

DIFERENTES SIGNIFICADOS DE FRAÇÃO: ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DAS SÉRIES INICIAIS

Érica Michelle Silva Cavalcanti¹

erica_cavalcanti@yahoo.com.br

Gilda Lisbôa Guimarães²

gilda@ufpe.br

Resumo

O objetivo deste trabalho foi investigar como os livros didáticos das séries iniciais escolhidos pelas escolas municipais do Recife em 2007 vêm contemplando as diferentes situações que dão significado as frações. Para isso, analisamos os volumes de 3^a e 4^a séries de quatro (4) coleções (2 mais pedidas e 2 menos pedidas). A análise revelou uma ausência de diferenciação entre as mesmas e que ainda existe uma disparidade no trabalho com os diferentes significados da fração nas coleções didáticas, agravada pela ausência de uma progressão nas dificuldades entre as séries. Assim, acreditamos que o PNLD e outras avaliações dos LDs precisam reforçar a importância de um trabalho com estes significados para não comprometermos a compreensão e desenvolvimento do conceito de número racional nas escolas.

Palavras-chave: livro didático – séries iniciais - fração

Campos conceituais e significados do racional

Este estudo tem como base a Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud, a qual afirma que para a construção de um conceito matemático é necessária uma variedade de situações-problema. Sabendo que o conceito de número racional para ser bem compreendido precisa articular diferentes situações, consideramos pertinente investigar como os livros didáticos das séries iniciais mais ou menos escolhidos pelas escolas municipais do Recife, em 2007, vêm contemplando as diferentes situações que dão significado as frações.

A existência de diferentes significados do racional e, conseqüentemente, da fração é um tema que vem sendo discutido em muitos estudos científicos (KIERAN, 1988; SILVA, SILVA, BORBA, AGUIAR E LIMA, 2000; BEHR, LESH, POST e SILVER, 1983; PCNs, 1997 e outros). Também vem sendo difundido em revistas direcionadas a professores, como a revista *Nova Escola*. Essa

¹ Graduanda de Pedagogia – Centro de educação - UFPE.

² Prof^a Dr^a do Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino - Centro de Educação - UFPE.

revista, no mês de abril de 2008, apresentou um encarte sobre fração no qual é dada uma atenção especial aos diferentes significados que a fração pode estar expressando, ou seja, situações que dão significado a este racional.

Esses artigos argumentam sobre a necessidade dos diferentes significados do número racional serem considerados no ensino. Necessidade que encontra fundamento na teoria de Vergnaud (1998), como citado em Magina, Campos, Nunes e Gitirana (2001).

De acordo com Vergnaud, as competências e concepções dos estudantes desenvolvem-se ao longo do tempo, por meio de experiências envolvendo um grande número de situações. Porém, o desenvolvimento do conceito requer além de uma diversidade de situações, outros elementos. Para a aprendizagem de um conceito Vergnaud ressalta a complementaridade de três conjuntos - S , I , R :

- S é um conjunto de situações que tornam o conceito significativo;
- I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar essas situações;
- R é um conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar esses invariantes, e, portanto, representar as situações e os procedimentos para lidar com eles. (MAGINA et al., 2001, p. 7).

Para compreender a tríade que forma o conceito temos, como exemplo, uma situação em que duas crianças dividem um bolo e outras quatro crianças dividem dois bolos (S). Busca-se saber qual dos grupos receberá uma quantidade maior de bolo. Para saber que os dois grupos receberão a mesma quantidade, o invariante da equivalência entre frações (I) pode estar sendo mobilizado na situação, que pode ser representada simbolicamente, dizendo-se que cada criança receberá $\frac{1}{2}$ de um bolo (R).

Apesar de acreditarmos que a apreensão de número racional implica compreender os diferentes significados da fração, os invariantes e as diferentes representações, como afirma Vergnaud, nessa pesquisa abordaremos apenas os diferentes significados do racional.

A literatura vem apresentando vários tipos de categorização para o número racional: Kieran (1976,1988); Nunes (2003); Silva (2006) entre outras. Nesse trabalho, consideramos as categorias descritas no quadro abaixo, por

abranjer uma diversidade de situações em que a fração pode ser encontrada, o que é nosso foco.

Significado	Definição	Exemplo
Parte/todo	Partição de um todo em n partes iguais, em que cada parte pode ser representada como $1/n$. Um procedimento de dupla contagem, das partes do todo e das partes tomadas, no geral, é o suficiente para solucionar o problema.	Uma jarra com suco foi dividida entre 3 copos. João bebeu um copo. Que fração representa o que ele bebeu da jarra?
Quociente	A fração indica uma divisão e seu resultado. Nas situações de quociente, temos duas variáveis, sendo que uma variável corresponde ao numerador e a outra ao denominador.	Em uma festa foram distribuídos 2 bolos para 6 crianças igualmente. Quanto cada uma vai receber?
Probabilidade	A fração representa a chance de um evento ocorrer. (numero de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis).	Jogando uma vez um dado que fração representa a possibilidade de tirar o número 3 ou 4?
Operador multiplicativo	A fração é um valor escalar aplicado a uma quantidade, ou seja, um multiplicador da quantidade indicada.	Numa jarra contendo 900ml de suco Pedro bebeu $1/3$ do líquido. Quantos mililitros ele bebeu?
Número	A fração é um número em si, não sendo necessário que expresse uma relação ou contexto para ser compreendida numa dada situação.	Onde posso marcar na reta numérica $1/3$?
Medida	Comparação na qual a fração está relacionada à pergunta quantas vezes? Neste caso, uma determinada parte é tomada como referência para se medir uma outra.	Tomando a reta CD como unidade de medida, quanto mede AB? A ___ B C _____ D Outro caso: Quantos copos de $1/3$ litro são necessários para encher um balde de 15 litros?
Razão	A fração refere-se a quantidades intensivas, nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis.	Para fazer um suco de laranja eu misturo numa jarra 2 copos de água para 1 de concentrado. Que fração de concentrado eu tenho na jarra?

Podemos notar nesses exemplos que a fração $\frac{1}{3}$ permeia todas as relações estabelecidas. Porém, muitos alunos sentem dificuldades em ver que possuem significados distintos. Cabe esclarecer que as quantidades intensivas, a que se refere o significado de razão são unidades diferenciadas, mas que dependendo das grandezas envolvidas podem combinar-se formando um todo (NUNES, CAMPOS, MAGINA e BRYANT, 2005).

Em se tratando do ensino do racional, os PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais) de matemática para as séries iniciais (1997) recomendam o início deste trabalho apenas no 2º ciclo de aprendizagem (3ª e 4ª séries). Esse documento considera quatro significados para a fração: parte-todo, quociente, razão e operador. Entretanto, o significado de operador deve ser iniciado somente a partir do 3º ciclo.

