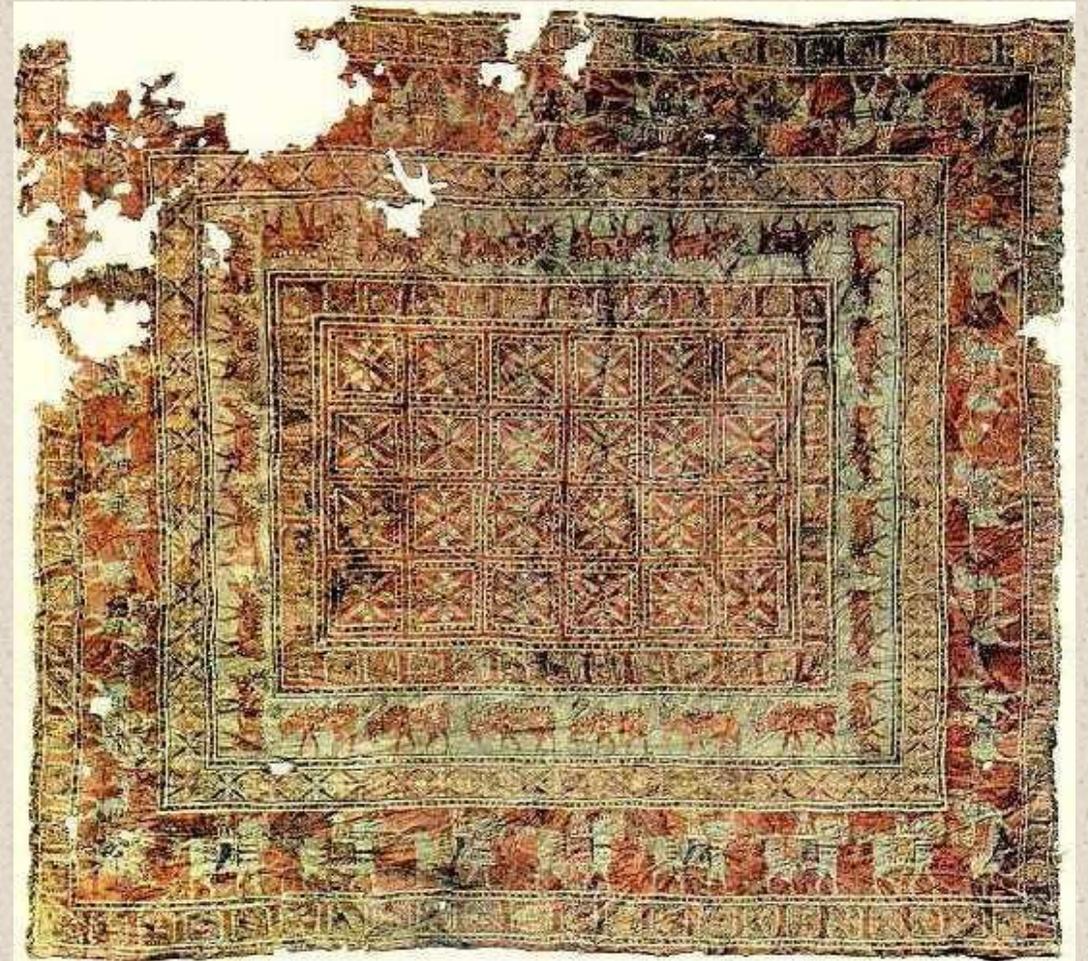
Na cerâmica chinesa, que remonta ao período Neolítico (3000 a.C.), pode notar-se a presença do uso de transformações geométricas na sua decoração.



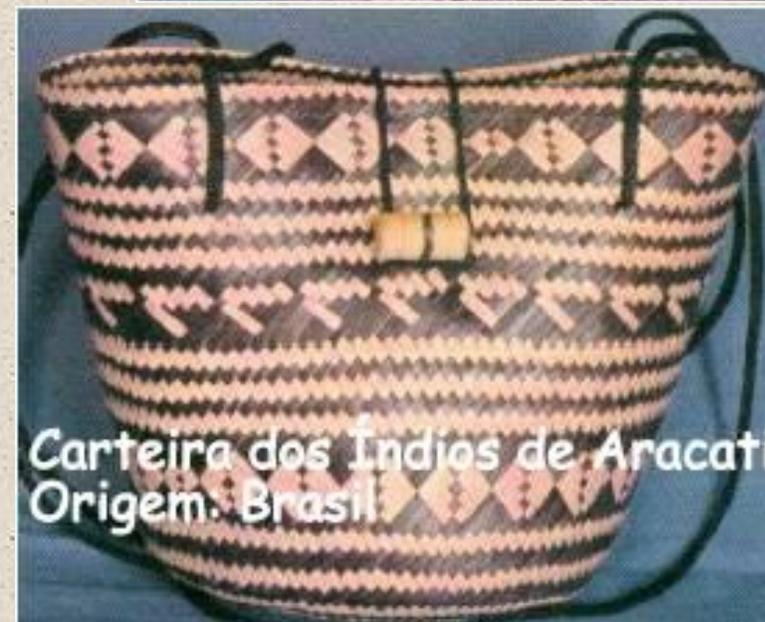
A cerâmica marajoara (Brasil) é considerada uma das mais antigas artes cerâmicas do continente Americano. A sua decoração era usualmente feita através de símbolos geométricos e padrões simétricos.



No tapete Pazyryk (Sibéria) datado do século V a.C. pode-se observar padrões geométricos e simetrias na sua ornamentação.



Aplicações na tecelagem

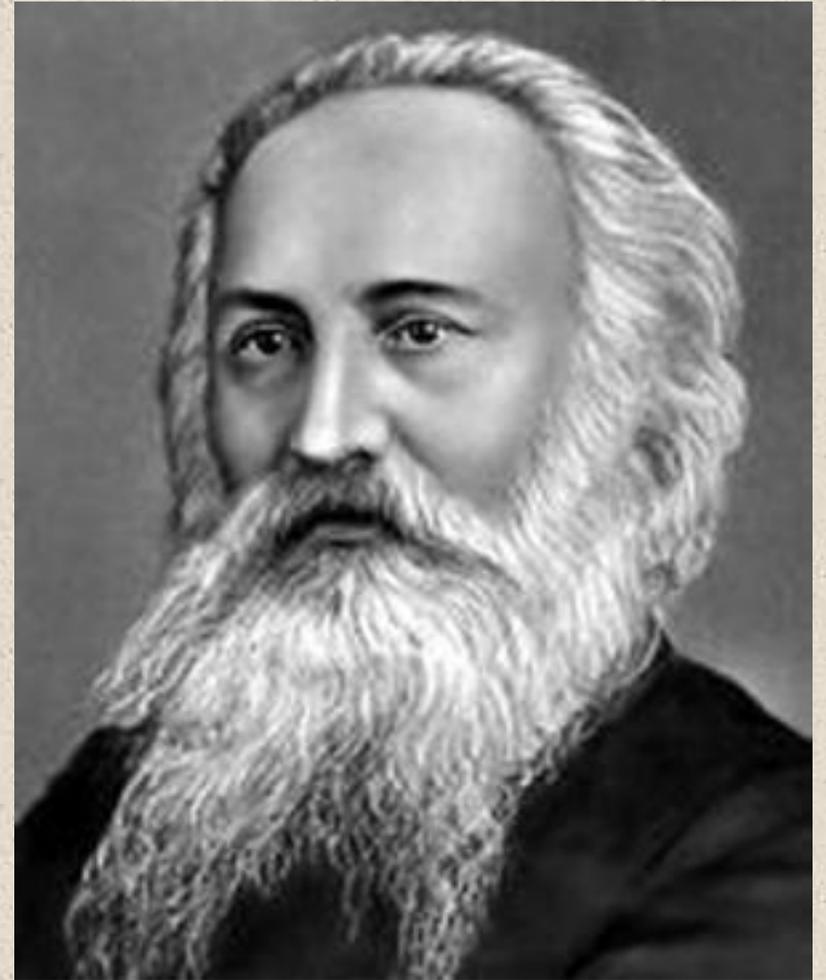


Felix Klein(1849-1925): pioneiro no estudo da geometria baseada em grupos de transformações. Na sua conferencia “Erlanger Programm” mostrou como o conceito de grupo podia ser usada para caracterizar diferentes geometrias.