Algumas discussões em torno dos significados da fração

Ao realizarmos uma revisão na literatura, foram encontradas situações-problemas contendo uma mesma idéia de fração, mas que foram interpretadas de modo distinto pelos pesquisadores. Assim, uma situação, por exemplo, de um problema que pede a representação da fração $\frac{1}{2}$ em forma de número decimal, foi classificada por Damico (2007, p. 147) como tendo significado de quociente, enquanto Canova (2006, p. 132) e Merlini (2005, p. 127) classificaram como tendo significado de número. Isso se dá por que as situações (*S*) mantêm uma estreita relação com os procedimentos ou estratégias (*I*) utilizados pelo sujeito para solucioná-las. Mantém relação, ainda, com os símbolos matemáticos (*R*) que o sujeito conhece para representar a situação (CANOVA, 2006, p. 42).

Dessa forma, ressalta-se que as estratégias de resolução dos problemas devem ser consideradas como elementos importantes, pois mesmo que o problema tenha sido elaborado visando uma lógica específica em sua resolução, os sujeitos poderão dar um outro significado à situação, a partir do procedimento utilizado para solucioná-lo.

Diante dessa discussão, poderíamos pensar que essas categorizações não fazem sentido, porém, apenas compreendendo a existência dessas diferenças é que temos a chance de avançar em nossos estudos.

Então, um norteador em nossa análise foi o quadro de definições acima, no qual para um determinado problema, como o descrito (que pede a representação da fração $\frac{1}{2}$ em forma decimal), não poderíamos classificá-lo como apresentando um significado de quociente, uma vez que para este significado a fração precisa possuir uma idéia de divisão, o que não é o caso, pois a divisão pode até ser uma boa estratégia para solução do problema, mas nada na fração $\frac{1}{2}$ da questão indica uma divisão. Por outro lado, a mesma fração pode ser reconhecida como um número em si, que representa metade de um outro número (assim como o decimal 0,5) e que por isso pode ser categorizado como possuindo um significado de número.

A interpretação diferenciada para um mesmo problema demonstra que muitos estudos ainda precisam ser feitos na área, para que possamos ter mais clareza das semelhanças e diferenças que podem existir entre esses significados. Acreditamos que pesquisas com este fim contribuirão para uma compreensão maior do número racional e seu ensino-aprendizagem.

Pesquisas sobre a compreensão de fração

Pensando na importância do número racional para a matemática, na necessidade de uma diversidade de situações para a construção de um conceito (VERGNAUD, 1998) e nas dificuldades relacionadas a este número, torna-se relevante conhecermos como vem se dando a compreensão desse conceito num contexto mais amplo, tanto por professores quanto por alunos.

A aprendizagem do número racional envolve rupturas entre número natural e racional como colocam alguns autores (CANOVA, 2006; MERLINI 2005; CAVALCANTI, CÂMARA DOS SANTOS e JÓFILI, 2007). Um exemplo de conflito gerado entre saberes novos e antigos pode ser o ensino da multiplicação, no qual normalmente se explica que a multiplicação sempre aumenta a quantidade, quando isso não é válido para o número racional. Por isso muitos não entendem que exista um número que multiplicado por 6 dá 3, que é $\frac{1}{2}$.

Bertoni (2004) alerta que se são necessários vários anos de vida para sedimentação da compreensão de alguns números iniciais, não poderia ser diferente com o número fracionário. Então, não se pode esperar que com a introdução da fração apenas na 3ª série, em algumas páginas do LD, a partir

de nomes de frações e suas respectivas representações numéricas, que este conceito seja compreendido de fato.

As dificuldades muitas vezes levantadas por professores e alunos em relação à compreensão do conceito de fração podem ser evidenciadas a partir de estudos como o desenvolvido por Merlini (2005). Essa autora investigou o desempenho de alunos de 5ª e 6ª séries em atividades relacionadas à compreensão de fração e verificou um índice muito baixo de acerto. Nenhum dos significados de fração ultrapassou um percentual de acerto superior a 35%, atribuído ao significado parte-todo, em ambas as séries. Em segundo lugar, o percentual de acerto foi diferenciado entre as séries, pois o significado de quociente foi mais fácil para a 5ª série e o de operador para a 6ª série. O significado de número foi responsável pelo pior desempenho. Cavalcanti, Câmara dos Santos e Jófili (2007), em pesquisa realizada com alunos de 6ª e 8ª séries confirmam essas dificuldades, principalmente ante situações com o significado de operador multiplicativo.

Apesar das dificuldades que a fração possa representar ao processo escolar, como mostram esses estudos, pode-se pensar em encaminhamentos alternativos a essa compreensão. Cruz e Spinillo (2006) verificaram que os alunos apresentavam uma maior compreensão sobre fração quando o referencial de metade era disponibilizado a alunos de 2ª e 3ª séries. Dessa forma, o referencial de metade mostrou-se um caminho para a aprendizagem desse campo numérico. Nessa mesma linha, Silva, Silva, Borba, Aguiar e Lima (2000) realizaram uma pesquisa de intervenção com alunos de 5ª séries e constataram avanços na aprendizagem quando eram trabalhadas de forma articulada as representações de fração ordinária, decimal e porcentagem.

Dorneles, Mamede e Nunes (2008) investigando a compreensão de fração de crianças brasileiras e portuguesas, de 6 e 7 anos de idade, frente a situações de quociente e parte-todo, perceberam que a situação de quociente assumiu um papel mais relevante na compreensão de relações essenciais ao conceito de fração do que a situação de parte-todo, para ambas nacionalidades.

Este dado nos alerta para a importância que o significado de quociente assume quando na introdução do ensino da fração, como já constatado por Nunes (2003) ao perceber que crianças inglesas, entre 7 e 9 anos de idade,

compreendem a lógica da equivalência de frações melhor em situações de quociente que em situações de parte-todo, assim como o estudo anteriormente citado.

É importante ressaltar que vários estudos vêm nos mostrando que educadores do Ensino Fundamental também apresentam dificuldades em compreender os diferentes significados de fração. Quanto ao desempenho e compreensão, professores das séries iniciais apresentaram maior êxito diante do significado de parte-todo (CAVALCANTI e CÂMARA DOS SANTOS, 2006; CANOVA, 2006), assim como ocorreu com os alunos. Quando se trata do significado de operador, o estudo de Cavalcanti et al (2007) constatou a dificuldade de professores das séries iniciais em reconhecer a fração com este significado. Campos, Magina e Nunes (2006) também perceberam dificuldades de professores polivalentes em conectar o conceito de razão com a representação fracionária.

Porém, a resultados bem diferentes chegou Santos (2004) investigando professores de 1ª a 6ª séries do Ensino Fundamental. Ao pedir que os mesmos elaborassem questões abordando a fração constatou que o significado de operador multiplicativo foi predominante mais fácil entre todos os professores, seguido de parte-todo. O autor afirma que não encontrou diferenças entre os grupos. Assim, os professores licenciados em matemática, professores de 5ª e 6ª séries, não se diferenciavam dos Pedagogos. Essa predileção desses grupos de professores pelo significado de operador multiplicativo é curiosa, pois trata-se de um significado que os PCNs (1997) recomendam ser trabalhado apenas a partir da 5ª série.

Os estudos aqui descritos evidenciam dificuldades tanto de professores quanto de alunos quando lidam com o número racional em sua representação fracionária. Quanto a isso, Canova (2006) aponta que as dificuldades do aluno, na aprendizagem da fração, estão relacionadas à falta de compreensão do professor. Considerando o que a autora coloca, podemos insistir na necessidade de uma atenção maior aos elementos que fazem parte da prática educativa do professor, entre eles o livro didático (LD).

O Livro Didático de Matemática

Como bem sabemos, o LD é o recurso de maior utilização pelo professor em sala de aula. Defesas a esse recurso e críticas nos parecem uma constante, o que revela a preocupação de seguimentos da sociedade com uma prática educativa de maior qualidade.

Um ponto negativo bastante apontado é que o livro de matemática, em particular, costuma atribuir muita importância a técnicas operatórias, primando mais pela memória e mecanização que pela compreensão (ROMANATTO, 2004). A autora afirma que esses têm uma presença marcante em sala de aula, chegando muitas vezes a substituir o professor quando deveria servir-lhe de apoio. Por outro lado, Romanatto também esclarece que este livro desempenha um papel importante de comunicação no tempo e espaço, além de vasta fonte de informações.

Carvalho (2007) diz que os LDs que vinham sendo distribuídos pelo MEC no Ensino Fundamental passaram, a partir de 1995, com a implantação do PNL (programa nacional do Livro Didático) a contar com uma análise mais criteriosa feita por especialistas de diversas áreas: matemática, ciências, língua portuguesa, geografia e história. A autora observa que a iniciativa foi positiva, uma vez que os livros em questão mostraram-se, desde então, mais bem elaborados pelos autores e melhor selecionados pelas editoras.

Sabendo que é o professor quem seleciona e utiliza o LD e que o livro não é um instrumento neutro, mas expressa uma visão de mundo, Queiroz e Guimarães (2007), argumentam que é preciso saber qual é o uso que o professor faz desse livro, apresentando três formas diferenciadas:

- Coloca o aluno em contato direto com o livro, logo com os saberes. O livro é o protagonista na sala de aula.
- Interpreta os saberes do LD, podendo ou não acrescentar outras informações para o aluno. O professor faz a seleção dos conteúdos e opções metodológicas expostas no LD.
- Define primeiramente o conteúdo que quer trabalhar, sabe que metodologia é mais adequada e utiliza o LD como suporte para alcançar seus objetivos, geralmente partindo de atividades propostas no livro.

Das três situações a última é a ideal, pois é aquela em que a autonomia do professor se faz presente, uma vez que o livro representa um recurso para aquilo que se planeja construir. Porém, essas autoras observaram que a situação mais comum é a segunda, na qual o professor até se posiciona criticamente diante do livro, mas não parte do professor a iniciativa de definir que conteúdos serão abordados e como abordá-los, ou seja, o livro ainda é portador do conhecimento neste caso.

Podemos perceber que para a aprendizagem de um conhecimento, muitos são os aspectos que se cruzam. Afinal, não podemos querer uma aprendizagem efetiva de um conceito matemático, como a fração, sem considerar o modo que este conhecimento pode chegar ao aluno, formal (o professor, os LDs) e informalmente (o cotidiano).

O Livro Didático e a fração

Um dos objetivos do MEC com a compra de LD para os escolas é que o mesmo seja um recurso facilitador do processo de ensino-aprendizagem e não mais um obstáculo a ser vencido por professores e alunos, quando se valoriza formas mecânicas nas aulas ou quando não está atento à diversidade de conceitos e procedimentos matemáticos.

Quanto ao conteúdo número racional, o Guia do PNL 2007 das séries iniciais afirma que espera que o LD reconheça que este número está presente no cotidiano da criança em idéias como metade do time ou até pelo conhecimento do sistema monetário, mas que o mesmo apresenta significados variados: relação parte-todo, operador, quociente de naturais, relação parte-parte. Os racionais ainda vão aparecer nas representações de fração, de decimais e de porcentagem. Além de surgir em situações envolvendo quantidade discreta ou contínua. Lima (1986) explica que:

Uma quantidade é dita discreta quando possui uma identidade definida (ou individualizada), constituindo uma entidade, isto é, conta de unidades separadas umas das outras, como as árvores de um parque (...). Uma quantidade é dita contínua quando é divisível em partes sempre divisíveis (...). Consta de unidades que não estão separadas (individualizadas) uma das outras, como o comprimento de um fio... (LIMA, 1986, p. 90 e p. 82).

Diante do desafio que é lidar com a diversidade do racional, da ruptura que esse conhecimento provoca com outros saberes e da importância que o LD representa para a aprendizagem, assim como para o ensino, Canova (2006) e Bezerra (2001) fizeram estudos contemplando significados da fração (além de variáveis como quantidade contínua/discreta e representação icônica/não-icônica) e o LD. Todos pesquisaram LDs utilizados por escolas públicas de São Paulo.

Canova (2006) analisou 3 coleções de livros didáticos, de 1^a, 2^a, 3^a e 4^a séries, considerando o conceito de fração. A razão de analisar livros de 1^a e 2^a séries foi saber se já existia uma introdução informal do conceito, uma vez que formalmente só se inicia no 2^o ciclo. Percebeu que no 1^o ciclo apenas uma coleção se preocupou em trabalhar fração. Os livros, no geral, apresentavam as primeiras noções de fração pelo significado parte-todo. Nos livros de 4^a série notou uma incidência maior do significado de operador multiplicativo. Os cinco significados de fração estavam presentes nas coleções, mas medida e número ficaram aquém dos demais.