Para Klein as homotetias e semelhanças constituíam o grupo principal da geometria euclidiana e as isometrias formavam um subgrupo das semelhanças, como características das transformações geométricas que não alteram as propriedades das figuras.

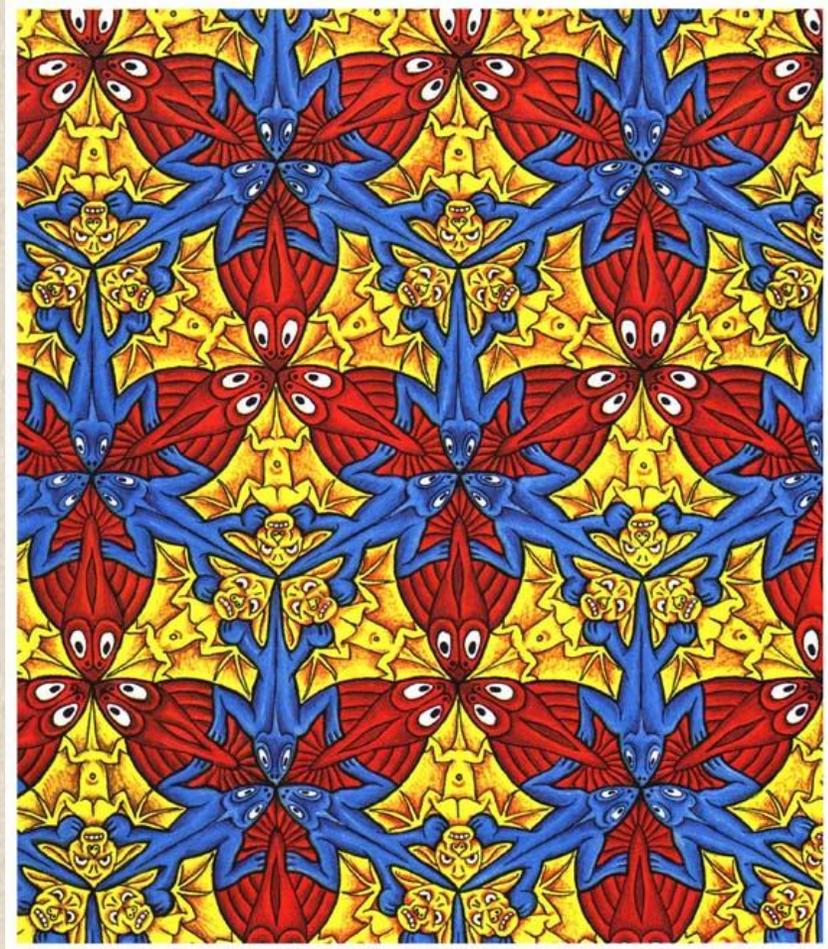


Evgraf Fedorov (1853- 1919): estudou os padrões no plano ao estudar os grupos cristalográficos. Consequentemente foi possível determinar que há apenas sete tipos de frisos.



Maurits Cornelis Escher (1898- 1972): artista gráfico , cujas obras ficaram conhecidas pelos seus desenhos impossíveis, pelas ilusões espaciais que concebeu e pelos padrões que desenvolveu.





Ensino Básico - 1.º ciclo

Tema Matemático: Geometria

Tópicos matemáticos:	Figuras no plano e sólidos geométricos
Subtópicos :	• Reflexão
Objetivos:	<ul style="list-style-type: none">• Identificar no plano figuras simétricas em relação a um eixo ;• Desenhar no plano figuras simétricas relativas a um eixo horizontal ou vertical;• Resolver problemas envolvendo a visualização e compreensão de relações espaciais;• Identificar no plano eixos de simetria de figuras ;• Construir frisos e identificar simetrias ;• Construir pavimentações com polígonos .

Ensino Básico - 2.º ciclo

Tema Matemático: Geometria

Tópicos matemáticos:	Reflexão, rotação e translação
Subtópicos :	<ul style="list-style-type: none">•Noção e propriedades da reflexão, da rotação e da translação;•Simetrias axial e rotacional.
Objetivos:	<ul style="list-style-type: none">•Identificar , prever e descrever a isometria em causa, dada a figura geométrica e o seu transformado ;•Construir o transformado de uma figura, a partir de uma isometria ou de uma composição de isometrias;• Compreender as noções de simetria axial e rotacional e identificar as simetrias numa figura;• Completar , desenhar e explorar padrões geométricos que envolvam simetrias;•Identificar as simetrias de frisos e rosáceas;•Construir frisos e rosáceas.

Ensino Básico - 3.º ciclo

Tema Matemático: Geometria

Tópicos matemáticos:	Isometrias
Subtópicos :	<ul style="list-style-type: none">• Translação associada a um vetor;• Propriedades das isometrias;
Objetivos:	<ul style="list-style-type: none">• Compreender as noções de vetor e de translação e identificar e efetuar translações;• Identificar e utilizar as propriedades de invariância das translações ;• Compor translações e relacionar a composição de translações com a adição de vetores ;• Reconhecer as propriedades comuns das isometrias ;• Reconhecer que a translação é a única isometria que conserva direções.

Ensino Secundário - Matemática B

Tema Matemático: Geometria no plano e no espaço

- Cursos Científicos-Humanísticos de Artes Visuais
- Cursos Tecnológicos

Tópicos matemáticos:

Resolução de problemas de Geometria no plano e no espaço

Subtópicos :

- Estudo de alguns padrões geométricos planos (frisos);
- Estudo das pavimentações regulares;

Transformação Geométrica

Definição: Transformação geométrica é uma aplicação bijectiva entre duas figuras geométricas, no mesmo plano ou em planos diferentes, de modo que, a partir de uma figura geométrica original se forma outra geometricamente igual ou semelhante à primeira.



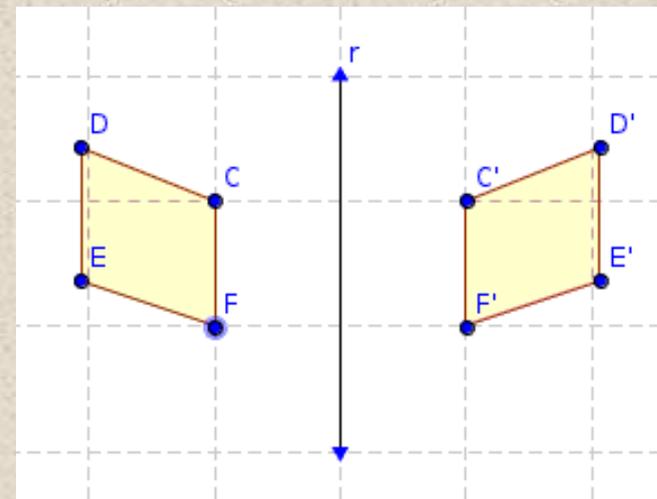
Isometria

Definição: Uma Isometria é uma transformação geométrica que preserva distância entre pontos e amplitude dos ângulos, isto é, a figura inicial e o seu transformado são congruentes.

Reflexão

Definição: No plano, uma reflexão, de eixo r é uma transformação geométrica que a cada ponto C faz corresponder um ponto C' , tal que :

- CC' é perpendicular ao eixo;
- as distâncias de C e de C' ao eixo são iguais.