Bezerra (2001) escolheu 4 coleções de livros de 3^a série para investigação. As concepções focadas pelo autor na pesquisa foram: o contexto em que aparecem as frações, quantidades contínuas ou discretas, e significados do fracionário nas situações de parte-todo e quociente. O autor considerou que apenas uma coleção apresenta uma boa proposta, pois trabalha com situações-problemas envolvendo o conceito fracionário de divisão, ao contrário das outras que enfatizam a relação parte-todo.

São poucos os trabalhos que procuram ver o tratamento dos significados de fração no LD, menos ainda aqueles que procuram analisar todos eles no momento em que se dá a introdução formal desse conceito. Assim, verificamos a necessidade de novas pesquisas. Entretanto, já é possível pensar que existe uma forte tendência nos livros didáticos pesquisados em valorizar alguns significados de fração em detrimento de outros, o que compromete a construção do conceito.

Os significados de medida e número são os mais prejudicados, como podemos ver pela pouca e, em alguns casos nenhuma, expressão dos mesmos nos livros. O significado de número até se explica, uma vez que os PCNs (1997) parecem não considerá-lo como um significado da fração, o que pode

estender-se aos autores dos livros. Mas é no mínimo curioso que medida esteja sendo tão desvalorizado no ensino, enquanto significado, quando os mesmos PCNs recomendam o seu trabalho (denominando-o como razão) a partir do 2º ciclo do Ensino Fundamental.

Diante da importância do conceito matemático de fração, vemos que poucas pesquisas têm dedicado esforços a uma maior compreensão de seus significados nos livros didáticos, recurso material que se destaca nas escolas brasileiras. Pensando na necessidade de maiores pesquisas na área, este estudo buscou investigar como os livros didáticos das séries iniciais mais e menos escolhidos pelas escolas municipais do Recife, em 2007, vêm contemplando as diferentes situações que dão significado as frações.

Metodologia

Analisamos 4 coleções de LDs, em seus volumes 3 e 4, totalizando 8 livros de 3ª e 4ª séries, que no regime de ciclos correspondem ao 2º ciclo de aprendizagem, período em que se dá formalmente a introdução do número racional no ensino. Os livros utilizados na análise participaram das coleções aprovadas pelo Guia do PNLD 2007 de matemática. O critério para escolha das coleções foi a predileção dos professores da Rede Municipal do Recife.

Em 2007, todas as escolas públicas municipais do Recife (210) escolheram 23 das 35 coleções de livros aprovados pelo Guia 2007. Dessas 23 coleções, selecionamos quatro. As duas mais indicadas (C1 e C2) e duas que tiveram apenas uma indicação cada (C3 e C4). Apresentamos na Tabela 1, abaixo, a frequência e percentual dessas coleções na rede municipal:

Tabela 1- Percentual de indicações de coleções didáticas de matemática

Coleções	Frequência	(%)
C1	63	30,0
C2	32	15,3
C3	1	0,5
C4	1	0,5

Utilizamos dois grupos de coleções na análise (mais e menos escolhidas), primeiro por que a disparidade existente no número de escolhas das coleções adotadas por estas escolas nos chamou bastante à atenção, depois nos questionamos se encontraríamos diferenças entre as coleções

adotadas também nas propostas de trabalho com a fração e se coleções de menor expressão nas escolas (mas a disposição das mesmas) poderiam estar explorando os significados da fração de modo distinto daquele que geralmente se faz nos LD, isto é, priorizando poucos e sempre os mesmos, como já percebeu Canova (2006) e Bezerra (2001).

Resultados e Análise

Analisando todos os livros (oito ao todo), encontramos 578 atividades que trabalhavam com a representação fracionária do número racional. É importante destacar que estamos considerando em nossa análise apenas as atividades que tinham como foco a representação “a/b” da fração, isso explicitamente (no enunciado ou como resposta), mas também quando sabíamos ser comum este tipo de representação do racional em determinada situação, como ao dividirmos uma pizza ou uma barra de chocolate para algumas pessoas. A Tabela 2 apresenta o quantitativo de atividades por coleção e por série.

Tabela 2 – Frequência e percentual de atividades por série e coleção

COLEÇÃO	VOLUME		Total	
	3 ^a	4 ^a	Freq.	(%)
C1	94	142	236	40,8%
C2	41	121	162	28,0%
C3	58	41	99	17,1%
C4	34	47	81	14,0%
Total	227	351	578	100%
%	39,3	60,7	100	-----

Os dados da Tabela 2 indicam que as coleções mais escolhidas pelas escolas são aquelas que propõem mais atividades com fração. Só a C1 engloba 40,8% das atividades. Considerando esse único dado, poderíamos dizer que os professores escolheram coleções que apresentam mais atividades relacionadas à representação em fração.

Considerando as séries, observa-se que no geral existe uma maior frequência de atividades na 4^a série (60,7%) que na 3^a (39,3%). Porém, ao observarmos as coleções, vemos que nas mais indicadas (C1 e C2) a diferença entre o volume 3 e 4 é grande, maior que o dobro. O mesmo não ocorre com

as coleções menos indicadas, chegando a haver uma inversão, no caso da C3, em que o total de atividades com fração no volume 3 ultrapassa o volume 4.

Além das variáveis coleção e volume, procuramos na análise dos livros verificar outros aspectos que pudessem estar relacionados às atividades investigadas e conseqüentemente aos significados da fração, foco de nosso trabalho. Assim, os resultados descritos aqui reportam-se a esses aspectos, que serão explicitados logo a seguir.

Todas as coleções apresentaram um capítulo específico para o trabalho com a fração, no qual se concentram as atividades (Tabela 3). Entretanto, foram encontradas em todas as coleções também atividades fora do capítulo específico. Esses dados são interessantes porque de um lado existe uma preocupação de selecionar um momento que será priorizado o estudo dessa representação, mas por outro, ele também é trabalhado de forma articulada com outros conteúdos matemáticos. Resta saber se os professores conseguem perceber tais situações e articulá-las. Ressaltamos, ainda, que entre as coleções mais escolhidas foram encontradas sugestões de atividades no manual do professor o que não ocorreu nas outras.

Tabela 3 – Frequência de atividades em função da localização

Coleção	Capítulos		
	Outros	Específico	Manual
C1	31	193	12
C2	36	109	17
C3	41	58	--
C4	25	56	--
total	133	416	29

Com a tabela podemos ver também que as atividades com fração se concentraram em capítulos específicos. Sendo que nas coleções menos escolhidas a diferença não é tão significativa quanto nas demais.

Um importante aspecto observado na análise foi o contexto em que as atividades são propostas, que podem se referir a quantidades contínuas ou discretas. A Tabela 4 apresenta dados que quantificam esse aspecto.