Propriedades:

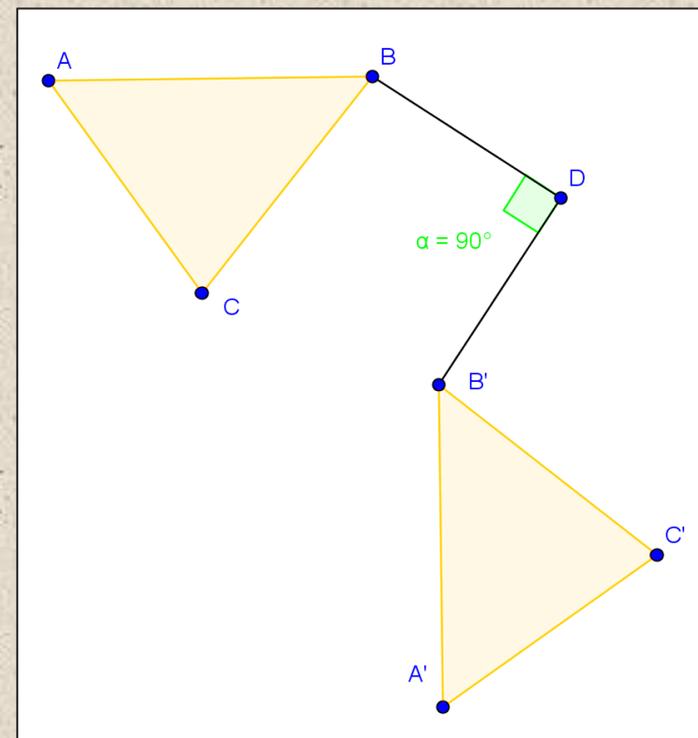
- Uma figura e a sua imagem por reflexão sobre um eixo de reflexão são congruentes;
- Se dobrarmos a folha pelo eixo de reflexão r , a figura original e a sua imagem sobrepõem-se ponto por ponto;
- A reflexão muda o sentido dos ângulos mas mantém a sua amplitude.

Rotação

Definição: No plano uma rotação de centro D e amplitude α é uma transformação geométrica que a cada ponto B faz corresponder um ponto B' tal que :

- $\overline{DB} = \overline{DB'}$
- $\angle BDB' = \alpha$

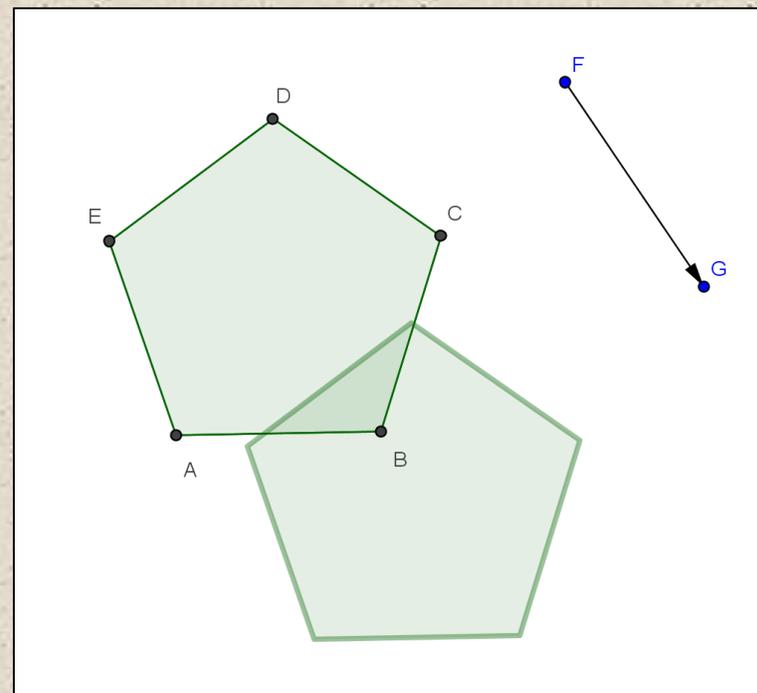
Pode ser no sentido positivo, quando se move ao contrário do sentido dos ponteiros do relógio, ou no sentido negativo, quando se move no mesmo sentido dos ponteiros dos relógios.



Translação

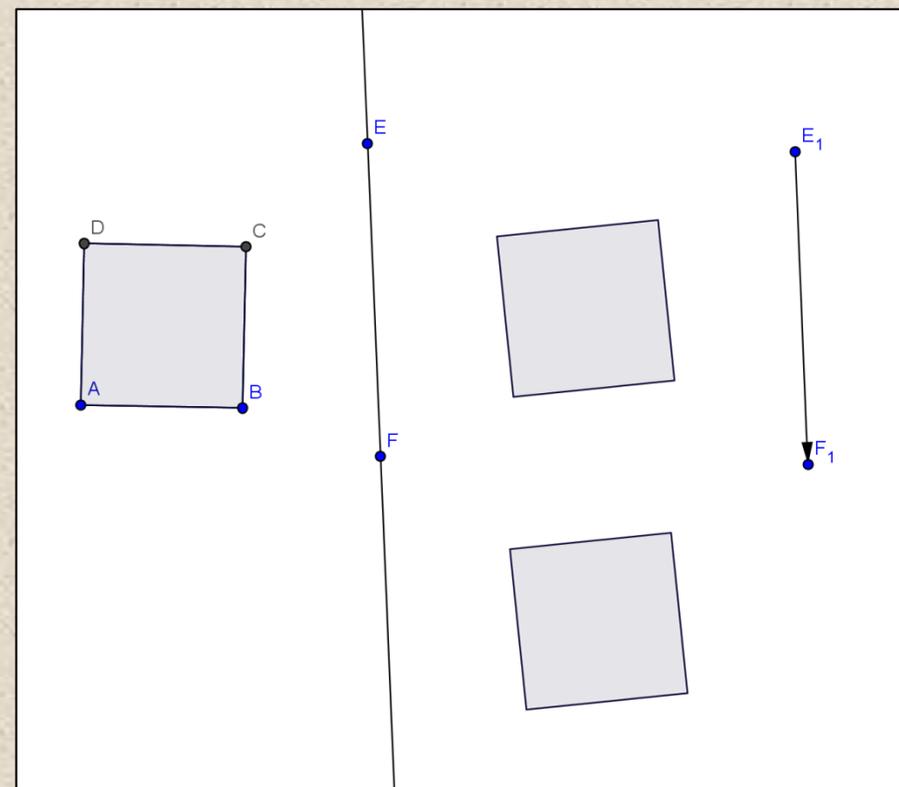
Definição: A translação associada ao vetor \vec{u} pode ser representada por $T_{\vec{u}}$ e faz corresponder a cada ponto P um ponto P' tal que $\vec{u} = PP'$.

As figuras são geometricamente iguais. As translações conservam a direção e o comprimento de segmentos de reta, e as amplitudes dos ângulos.



Reflexão Deslizante

Definição: Uma reflexão deslizante é uma isometria que resulta de uma reflexão seguida de uma translação paralela ao eixo de reflexão.

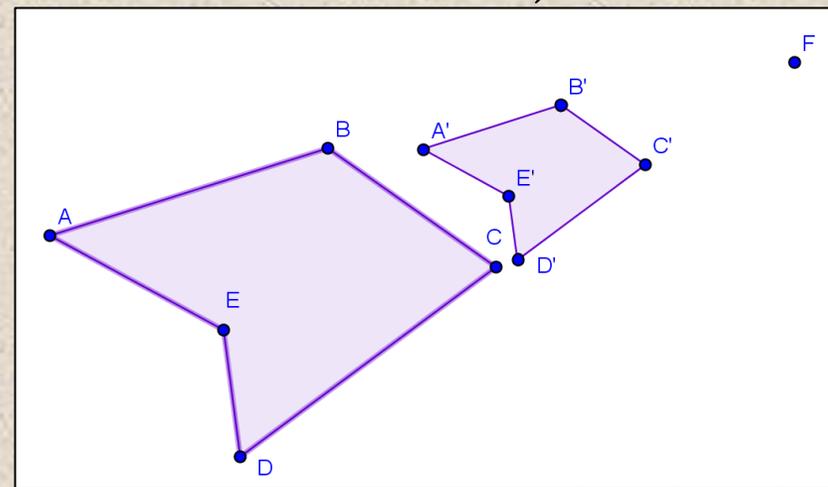


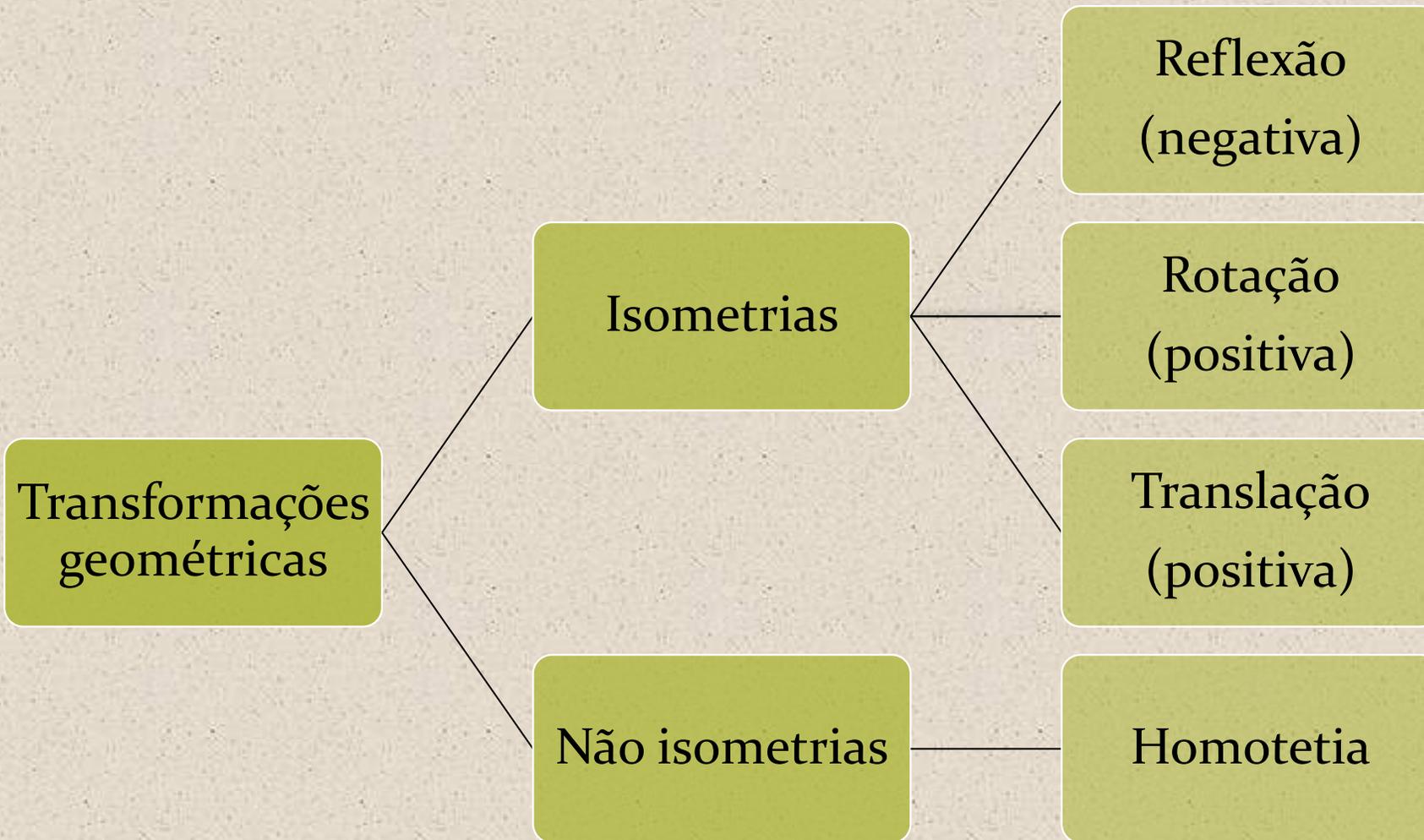
Homotetia

Definição: Uma homotetia é definida pelo seu centro O e por uma razão k . É a aplicação afim que a cada ponto P faz corresponder o ponto P' tal que $\vec{OP'} = k \times \vec{OP}$.

Propriedades:

- O ponto O é o centro da Homotetia.
- O número real k é a razão da homotetia:
 - Se $|k| > 1$, a imagem é maior que o objeto e a homotetia é uma **ampliação**.
 - Se $|k| < 1$, a imagem é menor que o objeto e a homotetia é uma **redução**.
- Conserva:
 - Direção;
 - Paralelismo;
 - Amplitude e o sentido dos ângulos orientados.