Tabela 4 – Percentual de atividades em função do contexto por coleção

COLEÇÃO	CONTEXTO (%)		
	Sem contexto	contínuo	discreto
C1	12,3	72,0	15,7
C2	14,2	59,3	26,5
C3	6,1	71,7	22,2
C4	8,6	58,0	33,3
Total	11,2	66,4	22,3

Os números indicam uma concentração de atividades que utilizam o contexto contínuo como suporte para o trabalho com a fração (66,4%) o qual se repete em todas as coleções. Observa-se também que todas as coleções apresentam problemas sem contexto, ou seja, as atividades desenvolvem-se apenas pela manipulação numérica, o que aconteceu com maior frequência nas coleções mais escolhidas. Na coleção mais escolhida (C1) vemos dados bem curiosos, é a que apresenta o maior percentual de atividades com o contexto contínuo (Figura 1), e a que menos trabalha com o contexto discreto (Figura 2), chegando esse percentual a se aproximar do percentual de ausência de contexto.

- 5 ✨ Duas massas de pão de queijo foram feitas com quantidades diferentes de queijo e de polvilho:



- ★ Com qual das duas receitas o sabor do queijo vai ficar mais forte? Justifique sua resposta.

Figura 1 – Exemplo de situação de razão em contexto contínuo na C4

2 Observe as situações e escreva em seu caderno a probabilidade de ocorrer.

1

2 em 7 ou $\frac{2}{7}$.

Sem olhar, pegar uma bola vermelha.

3

3 em 6 ou $\frac{3}{6}$.

Sair um número par no dado.

Figura 2 – Exemplo de situação de probabilidade em contexto discreto na C2

A representação pictórica também foi um aspecto que despertou nosso interesse na análise das atividades com fração. Isso pela possibilidade de vir a ser um fator determinante tanto na escolha de um livro didático, quanto na resolução de um problema. A Tabela 5, abaixo, apresenta os dados.

Tabela 5 – Percentual de atividades com figuras nas coleções

COLEÇÃO	REPRESENTAÇÃO PICTÓRICA (%)			
	ausente	Geométrica plana	Gráfico do discreto	Outras figuras
C1	23,3	36,4	3,0	37,3
C2	44,4	21,0	1,9	32,7
C3	45,5	28,3	4,0	22,2
C4	45,7	18,5	4,9	30,9
Geral	36,2	28,2	3,1	32,5

Todas as coleções apresentaram a maior parte de suas atividades com figuras. A coleção mais escolhida (C1) se destaca entre as outras, pois somando os três modos que as figuras surgem, chegamos a 76,7% das atividades com fração. Enquanto que o percentual da segunda coleção que utiliza mais figuras (C2), não ultrapassa os 55,6%. Com isso, podemos perceber que a representação pictórica a partir de figuras geométricas planas é um elemento bastante explorado pelas coleções, correspondendo quase que a metade das formas de representação. Na C3 essa forma de representar é superior a todas as outras.

Um modo de representar que nos chamou a atenção foi o denominado gráfico do discreto, referindo-se a situações em que um gráfico, em forma de uma figura geométrica plana, indicava um contexto discreto (Figura 3). Não poderíamos colocar situações como essa na categoria geométrica plana, por esta categoria estar classificada aqui como pertencente a um contexto contínuo. Problemas deste tipo foram poucos (3,1% na média), mas presentes em todas as coleções.

- 4 O número de casos de alergia está aumentando no mundo. Além dos fatores genéticos (que passam de pais para filhos), há também os fatores ambientais. Observe o aumento percentual dos casos nas últimas três décadas:



Figura 3 – Exemplo de situação em que o gráfico indica um contexto discreto na C1

Nas atividades com figuras, procuramos observar também a relevância que a representação tinha para resolução de um problema. No geral, 8,8 % das figuras nas atividades eram irrelevantes, isto é, não poderiam auxiliar por não conter todos ou alguns dados do problema, isso ocorreu em todas as coleções.

Ainda a respeito das representações pictóricas, um dado preocupante foi a presença de figuras incorretas nas atividades analisadas, o que ocorreu apenas nas coleções C1 (com duas figuras incorretas) e C2 (com uma figura incorreta), isto é, nas coleções mais escolhidas. No exemplo abaixo (Figura 4), se as tiras eram do mesmo tamanho, como cortadas ficaram menores? É preciso considerar os espaços entre os pedaços?!

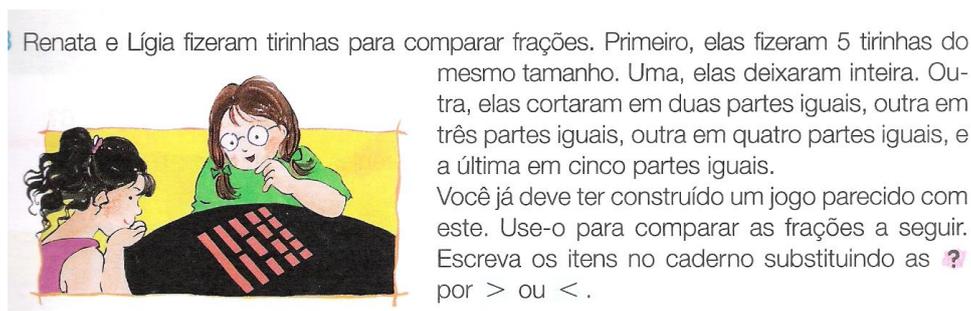


Figura 4 – exemplo de figura com representação incorreta na C1

Um aspecto que procuramos observar também foi se nas atividades existia articulação entre a representação do racional em fração, decimal e porcentagem, pois Silva et al (2000) já demonstraram evolução conceitual das representações do racional quando num ensino articulado.

As coleções apresentaram atividades que articulavam as representações do racional. Porém, os números são pouco expressivos, uma vez que 87,5% das atividades não estavam conectadas a outras representações. Analisando melhor os volumes, vemos que nos livros do volume 3, a representação decimal foi uma representação mais freqüente, enquanto que porcentagem foi mais presente no volume 4. A Tabela 6 apresenta esses dados:

Tabela 6 – Percentual de atividades articulando representações do racional em função dos volumes

VOLUME	ARTICULAÇÃO (%)			
	ausente	com decimal	com porcentagem	com decimal e porcentagem
3	90,7	8,8	0,4	-----
4	85,5	4,6	8,8	1,1

Operações envolvendo fração foi outro fator observado. Encontramos as quatro operações: adição, subtração, multiplicação e divisão. Entretanto, a distribuição entre as coleções não se deu da mesma forma, como mostra a Tabela 7.