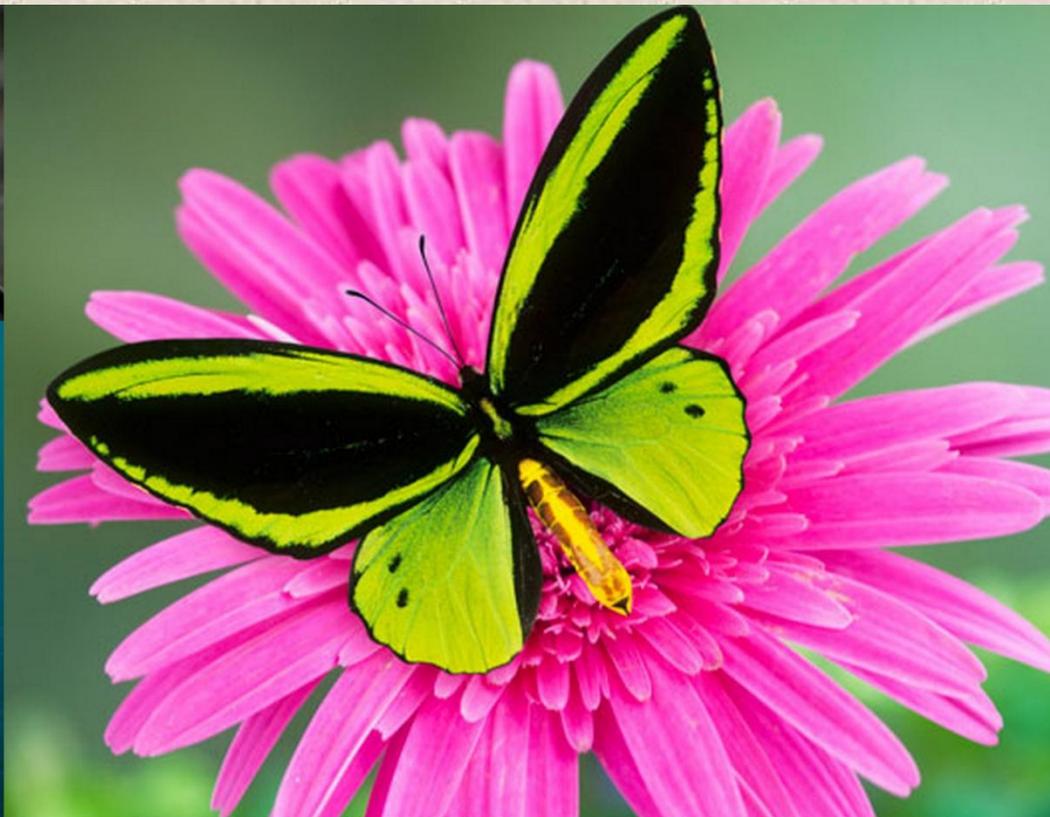




Transformações geométricas na natureza



Transformações geométricas na natureza

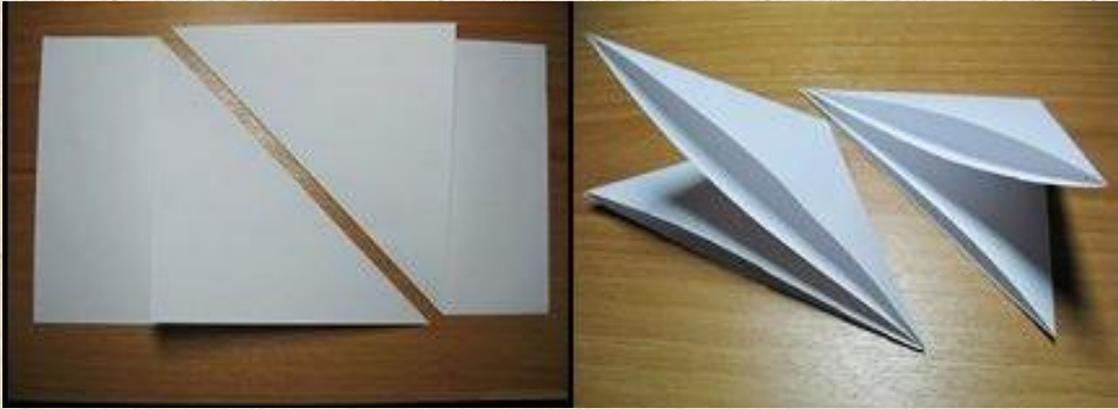


Atividades

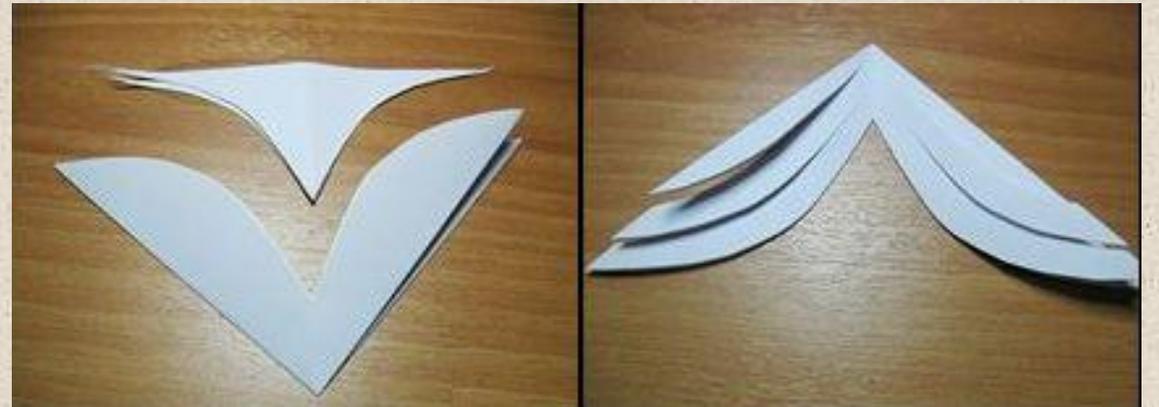


Atividade 1: Flor de papel

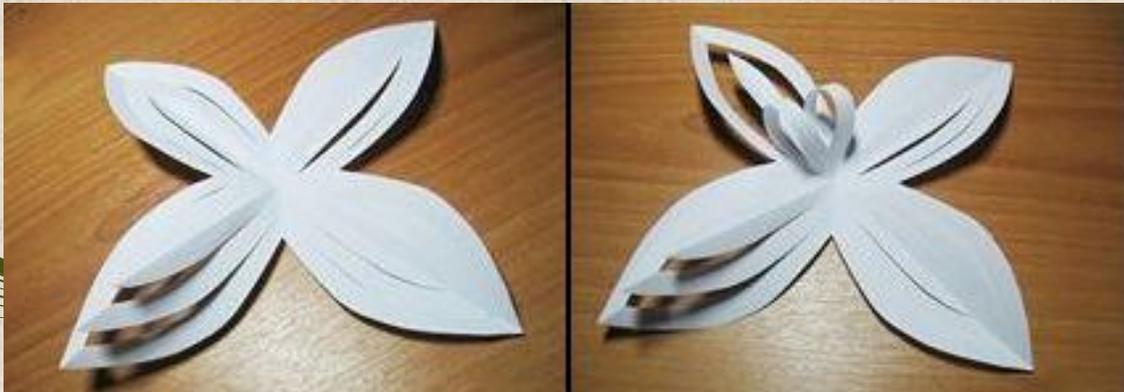
1



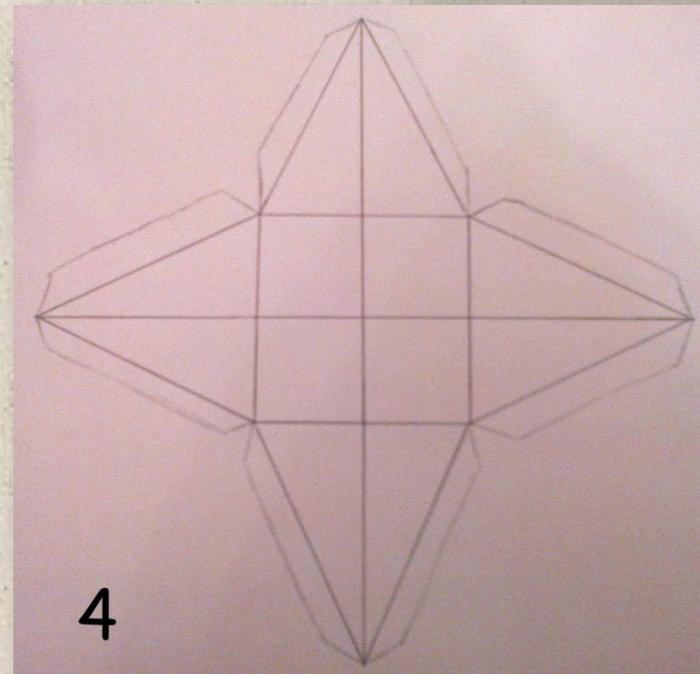
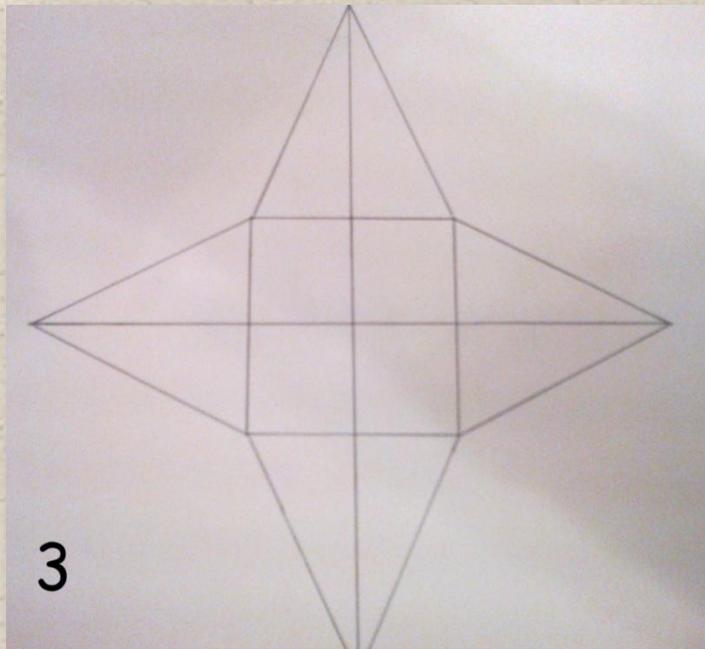
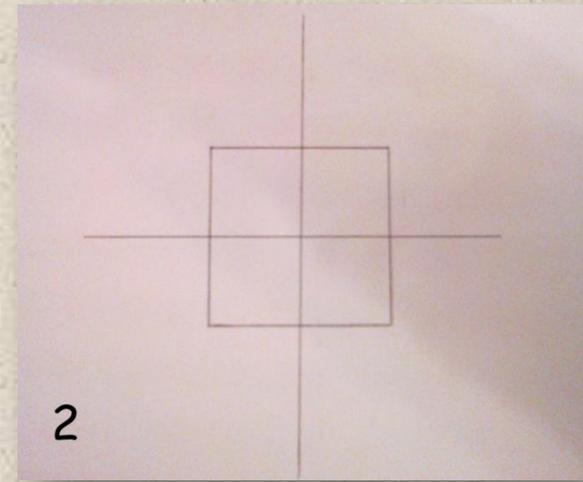
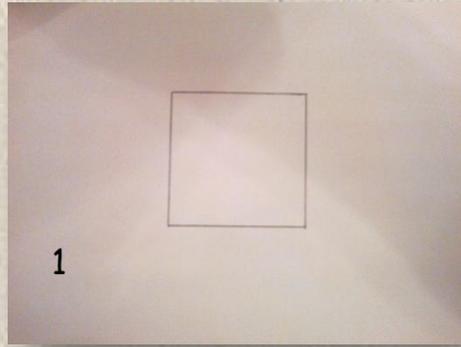
2



3

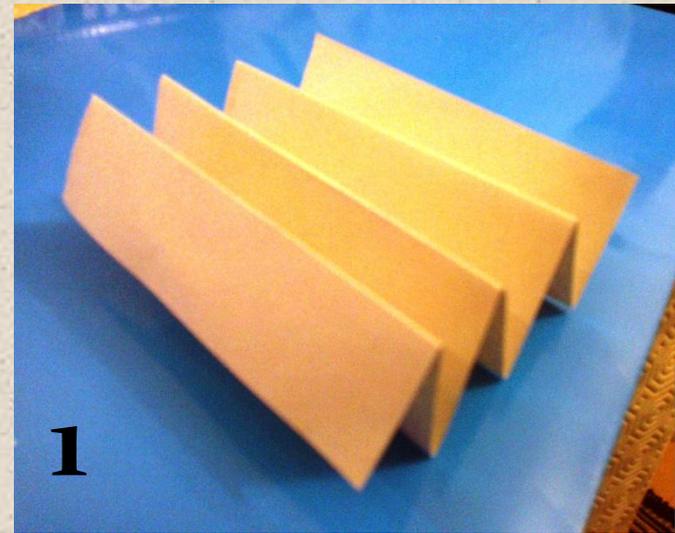


Atividade 2: Caixa de papel



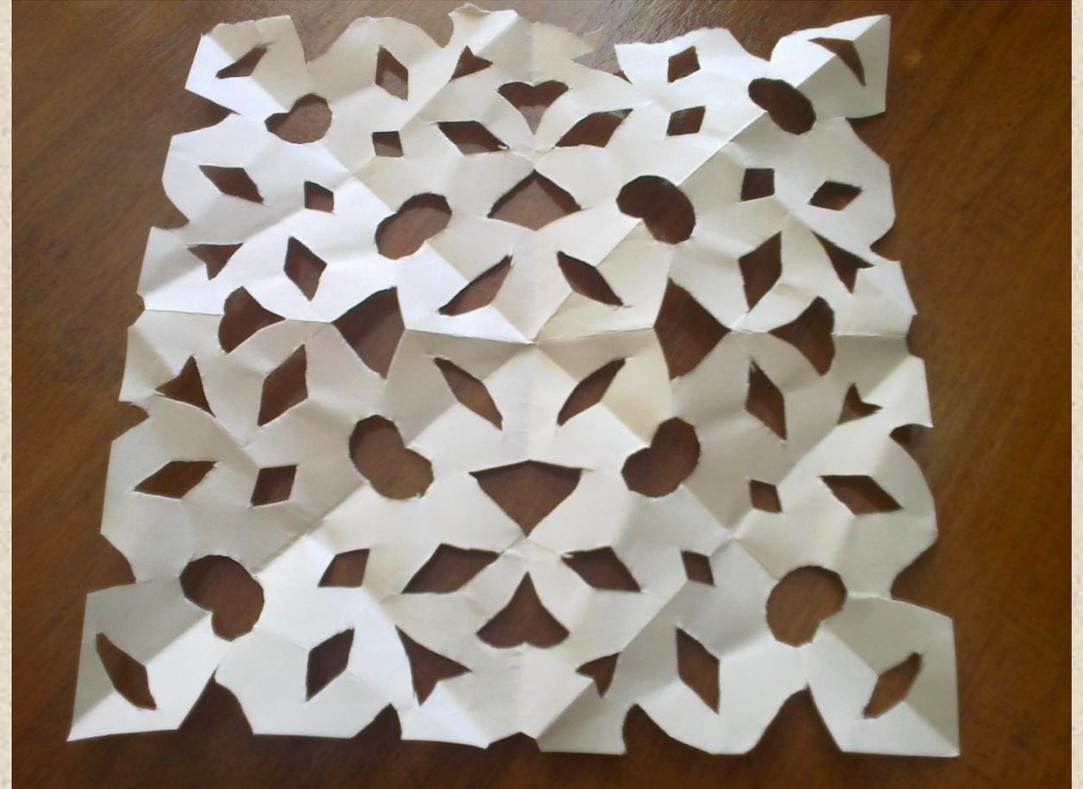
Atividade 3: Fitas de papel

1. Dobra uma folha em forma de leque.
2. Num dos lados faz um desenho, tendo em atenção que o desenho deve estar em contacto com ambos os lados.
3. Recorta o desenho.
4. Desdobra a folha e vê o resultado final!

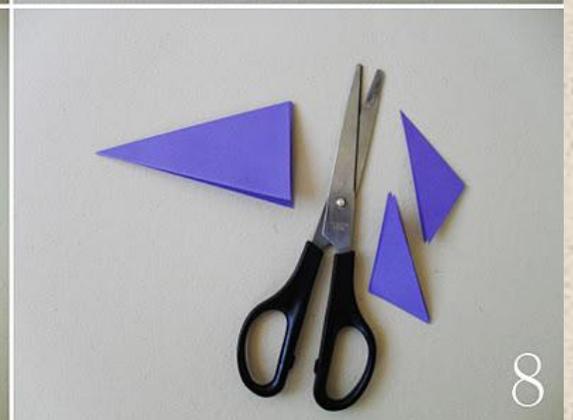
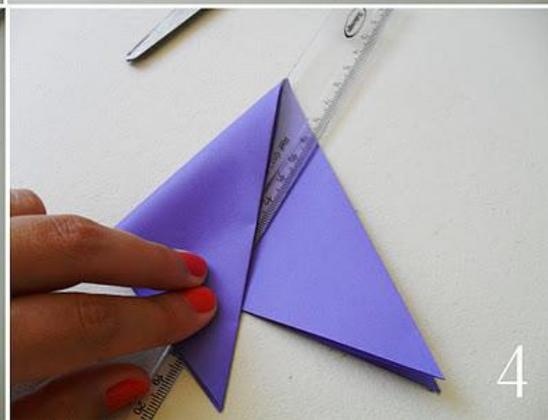
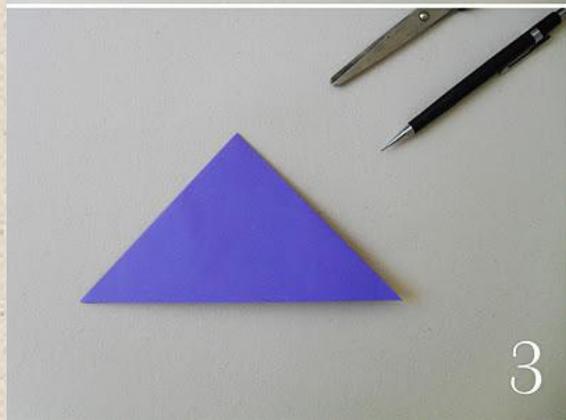
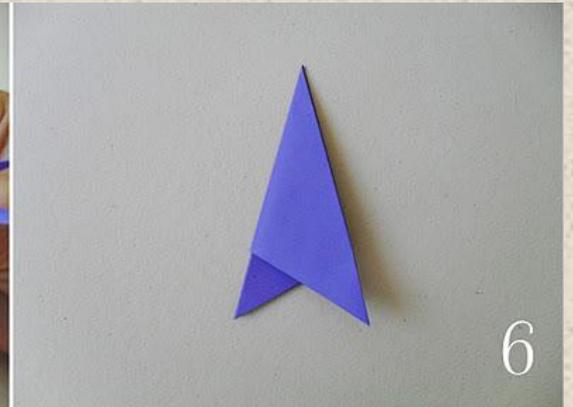
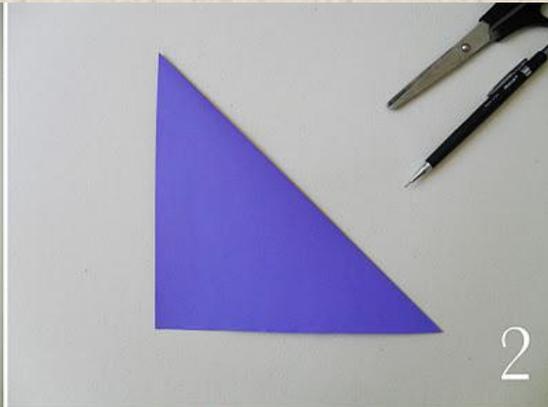
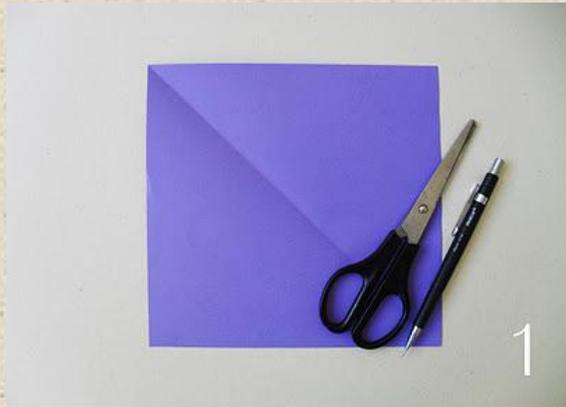