Tabela 7 – Percentual de atividades envolvendo operações com fração nas coleções

COLEÇÃO	OPERAÇÃO (%)				
	ausente	adição	subtração	multiplicação	divisão
C1	80,9	8,5	5,9	1,7	3,0
C2	85,8	4,3	3,7	4,9	1,2
C3	94,9	2,0	3,0	----	----
C4	96,3	2,5	1,2	----	----
Geral	86,9	5,4	4,2	2,1	1,6

Poucas atividades apresentaram operação com fração (86,9%), isso em todas as coleções. Porém, o que diferenciou os dois grupos de coleções foi a presença de todas as operações apenas nas coleções mais escolhidas. Notamos diferenciação ainda entre os volumes (Tabela 8), uma vez que multiplicação e divisão concentraram-se nos livros do volume 4, das coleções mais escolhidas.

Tabela 8 – Percentual de atividades multiplicação e divisão de frações nos volumes

VOLUME	OPERAÇÃO (%)	
	multiplicação	divisão
3	----	0,4%
4	3,4%	2,3%

Agora que temos uma visão geral de como as frações foram problematizadas nas atividades chegamos aos aspectos que se constituem o foco deste trabalho, que são os significados da fração trabalhados nos livros. Na Figura 5 abaixo, apresentamos os percentuais obtidos para cada significado nas diferentes coleções.

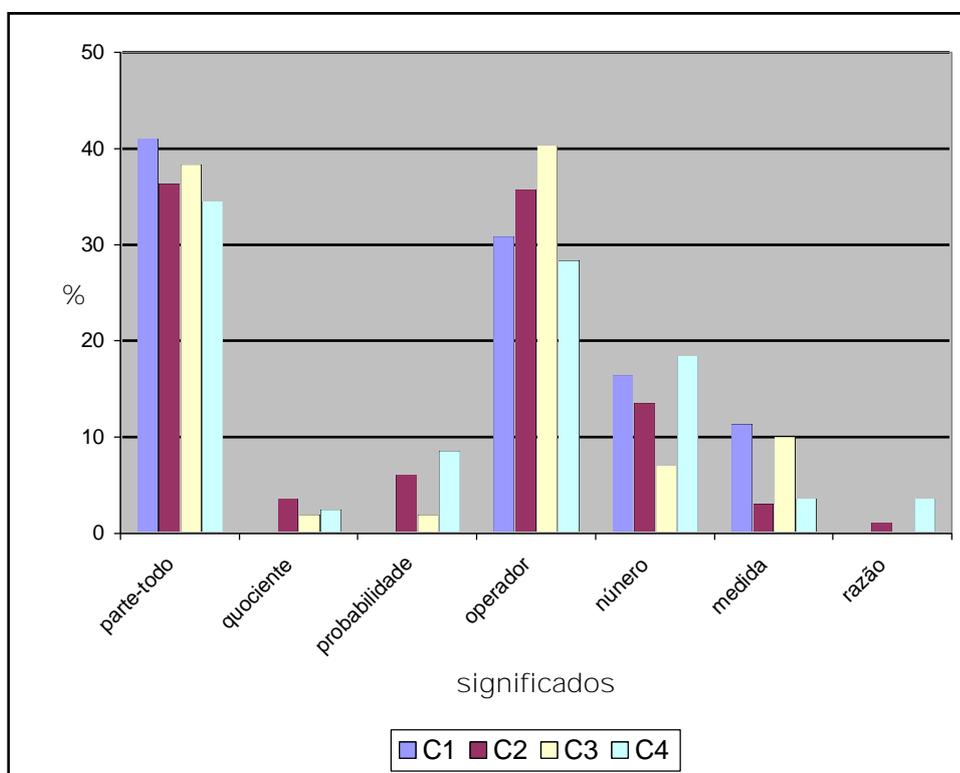


Figura 5 – Percentual para cada significado de número racional por coleção

Os significados de parte-todo (Figura 6) e operador multiplicativo (Figura 7) foram os mais freqüentes em todas as coleções, apenas na C3 operador supera parte-todo, enquanto que os demais significados da fração tais como quociente (Figura 8), medida (Figura 9), número, probabilidade e razão aparecem de forma inexpressiva, mesmo quando todos esses são contemplados na coleção.

5 uma quarta parte

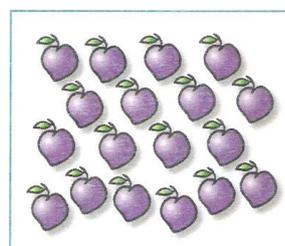
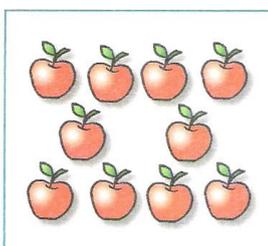
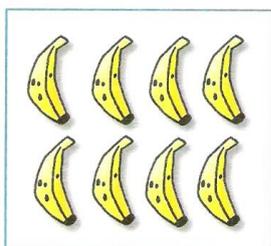
10 Alice fez um sanduíche muito gostoso. Depois, dividiu-o em quatro partes iguais.

- a) Primeiro, Alice comeu uma parte. Qual a fração que indica a parte do sanduíche que Alice comeu? $\frac{1}{4}$
- b) Depois, Alice comeu mais um pedaço. E agora, que fração do sanduíche Alice já comeu? $\frac{1}{2}$ ou $\frac{2}{4}$



Figura 6 – Exemplo de significado parte-todo da C1

2 Observe e responda às questões em seu caderno.



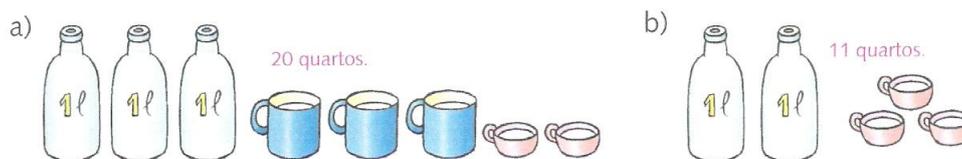
- a) Júlia comeu $\frac{1}{4}$ das bananas. Quantas bananas ela comeu? 2 bananas.
- b) Fred deu para sua irmã $\frac{2}{5}$ das maçãs. Quantas sobraram? 6 maçãs.
- c) Renata guardou para o jantar $\frac{3}{6}$ das ameixas. Quantas ameixas ela guardou? 9 ameixas.

- Celeste comprou 2 barras de chocolate e precisa dividi-las igualmente entre os 3 filhos.



Figura 8 – Exemplo de significado quociente da C3

- Escreva em seu caderno quantos quartos de litro há em cada caso.



- Agora, explique para um colega como você pensou para responder às questões.