Atividade 4: Recortes em papel

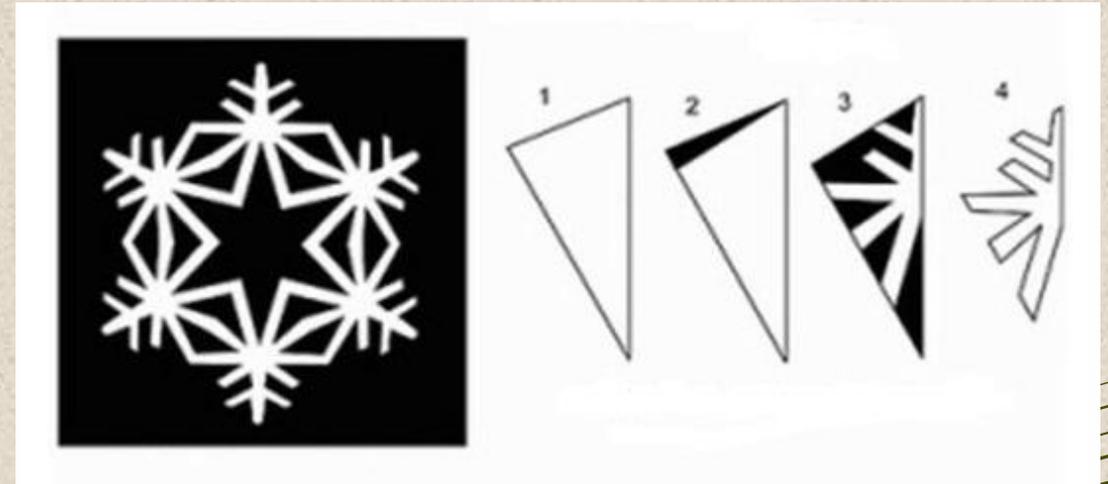
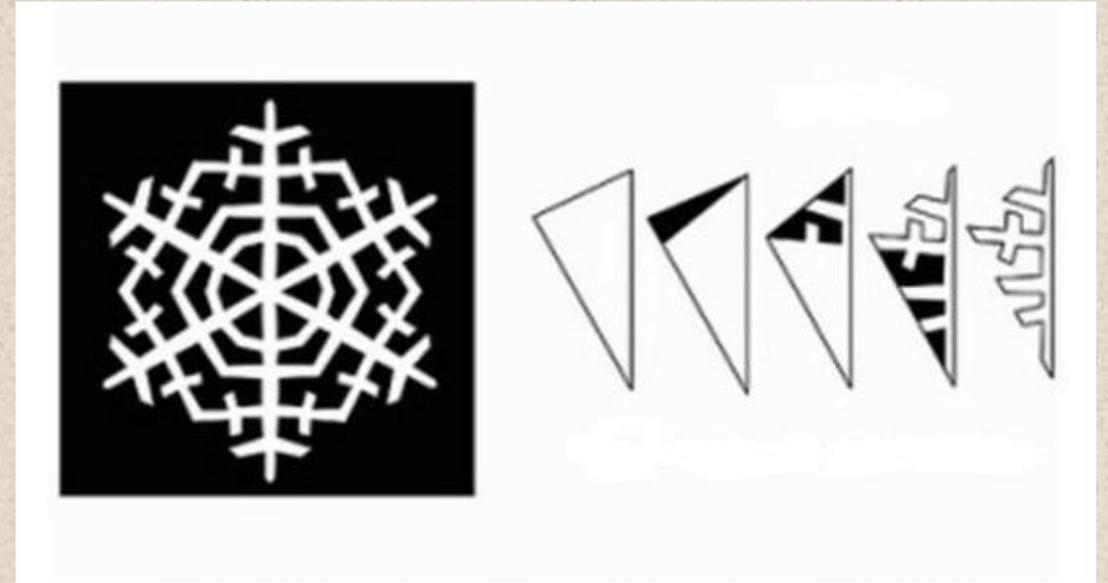
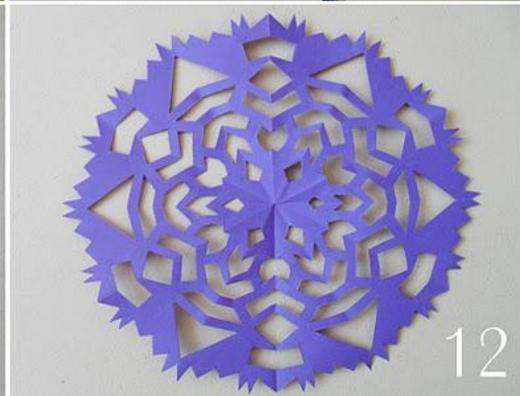
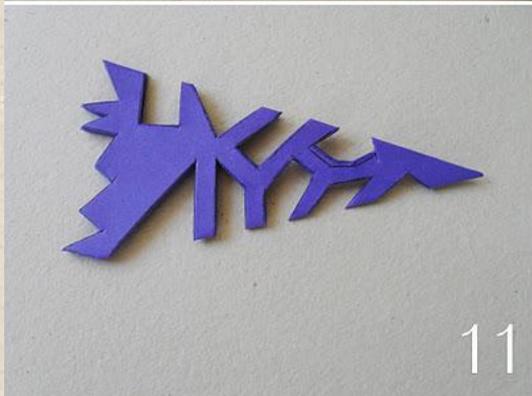
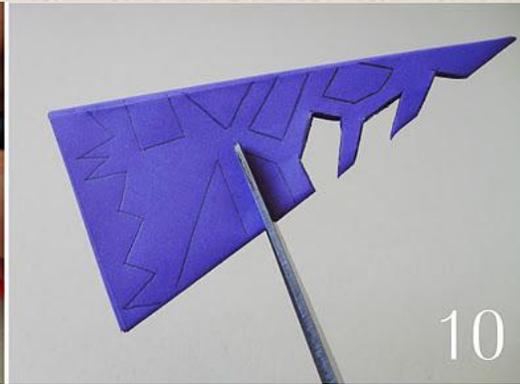
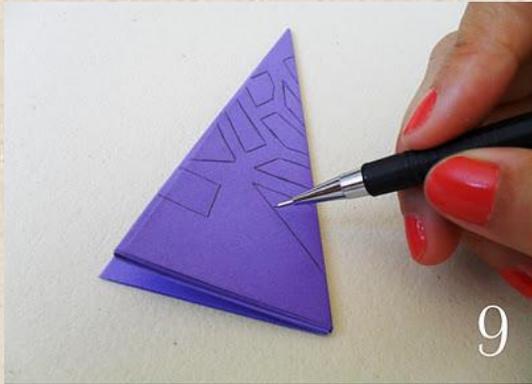
1. Dobra um quadrado/ círculo ao meio.
2. Repete as vezes que quiseres.
3. Faz cortes ao teu gosto.
4. Desdobra!



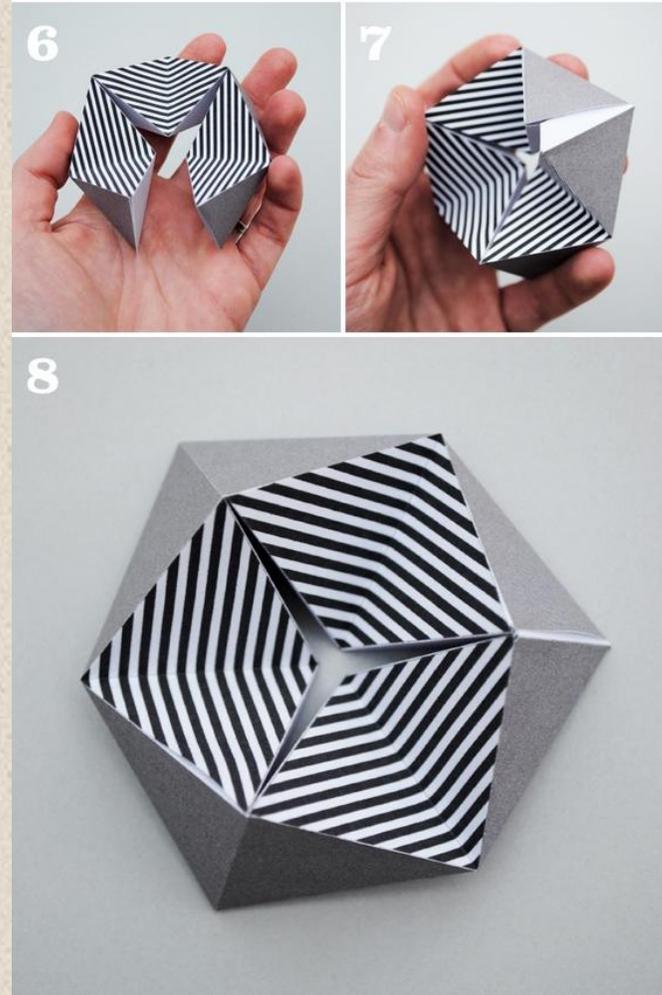
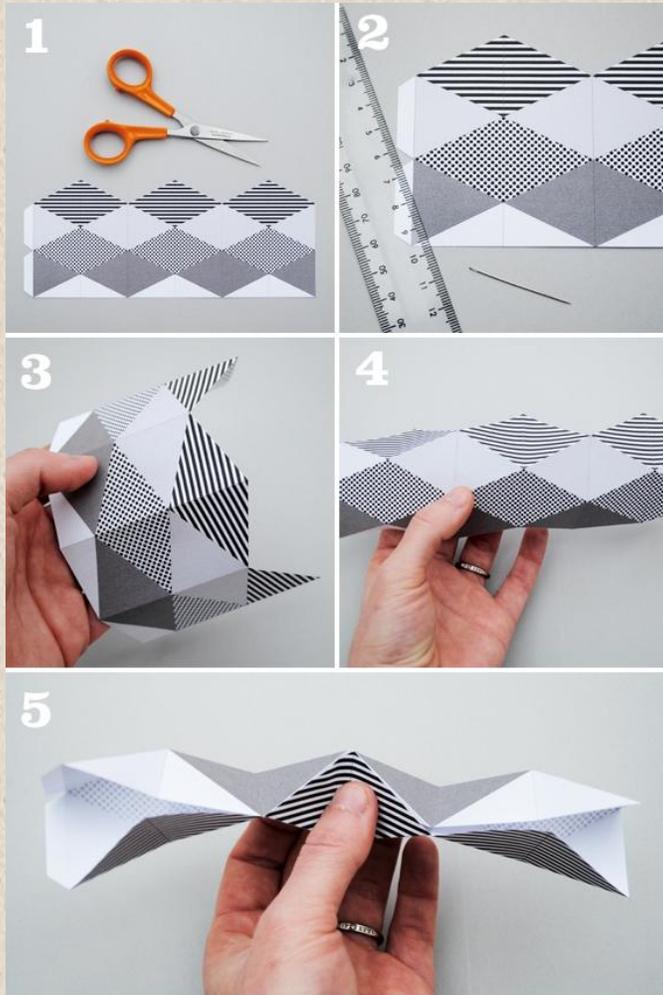
Atividade 5: Flocos de Neve



Atividade 5: Flocos de Neve

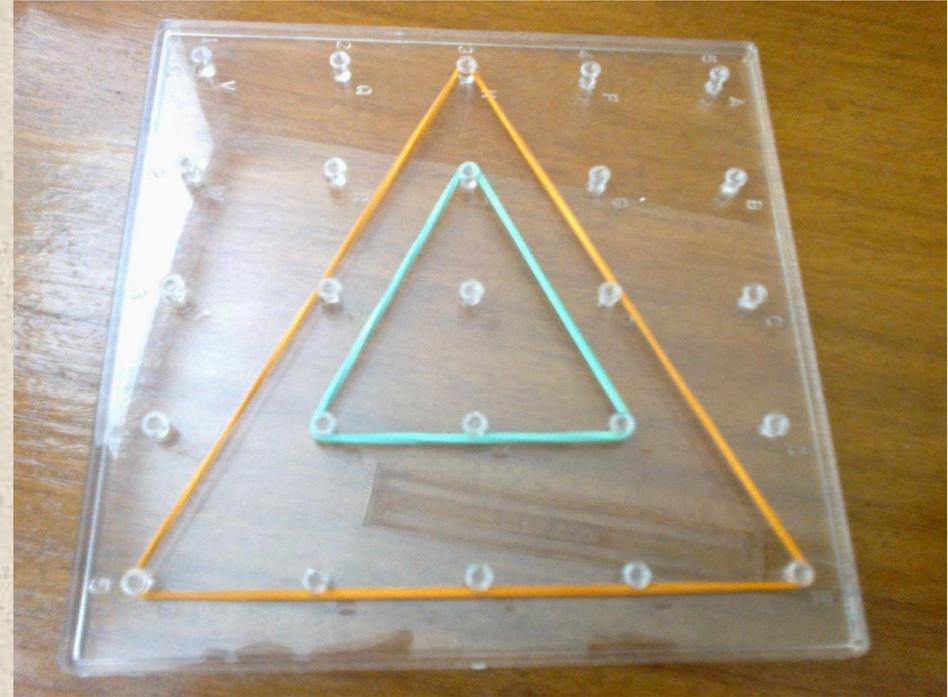


Atividade 5: Caleidoscópio



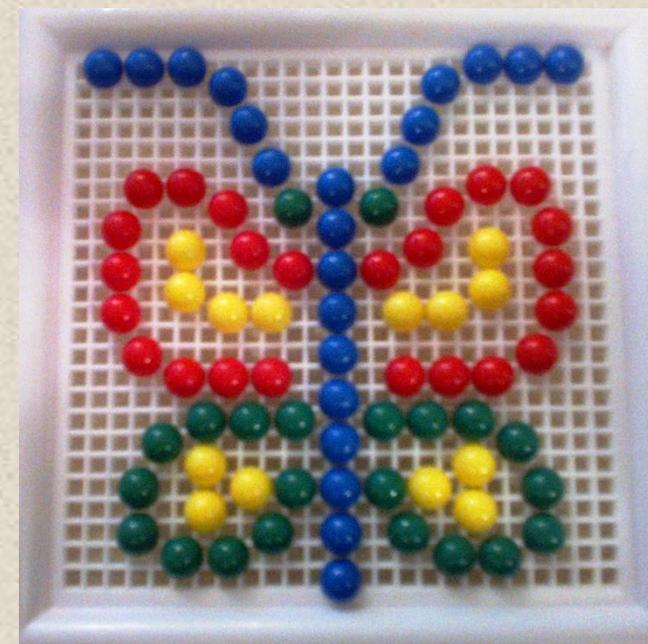
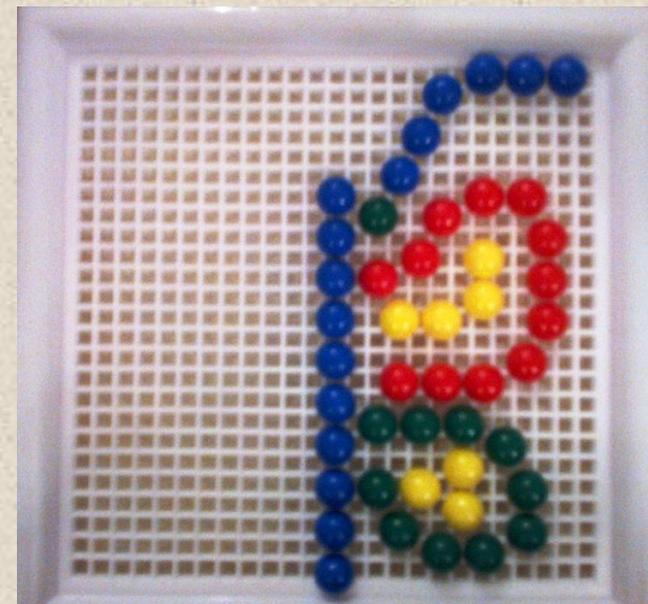
Atividade 6: Geoplano

- Constrói um figura geométrica no geoplano.
- De seguida troca com o teu colega do lado, para que ele construa uma ampliação ou redução.



Atividade 7 – Mosaico de Pinos

- Constrói numa das metades do “mosaico”, uma figura.
- De seguida dá o teu “mosaico” ao teu colega do lado, para que ele construa a figura simétrica.



Bibliografia

- Costa, Belmiro e Rodrigues, Ermelinda (2012). *Novo Espaço - Matemática* - 8.º Ano. Porto Editora.