Figura 9 – Exemplo de significado medida da C2

Observa-se que não existem diferenças entre as coleções mais ou menos selecionadas nas escolas. Ao contrário, parece existir uma identificação maior entre coleções de grupos distintos, a C2 e C4, que são inclusive as únicas que trabalham todos os significados da fração. A C1, coleção mais escolhida, destaca-se ainda das outras por abordar apenas 4 dos 7 significados apontados neste trabalho.

O índice que atividades que apresentam o significado de quociente, que de acordo com estudos (DORNELES et al, 2008; NUNES 2003) são mais propícias à aprendizagem de conceitos fracionários, só não é menor que o número de atividades proposto com significado de razão. Será que para os anos anteriores houve proposições de atividades com o significado de quociente nessas coleções?

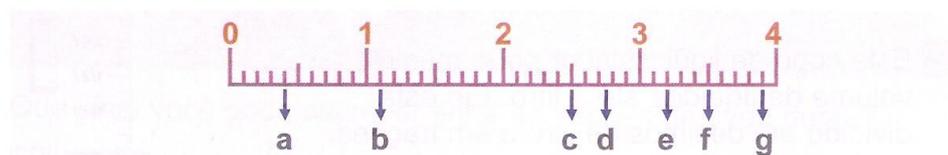
Constatamos também que a distribuição dos significados entre os livros analisados apresentou as mesmas discrepâncias observadas em pesquisas anteriores, como as de Bezerra (2001) e Canova (2006). Assim, apesar das coleções aqui analisadas terem sido avaliadas pelo PNLD 2007, estas apresentam as carências observadas em coleções anteriormente estudadas, em outras avaliações do PNLD.

O significado de número foi aquele que representou uma novidade para nós. Em Canova (2006) vimos que este significado, junto com o de medida, ficou aquém dos demais. Aqui, ele ocupa a terceira posição, quando consideramos os dados gerais. Cabe esclarecer, entretanto, que estamos chamando situações com o significado de número, não apenas aquelas em que a reta numérica é um suporte para o desenvolvimento deste significado (Figura 10), mas também situações em que se pedia a mudança da representação fracionária para outra representação do racional, como a decimal, por exemplo

(Figura 11). Entre outros casos, tivemos situações também consideradas como número quando se exigia a comparação de duas frações, sem contextualização. Acreditamos que em atividades deste tipo, o que se pretende é a mobilização imediata do conhecimento da fração enquanto número que pode ser ordenado, assim como ocorre na reta numérica.

Um dado importante é que apenas a coleção 4, uma das menos indicadas, apresentou a reta numérica como instrumento para o trabalho com o significado de número, sendo que a reta é um elemento de destaque para o desenvolvimento deste significado, como mostram os estudos de Canova (2006), Merlini (2005) e outros.

5 Alguns pontos desta reta numerada estão indicados por letras:



Esses pontos estão relacionados a uma fração ou a um número decimal do conjunto abaixo:

3,2 $3\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$ 1,1 $2\frac{3}{4}$ 0,4 3,9

◆ Escreva, ao lado de cada letra, o número decimal ou a fração correspondente.

Figura 10 – Exemplo de significado de número da C4

3 Compare as frações, substituindo as ? por >, < ou =.

a) $\frac{2}{5} ? \frac{1}{5}$

b) $\frac{5}{8} ? \frac{7}{8}$

c) $\frac{1}{2} ? \frac{5}{10}$

d) $\frac{7}{10} ? \frac{7}{20}$

Figura 11 – Exemplo de significado de número sem contexto na C1

Um olhar sobre os volumes das coleções revela que o quantitativo dos significados da fração, do volume 3 para o 4, não diferem muito (Figura 12). Parte-todo e operador multiplicativo continuam sendo os significados mais trabalhados. O significado de número é aquele que apresenta uma diferença mais expressiva de um volume para o outro, saindo do 9,3% no volume 3, para o 17,7% no 4. É possível observar que não existem diferenças entre o trabalho que essas coleções vêm sugerindo para as diferentes séries.

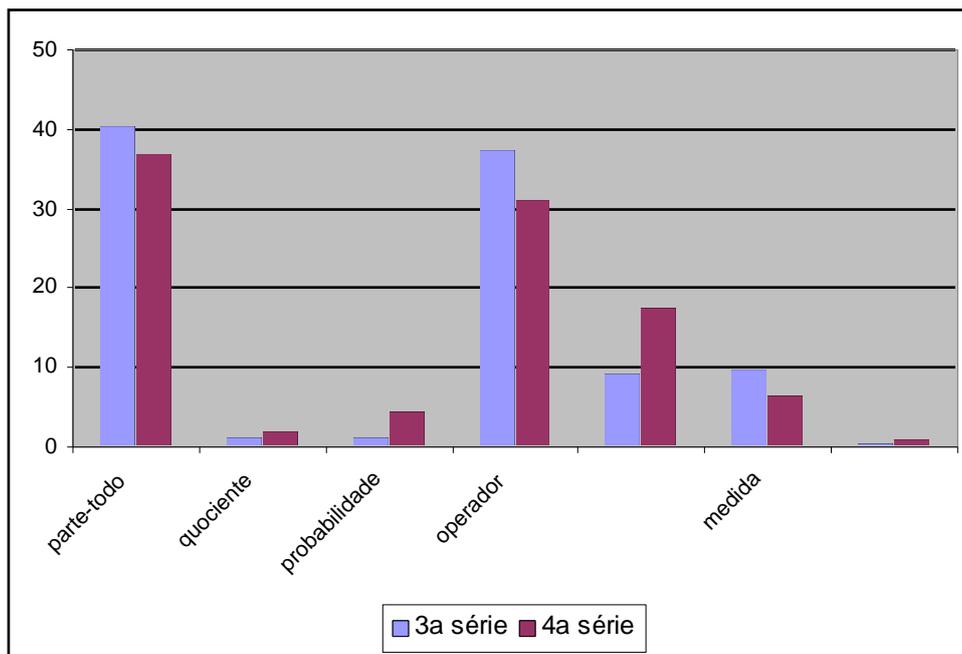


Figura 12 – Percentual dos tipos de significado por série

Percebemos também que em algumas atividades claramente se exigia a mobilização de mais de um significado da fração para resolução do problema. Não que articulação entre diferentes significados seja algo incomum, ao contrário, mas na elaboração da questão, no geral, encontramos instruções mais simples, dando-se a articulação mais em nível de resolução, para a qual era possível estratégias diversas. Verificamos que quando se exigia de modo explícito mais de um significado da fração na atividade, o significado de operador multiplicativo estava presente e tomamos este como base. Isso ocorreu pouco, mas em todas as coleções.

Conclusões

Tendo por objetivo investigar como os livros didáticos das séries iniciais mais escolhidos pelas escolas municipais do Recife, no ano de 2007, e aqueles com menor indicação pelas escolas abordam os diferentes significados da fração, procuramos em nossa análise sempre comparar os dois grupos de coleções diante dos dados obtidos. Considerando esse aspecto, poucos são os dados que diferenciam realmente os dois grupos.

As coleções mais escolhidas são as que apresentam um quantitativo maior de atividades com fração; são as únicas que trazem atividades com fração no manual (orientações para o professor); e aquelas que apresentam

todas as operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) envolvendo fração. Por outro lado, pudemos observar outro tipo de diferenciação. A coleção mais escolhida (C1) se destaca de todas as outras por ser aquela que mais utiliza figuras nas atividades, podendo ser esse um fator relevante para sua escolha. Contudo, essa coleção trabalha apenas 4 dos 7 significados por nós considerados neste estudo, enquanto as demais abordam todos os significados ou pelo menos 6 desses.

Em todas as coleções, os significados de parte-todo e operador multiplicativo foram predominantes. O significado de número, no geral, foi mais trabalhado nestas coleções que em coleções analisadas por pesquisas anteriores. Quociente, probabilidade e razão obtiveram índices baixíssimos e em algumas coleções estiveram ausentes. Esses dados significam que a elaboração de situações fracionárias distintas não se revelou um fator de relevância para escolha dos LDs, ou a distinção aqui colocada não foi percebida por aqueles que escolhem os livros, isto é, os professores.

Acreditamos que a disparidade existente no trabalho com os diferentes significados da fração, no qual poucos se destacam, constituindo-se sempre os mesmos, compromete a compreensão e desenvolvimento do conceito de número racional, pois uma diversidade de situações é um elemento indispensável à construção de um conceito (VERGNAUD, 1998).

Não verificamos diferenças expressivas no trabalho com os significados da fração nos livros analisados sob o novo PNLD, o 2007, pelo menos quando levamos em conta os significados predominantes (parte-todo e operador multiplicativo). Isso, quando há um tempo relativamente longo vem se afirmando a necessidade do ensino englobar uma diversidade de situações-problemas e quando até mesmo uma revista de caráter mais popular, entre educadores, já trata a fração e suas distintas funções (significados).

Sendo o conhecimento de número racional uma aquisição importante no âmbito da Matemática e diante das dificuldades encontradas por professores e alunos quando lidam com a fração, enfatizamos a importância dos educadores se apropriarem dos diferentes significados do número racional considerando as diferentes situações. Para tal, são necessários processos de formação inicial e continuada dos professores, produção de textos que possibilitem a formação dos mesmos e materiais de apoio ao processo ensino aprendizagem.

Referencial

- BERTONI, N. E. Um paradigma no ensino e aprendizagem das frações. *Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática*, Recife, 2004.
- BEZERRA, F. J. *Introdução do conceito de número fracionário e de suas representações: uma abordagem criativa para a sala de aula*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC/SP, 2001.
- BRASIL, Ministério da Educação e do desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1ª a 4ª)* Brasília, DF, 1997.
- _____. Secretaria de Educação Básica. *Guia do livro didático: Matemática: séries iniciais/anos iniciais do ensino fundamental* / Brasília: MEC, SEB, 2006.
- CAMPOS, T.; MAGINA, S.; NUNES, T. O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 8, n. 1, pp. 125-136, São Paulo, 2006.
- CANOVA, R. F. Crença, concepção e competência dos professores do 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental com relação à fração. *Dissertação de Mestrado em Educação Matemática*, PUC/SP, 2006.
- CARVALHO, C. C. S. de. *Uma análise praxeológica das tarefas de prova e demonstração em tópicos de álgebra abordados no primeiro ano do Ensino Médio*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. PUC/SP, 2007.
- CAVALCANTI, J. D.; CÂMARA DOS SANTOS, M. A compreensão de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental sobre os diferentes significados das frações: O caso do Município de Tupanatinga. *Anais do Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. Recife, 2006, 14p. (Publicado em CD-ROM).
- CAVALCANTI, J. D.; CÂMARA DOS SANTOS, M.; JÓFILI, Z. Um olhar sobre alguns obstáculos que permeiam as aulas de matemática: um exemplo com frações. *Anais IX Encontro Nacional de Educação Matemática*, Belo Horizonte, 2007. (Publicado em CD-ROM).
- CRUZ, M. S. S.; SPINILLO, A. O referencial de metade e a adição de frações. *Anais do III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Águas de Lindóia-SP, 2006.
- DAMICO, A. *Uma investigação sobre a formação inicial de professores de Matemática para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental*. Tese de Doutorado em Educação Matemática, PUC/SP, 2007.
- DORNELES, B. V.; MAMEDE, E.; NUNES, T. A situação-problema afeta a compreensão do conceito de fração? um estudo comparativo entre crianças portuguesas e brasileiras. *Anais do XIV Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino*, Rio Grande do Sul, 2008.
- MAGINA, S.; CAMPOS, T.; NUNES, T.; GITIRANA, V. *Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais*. 2ª ed. São Paulo: PROEM, 2001.

MERLINI, V. L. *O conceito de fração de seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC/SP, 2005.

NUNES, T. Diferentes significados da fração e suas influências sobre o ensino e a aprendizagem. Palestra realizada na UFPE em 2003, Recife.

NUNES, T.; CAMPOS, T.; MAGINA, S.; BRYANT, P. *Educação matemática 1: números e operações numéricas*. São Paulo: Cortez, 2005.

PAULINA, I. Encarte especial: Matemática 1 frações. *Nova Escola*, ano XXIII, n. 211, p. 99-110, abril, 2008.

QUEIROZ, E. e GUIMARÃES, G.L. *O uso do livro didático de matemática por professores do ensino fundamental*. Dissertação de Mestrado em Educação, UFPE, 2007.

ROMANATTO, M. C. O livro didático: alcances e limites. *Anais do VII Encontro Paulista de Educação Matemática*, São Paulo, 2004.

SANTOS, A. dos. Os números racionais e seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental. *Anais do VII Encontro Paulista de Educação Matemática*, São Paulo, 2004.

SILVA, A. M. da. *Investigando a concepção de frações de alunos nas séries finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio*. Dissertação de Mestrado em Ensino das Ciências, UFRPE, 2006.

SILVA, V.; SILVA, O.; BORBA, R.; AGUIAR, M. C.; LIMA, J. M. Uma experiência de fração articulada ao decimal e à porcentagem. *Educação Matemática em Revista*, n. 8, ano 7, pp. 16-23, São Paulo, 2000.